

ADVERTIMENT. La consulta d'aquesta tesi queda condicionada a l'acceptació de les següents condicions d'ús: La difusió d'aquesta tesi per mitjà del servei TDX (www.tesisenxarxa.net) ha estat autoritzada pels titulars dels drets de propietat intel·lectual únicament per a usos privats emmarcats en activitats d'investigació i docència. No s'autoritza la seva reproducció amb finalitats de lucre ni la seva difusió i posada a disposició des d'un lloc aliè al servei TDX. No s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant al resum de presentació de la tesi com als seus continguts. En la utilització o cita de parts de la tesi és obligat indicar el nom de la persona autora.

ADVERTENCIA. La consulta de esta tesis queda condicionada a la aceptación de las siguientes condiciones de uso: La difusión de esta tesis por medio del servicio TDR (www.tesisenred.net) ha sido autorizada por los titulares de los derechos de propiedad intelectual únicamente para usos privados enmarcados en actividades de investigación y docencia. No se autoriza su reproducción con finalidades de lucro ni su difusión y puesta a disposición desde un sitio ajeno al servicio TDR. No se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al resumen de presentación de la tesis como a sus contenidos. En la utilización o cita de partes de la tesis es obligado indicar el nombre de la persona autora.

WARNING. On having consulted this thesis you're accepting the following use conditions: Spreading this thesis by the TDX (www.tesisenxarxa.net) service has been authorized by the titular of the intellectual property rights only for private uses placed in investigation and teaching activities. Reproduction with lucrative aims is not authorized neither its spreading and availability from a site foreign to the TDX service. Introducing its content in a window or frame foreign to the TDX service is not authorized (framing). This rights affect to the presentation summary of the thesis as well as to its contents. In the using or citation of parts of the thesis it's obliged to indicate the name of the author



UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH

Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure

Tesi doctoral

Núria Tomás i Corominas

Director: Dr Josep Arasa i Martí

Programa de doctorat d'enginyeria òptica.

Terrassa, 2015



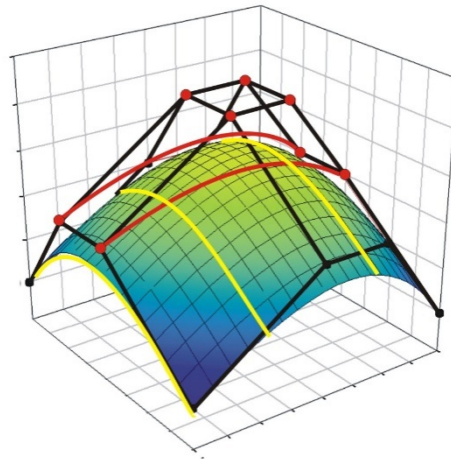
Centre de Desenvolupament de Sensors, Instrumentació i Sistemes
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA



UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH

TESI DOCTORAL

Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure



Memòria presentada per Núria Tomás i Corominas

per optar al grau de doctora per la
Universitat Politècnica de Catalunya
Director: Dr Josep Arasa i Martí

Programa de doctorat d'enginyeria òptica.

Terrassa, 2015



Centre de Desenvolupament de Sensors, Instrumentació i Sistemes
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Sovint s'imposen restriccions supèrflues, cal destriar quines són essencials i quines es poden relaxar.

La mutació sentimental. Carme Torras

AGRAÏMENTS

Una tesi no és mai un camí que es faci en solitari. Que tingui un final feliç depèn de molts factors i de molta gent que potser ni tan sols ho saben. I què menys que encapçalar la memòria amb un toc d'agraïment?

A la memòria d'en Bach i d'en Vivaldi: la seva música m'ha fet companyia i m'ha ajudat a concentrar-me i a aïllar-me del brogit del meu voltant mentre em barallava amb el Matlab i el Zemax.

A tots els escriptors de novel·les i a tots els poetes que he llegit durant aquest temps i que m'han distret el cap de cabòries, índexs, rajos, segments de corba i superfícies de Bézier. Especialment agraida a la Carme Torras, autora, d'entre d'altres, de **La mutació sentimental**. En les seves pàgines hi vaig trobar reflexions que em van ajudar a desencallar nusos de la tesi que se'm resistien: per trobar respostes només t'has de fer les preguntes adequades. *Sovint s'imposen restriccions supèrflues, cal destriar quines són essencials i quines es poden relaxar..... Aquesta frase de **La mutació**, ha estat leitmotiv al llarg del tot el procés.*

A totes les mestres i professors que he tingut al llarg de la meua vida: la senyoreta Rosa i la senyoreta Marisa E. que em van ensenyar a llegir amb *Les Beceroles* i *Las historias de un viejo tren*, la senyoreta Victòria i la senyoreta Marisa C. que em van fer agafar el gust per les mates i la ciència, la senyoreta Marta que em va ensenyar a estimar la lectura i l'escriptura, la senyoreta Goretti que em va ensenyar el que és la generositat i el somriure permanent, la senyoreta Maria Clara, que em va ensenyar a escoltar música, a recitar poemes i una colla de valors que duc enganxats sota la pell, la Carme Pelach, que em va donar les primeres lliçons d'òptica a BUP, la Montserrat Fortuny i la Senyora Badia que em van encaminar cap a les matemàtiