

Cálculo teórico de las tolerancias en sagita admisibles en los procesos de fabricación de lentes oftálmicas

*Santiago Royo**
*Eva García***
*Manuel Martos***

*Centro de Desarrollo de Sensores, Instrumentación y Sistemas,
Universidad Politécnica de Cataluña, Terrassa

**Industrias de Óptica Prats. Sant Boi de Llobregat

El control de calidad intermedio en los procesos de fabricación de lentes oftálmicas se realiza cuando la superficie no está pulida, de manera que el parámetro de control es la sagita de la superficie. En este artículo se estudia la relación entre la desviación de sagita inducida en una superficie y el valor final de potencia de vértice posterior obtenido en la lente. Para ello se estudia la influencia de esas desviaciones en la superficie convexa o cóncava de la lente, tanto para lentes positivas como para lentes negativas. Se presentan y estudian las expresiones analíticas correspondientes a cada caso.

Quality control procedures along the fabrication process of ophthalmic lenses are carried out while the surface is still not polished, so the parameter to be controlled is the sagitta of the surface. In this paper the influence of the sagitta deviation induced on a surface in the final back vertex power value of the lens being manufactured is studied. This means analyzing the sagitta deviations present either in the convex or concave lens surfaces, both for positive and negative lenses. The analytical expressions corresponding to each case are presented and discussed.



Usted puede recomendar SofLens66™ Toric con toda confianza.

Bausch & Lomb lanza el **Programa de Adaptación Garantizada**. Pida una caja de 6 lentes directamente con la refracción en gafas (haciendo distometría si es necesario).

Si las lentes no se adaptan como espera, nosotros le enviaremos una nueva caja de 6 lentes GRATIS.

Para participar en el Programa de Adaptación Garantizada o para recibir más información sobre el mismo, por favor contacte con su delegado comercial de Bausch & Lomb, o llame al Departamento de Atención al Cliente 902 38 66 66.



La respuesta simple y clara al astigmatismo

©Bausch & Lomb Incorporated.
SofLens 66™ Toric y Lo-Torque™ son marcas registradas de Bausch & Lomb Incorporated.

**BAUSCH
& LOMB**

La fabricación de lentes oftálmicas es un proceso sensible a múltiples parámetros, en los que el resultado final es la obtención de una lente oftálmica completamente acabada, con una determinada geometría superficial. En la actualidad, y con la excepción de las lentes monofocales de uso más general, el procedimiento de fabricación se basa en el trabajo en talleres de encargo. En estos talleres se obtiene la lente oftálmica acabada a partir de semiterminados, es decir, de bloques de vidrio en los que la superficie convexa tiene ya la geometría de la lente oftálmica final. La otra superficie de la lente se obtiene trabajando la superficie cóncava del semiterminado con geometría esférica o tórica de parámetros conocidos para completar la prescripción requerida por el usuario. Este tipo de fabricación se ha extendido últimamente más allá de los talleres de encargo de los fabricantes de óptica tradicionales, con la implantación de talleres de fabricación de lentes (minilabs) en algunos establecimientos de óptica.

El proceso de fabricación se centra pues en la obtención de una superficie cóncava de calidad óptica a partir de un semiterminado que aporta una superficie convexa finalizada. Las operaciones de generado, afino y pulido de la superficie dan a la superficie cóncava de la lente la curvatura y acabado necesarios para su uso oftálmico, a partir de un proceso de desbastado y posterior reducción de la rugosidad de la superficie, mediante el uso de abrasivos y refrigerantes específicos¹. El control de calidad final de la lente es, por supuesto, el de su potencia de vértice posterior (PVP) y sus espesores, pero a lo largo del proceso, cuando la superficie no tiene calidad óptica, el método más utilizado para el control de la superficie en fabricación es la medida de sus sagitas.

Los instrumentos con que se realiza el control de calidad son muy robustos, para que las condiciones de trabajo de un taller de encargo no les afecten. Las medidas se realizan directamente sobre la superficie de la lente utilizando un instrumento mecánico basado en un palpador móvil y resoluciones de hasta $1\mu\text{m}$. El valor de sagita obtenido depende, por supuesto, de la distancia entre los puntos de apoyo del elemento de medida y el palpador móvil central. En superficies esféricas se utilizan coronas cilíndricas de apoyo, de manera que la distancia entre punto de apoyo y palpador la determina el semidiámetro interno o externo de la corona cilíndrica; al instrumento se le denomina sagímetro. En superficies tóricas, al no haber simetría de

revolución, se utilizan dos puntas de apoyo equidistantes del palpador, que quedan en contacto con la superficie de la lente, determinando lo que se denomina un torímetro. En las superficies esféricas se obtiene un único valor de sagita, mientras que en las tóricas se obtienen dos valores diferentes en la dirección de los meridianos principales de la superficie. En la figura 1 se muestran un sagímetro (de pie, a la derecha), un torímetro (sobre la mesa, a la izquierda), y el tercer instrumento basado en palpadores móviles presente en un taller de fabricación, el espesímetro (de pie, en el centro), para medir los espesores centrales de las lentes fabricadas.

Así, la medida de sagitas permite conocer la desviación de la superficie respecto de su



Fig. 1. Instrumentación de control de calidad en el taller: sagímetro (derecha), espesímetro (centro) y torímetro (izquierda sobre la mesa).

forma esperada. Ahora bien, las tolerancias de fabricación de la lente oftálmica se especifican en función del valor de potencia de vértice posterior (P_{VP}) esférica y cilíndrica a obtener en la lente acabada. Es decir, una lente de una P_{VP} dada tiene un margen de tolerancia de $\pm\Delta P_{VP}$ dentro del cual es considerada, a efectos prácticos, válida. Los valores de tolerancia que indica la norma en función de la potencia esférica o cilíndrica de la lente considerada pueden ser 0,062 D, 0,125 D, 0,250 D y 0,375D. Los valores concretos de tolerancia en función de la potencia dependen de la norma considerada, siendo actualmente de aplicación los correspondientes a la norma ISO 89802.

En consecuencia, no existe una relación directa entre los valores de tolerancia permisibles (variación en potencia de vértice posterior de una lente terminada) y la magnitud que resulta sencilla de controlar a lo

largo del proceso de fabricación (la sagita). Esto hace difícil establecer una correlación directa entre el valor de sagita obtenido y el resultado final de la fabricación, hasta un momento en que las correcciones sobre la geometría de la lente son ya muy costosas. Tampoco es directo saber como afectarán las desviaciones en primera superficie de un semiterminado sobre el valor de la potencia de vértice posterior, o como las diferencias en la sagita esperada con la sagita real de los moldes de afino y pulido afectarán a la potencia de vértice posterior de la lente obtenida.

A lo largo de este trabajo se presentarán las expresiones correspondientes a las variaciones de PVP causadas por las desviaciones en la sagita de las superficies convexas o cóncavas de la lente oftálmica. Evidentemente, se trata de expresiones complejas, cuya utilidad en el taller pasa por la implementación de una herramienta tipo hoja de cálculo en la cual, a partir de entradas como la PVP y geometría de la lente a obtener y de sus desviaciones de sagita, sea posible obtener la desviación que resultará en la potencia final de la lente oftálmica. Por otro lado, del análisis de las expresiones será posible determinar que geometrías superficiales de lentes oftálmicas resultarán más sensibles a errores en la sagita.

Método

Presentaremos brevemente las expresiones que se utilizan en el cálculo de la potencia de vértice posterior a partir de la sagita. Aunque son expresiones muy bien conocidas, se utilizarán para presentar la formulación utilizada en el trabajo. A continuación se pasará a presentar la técnica de cálculo para obtener las variaciones de PVP en función de las variaciones de sagita de la superficie cóncava o convexa.

Control de potencia de vértice posterior a partir de la sagita

Es bien conocido que el parámetro geométrico de mayor relevancia en la caracterización de las superficies ópticas es su radio de curvatura, que, conocido el índice de refracción n del material permite calcular la potencia superficial a través de

$$P_1 = \frac{n-1}{R_1} \quad P_2 = \frac{1-n}{R_2} \quad [1]$$

donde llamamos $P_1(P_2)$ a la potencia de la cara convexa (cóncava) de la lente, y $R_1(R_2)$ a su radio de curvatura (fig. 2). Estos radios determinan los espesores de las lentes, a través de las sagitas de la superficie para todo el diámetro s_{ϕ_1} y s_{ϕ_2} , según

$$e_C + s_{\phi_2} = e_B + s_{\phi_1} \quad [2]$$

donde $e_c(e_b)$ es el espesor en el centro (borde) de la lente. Las sagitas para todo el diámetro se obtienen de los radios a través de

$$s_{\phi_1} = R_1 - \sqrt{R_1^2 - \left(\frac{\phi}{2}\right)^2}$$

$$s_{\phi_2} = R_2 - \sqrt{R_2^2 - \left(\frac{\phi}{2}\right)^2} \quad [3]$$

donde ϕ es el diámetro de la lente. Cuando se trabaja con sagímetros o torímetros, el valor de sagita medido depende de la semidistancia entre puntas del instrumento y , y no del semidiámetro de la lente, cumpliéndose

$$s_1 = R_1 - \sqrt{R_1^2 - y^2}$$

$$s_2 = R_2 - \sqrt{R_2^2 - y^2} \quad [4]$$

En el momento de hacer una medida en el taller, sin embargo, el objetivo que se persigue es determinar el radio de curvatura de la superficie a partir del valor de sagita s medido y la semidistancia entre puntas y del instrumento, a través de

$$R = \frac{s^2 + y^2}{2s} \quad [5]$$

que se deduce aislando el radio en [4]. De ahí, con las ecuaciones [1], los poderes dióptricos de ambas superficies son conocidos. Conocido el espesor de centro de la lente se puede calcular el valor final de la potencia de vértice posterior de la lente a partir de la conocida

$$P_{VP} = \frac{P_1}{1 - \frac{e_C}{n} P_1} + P_2 \quad [6]$$

Cuando las superficies son tóricas, las expresiones son equivalentes, considerando de manera independiente los dos valores de radio obtenidos en la dirección de los meridianos principales de la superficie tórica¹, que dan lugar a las potencias de vértice posterior del eje y el contraeje de la lente.

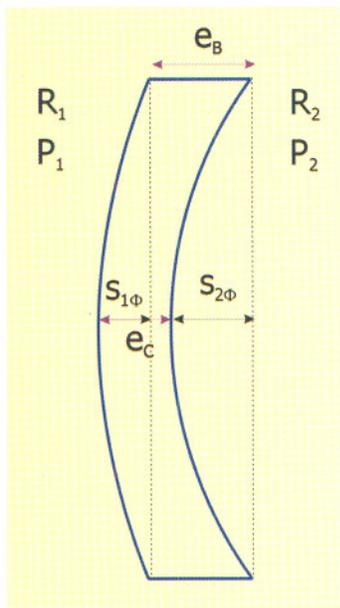


Fig. 2. Nomenclatura utilizada en el trabajo. La superficie 1 es la convexa y la 2 es la cóncava: R representa a los radios de curvatura, P la potencia de la superficie, $S\Phi$ son las sagitas de la superficie para todo el diámetro, e_c el espesor central y e_b el espesor en el borde.

Cálculo del efecto del error de sagita en la potencia de vértice posterior de la lente

Para determinar en qué manera afecta el error de sagita al valor final de potencia de vértice posterior de la lente obtenida, se determinará el error en la potencia de vértice posterior que introduce una determinada variación en la sagita de la superficie convexa o cóncava. Para ello se partirá de las expresiones del cálculo de errores de una magnitud³, de manera que la variación ΔF de una función F que dependa de dos variables v_1 y v_2 será

$$\Delta F(v_1, v_2) = \left| \frac{\partial F(v_1, v_2)}{\partial v_1} \right| \Delta v_1 + \left| \frac{\partial F(v_1, v_2)}{\partial v_2} \right| \Delta v_2 \quad [7]$$

En el caso de la potencia de vértice posterior, consideraremos de manera independiente los errores en sagita introducidos en cada una de las superficies de la lente. Sin embargo, será necesario tener en cuenta que la variación de la sagita causa una variación en el espesor de centro de la lente, y por tanto que la variación de este último parámetro debe tenerse en cuenta si el espesor en el centro resulta relevante en el cálculo de la potencia de vértice posterior. Se considera también que el valor de la semidistancia entre puntas del instrumento y está bien calibrado y por tanto tiene un error despreciable, lo cual es

normalmente el caso. En esta situación, si consideramos el error en PVP que introduce un error de sagita en la primera superficie (error en el semiterminado), fijada P_2 , las variables serán P_1 y e_c , es decir, que

$$\Delta P_{VP} = \left| \frac{\partial P_{VP}}{\partial s_1} \right| \Delta s_1 + \left| \frac{\partial P_{VP}}{\partial e_c} \right| \Delta e_c \quad [8]$$

y la variación de e_c podrá escribirse en función de la variación de s_1 .

La posibilidad alternativa es considerar sin error la primera superficie y estudiar el error que introducen las variaciones en la segunda superficie, es decir

$$\Delta P_{VP} = \left| \frac{\partial P_{VP}}{\partial s_2} \right| \Delta s_2 + \left| \frac{\partial P_{VP}}{\partial e_c} \right| \Delta e_c \quad [9]$$

y expresar la variación de e_c en función de la variación de s_2 .

Es posible simplificar las expresiones de forma notable para el caso de las lentes negativas, en que e_c será muy pequeño y su efecto sobre el valor de la P_{VP} despreciable. En lentes negativas podremos simplificar [6] y considerar que

$$P_{VP} \approx P_1 + P_2 \quad [10]$$

es decir, que el efecto de e_c sobre la P_{VP} es despreciable, con la consiguiente simplificación de las ecuaciones [8] y [9].

Resultados

Se derivan y analizan a continuación las expresiones correspondientes a las desviaciones de sagita en la segunda superficie, tanto para lentes positivas como negativas. A continuación se estudiarán las desviaciones presentes en la primera superficie de la lente, también en lentes positivas y negativas.

Errores de sagita en la segunda superficie de la lente

Se trata de los errores que se controlan usualmente a lo largo del proceso de fabricación, puesto que son aquellos sobre los que es posible incidir, al tener lugar sobre la superficie de la lente sobre la que se está

trabajando. Dividiremos el efecto que se presenta en lentes negativas y en lentes positivas.

1) Lentes negativas

Se trata del caso más sencillo, dado que, como se ha explicado, puede ignorarse el efecto del espesor de centro de la lente en la potencia de vértice posterior. La expresión resultante es

$$\Delta P_{VP} = 2(n-1) \frac{y^2 - s_2^2}{(y^2 + s_2^2)^2} \Delta s_2 \quad [11]$$

donde se mantiene la notación descrita en la sección anterior. Puede verse que se trata de una recta que depende tanto del valor de la semidistancia entre puntas del instrumento (sagímetro o torímetro) como de la curvatura de la superficie, representada a través de s_2 , o del índice de refracción del material. Es interesante observar que el error de potencia en la cara cóncava de una lente negativa no depende en absoluto del valor de potencia de la cara convexa, ni del diámetro de la lente.

La figura 3 muestra el gráfico de variación de potencia de vértice de la lente acabada contra la variación de la sagita, para el caso $n=1.523$, $y=20$ mm. Se presentan las rectas de variación para las potencias cóncavas de 2 D (línea roja superior), 4 D (línea amarilla), 6 D (línea azul) y 8 D (línea inferior violeta), y las rectas horizontales indicadoras de los valores de 0,062 D, 0,125 D, 0,250 D y 0,375 D, que son los valores de potencia descritos en la norma². Los cortes de la recta oblicua con la horizontal determinan los valores de la desviación de sagita a partir de los cuales la desviación en potencia deja de ser tolerable. Las desviaciones de sagita límites para los valores de P_{VP} que describe la norma se presentan en la tabla I, con precisión suficiente

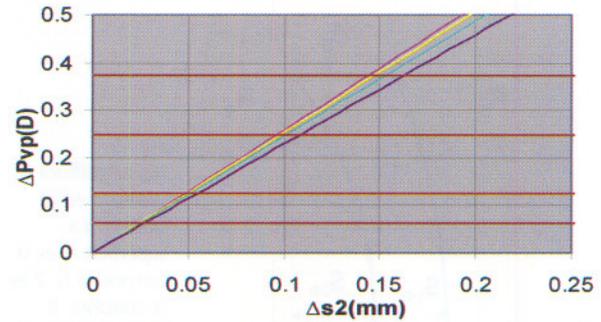


Fig. 3. Tolerancia en la sagita de la segunda superficie para una lente negativa. Las rectas inclinadas, de la superior a la inferior, corresponden a la tolerancia de superficies cóncavas de 2 D, 4 D, 6 D y 8 D. Las líneas horizontales corresponden a los valores de 0,062 D, 0,125 D, 0,250 D y 0,375 D que indican la norma. La intersección de cada recta oblicua con una horizontal determina la desviación de sagita que causa esa desviación de potencia.

para su comparación con un sagímetro de resolución $1\mu\text{m}$. Puede observarse como las superficies más curvadas permiten errores de sagita mayores, y como las diferencias en los valores de la tolerancia de sagita entre las distintas superficies son apreciables especialmente cuando el valor de la tolerancia en potencia es importante.

Es posible estudiar cómo varía la sensibilidad a los errores de sagita en función de la potencia de la superficie, representando el valor de la pendiente de la recta que describe la expresión [11] para distintos valores de potencia. El resultado puede observarse en la figura 4, donde se aprecia la disminución de la pendiente de las rectas cuando las potencias son mayores. Esta disminución de la pendiente conlleva, lógicamente, mayor tolerancia en el valor de sagita a obtener.

2) Lentes positivas

En este caso se tiene en cuenta el efecto que el error de sagita implica no sólo en la

Tabla I. Desviaciones de sagita en la superficie cóncava a partir de los cuales la desviación en potencia es superior a los valores de P_{VP} que describe la norma ISO 8980, para un sagímetro $y=20$ mm sobre una lente $n=1.523$

| | $P_2 = 2D$ | $P_2 = 4D$ | $P_2 = 6D$ | $P_2 = 8D$ |
|---|------------|------------|------------|------------|
| Δs_2 para $\Delta P_{VP} = 1/16 D$ (mm) | 0,024 | 0,025 | 0,026 | 0,027 |
| Δs_2 para $\Delta P_{VP} = 1/8 D$ (mm) | 0,048 | 0,049 | 0,051 | 0,054 |
| Δs_2 para $\Delta P_{VP} = 1/4 D$ (mm) | 0,096 | 0,098 | 0,102 | 0,108 |
| Δs_2 para $\Delta P_{VP} = 3/8 D$ (mm) | 0,144 | 0,148 | 0,154 | 0,163 |

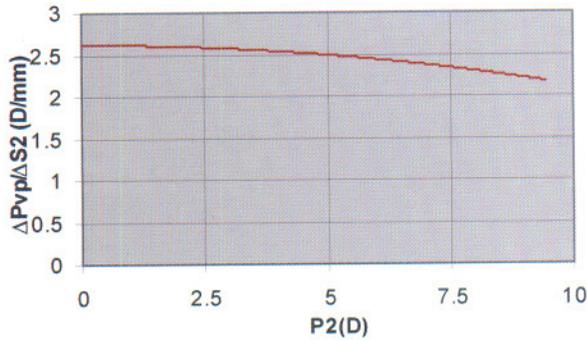


Fig. 4. Pendientes de la recta de variación de potencia con la sagita en función de la potencia cóncava de la lente. Pendientes menores implican mayores tolerancias.

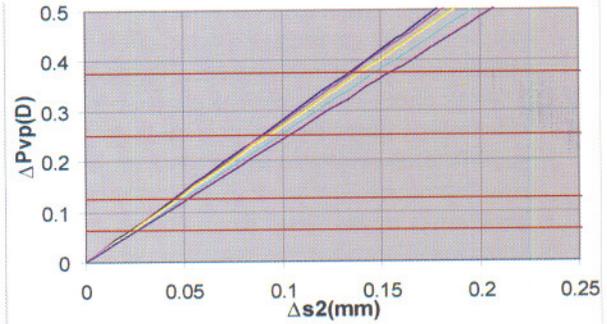


Fig. 5. Tolerancia en la sagita de la segunda superficie para una lente positiva con potencia convexa 10 D. Las rectas inclinadas, de la inferior a la superior, corresponden a la tolerancia al error de lentes de P_{VP} de 2 D, 4 D, 6 D, 8 D y 10 D. Las líneas horizontales corresponden a los valores 0,062 D, 0,125 D, 0,250 D y 0,375 D que indica la norma.

potencia de la lente, sino también en el espesor de centro de la lente, que ahora puede ser importante a causa de la geometría de menisco convexo. La expresión correspondiente es más compleja, al incluir los términos de variación en la potencia superficial y en el espesor de centro, resultando

$$\Delta P_{VP} = \left[2(n-1) \frac{s_2^2 - y^2}{(s_2^2 + y^2)^2} \right] + \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{e_c}{2}\right)^2 \frac{s_2^2}{(s_2^2 + y^2)^2}}} \right] \frac{P_1^2 (s_2^2 - y^2)}{n} \Delta s_2 \quad [12]$$

Puede apreciarse como la expresión conserva la geometría de una recta, y como hay un primer término asociado a la variación de potencia de la superficie, equivalente al de la ecuación [11], y un segundo término más complejo asociado a la variación del espesor de centro de la lente. Hay que destacar la aparición de una dependencia de la expresión con la potencia de la cara convexa y (a través del espesor en el centro) con el diámetro de la lente.

Las rectas de variación de P_{VP} contra variación de sagita se presentan en la figura 5, en el mismo formato que la figura 3. Las rectas oblicuas corresponden a las variaciones de sagita correspondientes al caso de lentes n=1.523, diámetro 65 mm y espesor en el borde 1 mm, con P₁=10 D controladas con un sagímetro con semidistancia entre puntas y=20 mm. Cada recta corresponde a un valor de P_{VP} de la lente a obtener, desde P_{VP}=10 D (línea azul superior) hasta P_{VP}=2 D (línea violeta inferior), pasando por P_{VP}=8D (línea roja), P_{VP}=6 D (línea amarilla) y P_{VP}=4 D (línea azul celeste). La disminución de P_{VP} con P₁ fija es equivalente a un aumento de P₂, y por tanto puede de nuevo apreciarse que las desviaciones de sagita tolerables son mayores para superficies cóncavas más curvadas, que en este caso corresponden a P_{VP} menores. Los valores de sagita tolerables en este caso para lentes con diferentes P_{VP} y P₁ fijado en 10 D se presentan en la tabla II, junto con el valor de P₂ exacto necesario si P₁=10 D.

Tabla II. Desviaciones de sagita en la superficie cóncava a partir de los cuales la desviación en potencia es superior a los valores de P_{VP} que describe la norma, para un sagímetro y=20 mm sobre una lente positiva n=1.523 con P₁=10D, f=65mm y e_b=1mm

| | P _{VP} =2D | P _{VP} =4D | P _{VP} =6D | P _{VP} =8D |
|--|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| P ₂ si P ₁ =10 D (D) | -8,23 | -6,39 | -4,52 | -2,66 |
| Δs ₂ para ΔP _{VP} =1/16 D (mm) | 0,025 | 0,024 | 0,023 | 0,022 |
| Δs ₂ para ΔP _{VP} =1/8 D (mm) | 0,051 | 0,048 | 0,046 | 0,045 |
| Δs ₂ para ΔP _{VP} =1/4 D (mm) | 0,103 | 0,098 | 0,093 | 0,090 |
| Δs ₂ para ΔP _{VP} =3/8 D (mm) | 0,154 | 0,146 | 0,140 | 0,135 |

Es posible estudiar la variación de las pendientes de las rectas para los diferentes valores de P_2 , a la manera de la figura 4, pero además ahora es posible calcularlas para diferentes valores de potencia de la primera superficie. El resultado se presenta en la figura 6, y reproduce conclusiones ya conocidas (las pendientes de las rectas son menores, y por tanto las tolerancias son mayores para potencias altas), pero al estar representados los cálculos para diferentes valores de P_1 (ver leyenda) permite concluir también que las tolerancias son mayores para P_1 menores (semiterminados con superficies convexas más planas).

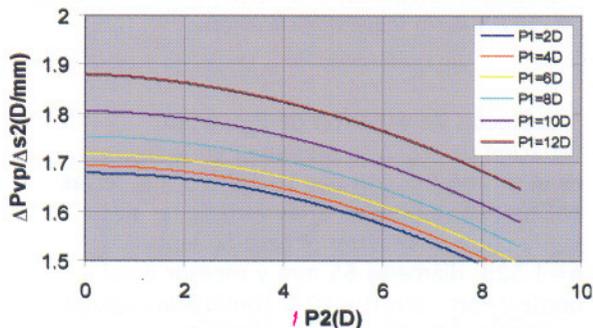


Fig. 6. Pendientes de la recta de variación de potencia con la sagita en función de la potencia cóncava de la lente, para diferentes valores de potencia convexa. Pendientes menores implican mayores tolerancias.

Para finalizar, en la figura 7 se han representado de manera independiente las pendientes de las rectas de variación asociadas al caso $P_1 = 10$ D separando las contribuciones del primer término de la ecuación 12 (término asociado a la potencia de la lente $-dP_{VP1}$), y el segundo término (término asociado a la variación del espesor de centro $-dP_{VP2}$). Se representa también la suma de ambos términos (la variación total), dejando claro que la contribución más importante de ambos términos corresponde al término de variación de la potencia de la segunda superficie. Puede apreciarse además que el término asociado al espesor en el centro presenta variaciones con la potencia que sólo resultan apreciables para potencias muy elevadas.

Errores de sagita en la primera superficie de la lente

Se trata de errores que se controlan antes de empezar el proceso de fabricación, por cuanto se trata de desviaciones de la superficie convexa de la lente respecto de su forma

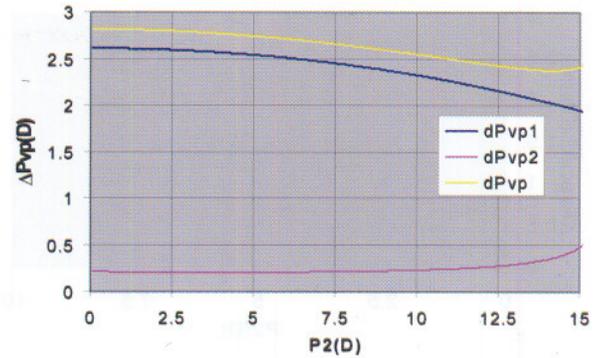


Fig. 7. Término asociado al error en la potencia (dP_{vp1} , primer término en ec [12]), al error en el espesor en el centro (dP_{vp2} , segundo término en ec [12]) y error total ($dP_{vp1} + dP_{vp2}$), para el caso $P_1 = 10$ D.

esperada. Si los errores son grandes, el semiterminado debe rechazarse o tenerse en cuenta su curvatura real en el cálculo de la potencia a fabricar en la cara cóncava. De nuevo dividiremos el efecto que se presenta en lentes negativas y en lentes positivas.

1) Lentes negativas

Si en la expresión [6] ignoramos el espesor de centro, y por tanto [10] es válida, resulta claro de la expresión resultante que no hay diferencias en el error introducido por la superficie cóncava o la convexa, dado que ambas juegan papeles equivalentes en el cálculo de la potencia de vértice posterior. Así, no ha de sorprender que en este caso

$$\Delta P_{VP} = 2(n-1) \frac{y^2 - s_1^2}{(s_1^2 + y^2)^2} \Delta s_1 \quad [13]$$

una ecuación completamente equivalente a [11] y cuyo análisis lleva a conclusiones equivalentes a los presentados en las figuras 3 y 4 y en la tabla I, considerando las variaciones de la cara convexa en lugar de las de la cóncava. Por tanto, las tolerancias más grandes en la sagita convexa de lentes negativas se presentarán para valores elevados de potencia convexa.

2) Lentes positivas

En este caso, la expresión es más compleja que la presentada para el caso de las lentes negativas. Una vez agrupados los términos se obtiene la expresión

$$\Delta P_{vp} = \left[\frac{2(n-1)}{(s_1^2 + y^2)^2} + \frac{P_1^2}{2ns_1^2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{s_1^2 \phi^2}{4(s_1^2 + y^2)^2}}} \right) \right] \frac{y^2 - s_1^2}{(1 - \frac{e_c}{n} P_1)^2} \Delta s_1 \quad [14]$$

en que de nuevo la variación de potencia de vértice posterior es proporcional a la de sagita, con una constante de proporcionalidad compleja en la que se observa un primer término asociado al efecto del error sobre la potencia y un segundo asociado al efecto del error sobre el espesor de centro.

Las curvas, por tanto, son otras, aunque su aspecto recuerde a las anteriores. La figura 8 presenta el caso de una lente $n=1.523$, diámetro 65 mm, espesor de borde 1 mm y potencia cóncava de -4 D, medida con un sagímetro $y=20$ mm. Se han representado lentes de $P_{vp}=2$ D (línea azul inferior), $P_{vp}=4$ D (línea rosa), $P_{vp}=6$ D (línea amarilla), $P_{vp}=8$ D (línea azul claro), y $P_{vp}=10$ D (línea violeta superior), correspondientes a valores de P_1 cada vez mayores. Puede apreciarse como al aumentar la potencia de la cara convexa aumenta la pendiente de la recta y por tanto disminuye la tolerancia a errores en la sagita. Esta situación es opuesta a la que se presentaba en el caso de la tolerancia en superficies cóncavas, y también a la que se presenta en el caso de las lentes negativas para las tolerancias en P_1 . Los valores de sagita límites para cada tolerancia se presentan en la tabla III.

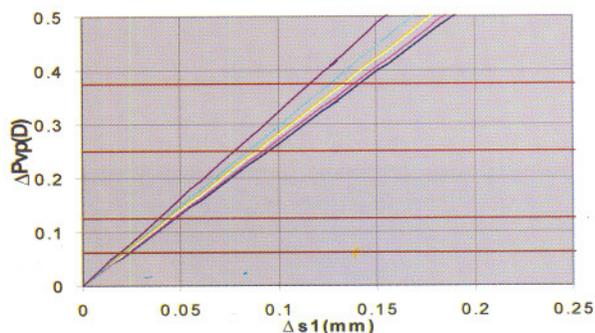


Fig. 8. Tolerancia en la sagita de la primera superficie para la lente positiva cóncava -4 D. Las rectas inclinadas, de la inferior a la superior, corresponden a la tolerancia al error de lentes P_{vp} de 2 D, 4 D, 6 D, 8 D 10 D. Las líneas horizontales corresponden a los valores de 0,062 D, 0,125 D, 0,250 D y 0,375 D que indica la norma.

La figura 9 presenta la variación de la pendiente de las rectas para los diferentes

valores de P_1 , y para distintos valores de P_2 en la lente utilizada. Así, se comprueba la tendencia ya comentada a aumentar la pendiente a medida que las potencias convexas son más elevadas, reduciendo así el valor de desviación en sagita tolerable. En cuanto a los valores de P_2 , a mayor potencia de segunda superficie menor pendiente de la recta y mayor tolerancia a los errores de sagita.

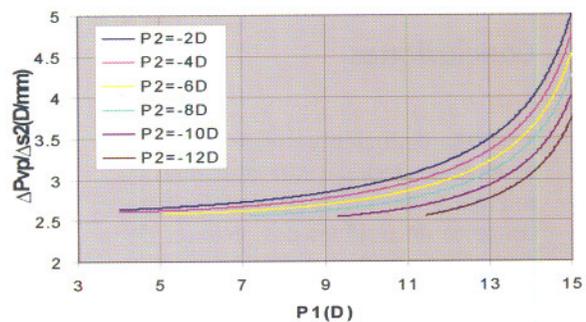


Fig. 9. Pendientes de la recta de variación de potencia con la sagita en función de la potencia convexa de la lente, para diferentes valores de potencia cóncava. Pendientes menores implican mayores tolerancias.

Finalmente, la figura 10 presenta los dos términos de la expresión 14 por separado (llamando dP_{vp1} al término asociado al error en la potencia y dP_{vp2} al término asociado al error en el espesor de centro) y combinadas. Puede apreciarse como para la mayoría de las potencias el término asociado a la potencia es el dominante, pero también como el término asociado al espesor de centro gana peso relativo en la suma de manera cada vez más importante, acercándose al valor del término de potencia para las potencias más altas.

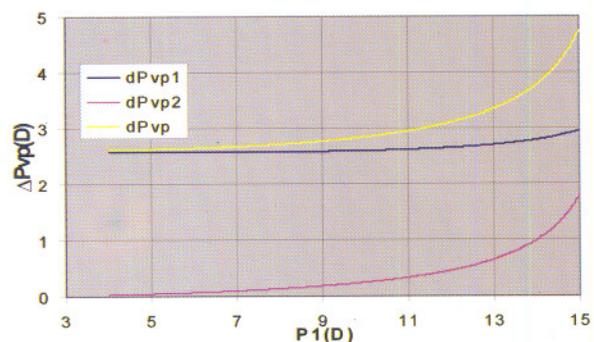


Fig. 10. Término asociado al error en la potencia (dP_{vp1} , primer término en ec [14]), al error en el espesor en el centro (dP_{vp2} , segundo término en ec [14]), y error total ($dP_{vp1} + dP_{vp2}$), para el caso $P_2 = -4D$.

Tabla III. Desviaciones de sagita en la superficie convexa a partir de los cuales la desviación en potencia es superior a los valores de P_{VP} que describe la norma, para un sagímetro $y=20$ mm sobre una lente positiva $n=1.523$ con $P_2=-4$ D, $f=65$ mm y $e_b=1$ mm

| | $P_{VP}=2D$ | $P_{VP}=4D$ | $P_{VP}=6D$ | $P_{VP}=8D$ |
|-----------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| P_1 si $P_2=-4$ D (D) | 5,94 | 7,79 | 9,52 | 11,13 |
| Ds_2 para $DP_{VP}=1/16$ D (mm) | 0,023 | 0,023 | 0,022 | 0,021 |
| Ds_2 para $DP_{VP}=1/8$ D (mm) | 0,047 | 0,046 | 0,044 | 0,042 |
| Ds_2 para $DP_{VP}=1/4$ D (mm) | 0,094 | 0,092 | 0,089 | 0,084 |
| Ds_2 para $DP_{VP}=3/8$ D (mm) | 0,141 | 0,138 | 0,133 | 0,126 |

Conclusiones

Se han deducido y presentado las expresiones teóricas que describen las tolerancias en sagita permisibles para el conjunto de posibles desviaciones de la potencia de vértice posterior presentes en la norma ISO 8980. Se trata de expresiones difíciles de utilizar en la práctica sin ayudas informáticas (hojas de cálculo, programas...).

Se han presentado los cálculos de sagita tolerable para diferentes casos particulares, y se ha podido deducir bajo qué geometría las tolerancias son mayores. El análisis gráfico y numérico de las expresiones permite afirmar que las tolerancias de las superficies cóncavas resultan mayores para superficies cóncavas curvadas y superficies convexas planas, tanto para lentes negativas como positivas. En superficies convexas, en cambio, los

resultados muestran diferencias entre el caso de lentes negativas, en que el espesor de centro es reducido y la tendencia a mayores tolerancias para mayores potencias convexas se mantiene, y el caso de las lentes positivas, donde el término asociado al espesor de centro puede ser importante y, como consecuencia, cuanto más se eleva la potencia convexa y el espesor de centro, menor es la tolerancia en la sagita.

Bibliografía

1. Salvadó J, Fransoy M. Tecnología Óptica. Lentes oftálmicas, diseño y adaptación, 2ª edición Ed. UPC, Barcelona, 2001.
2. Norma ISO 8980 Óptica Oftálmica: Lentes terminadas sin biselar para gafas. 1996.
3. Spiridonov VP, Lopatkin AA. Tratamiento matemático de datos físico-químicos, Ed. Mir, Moscú, 1970.

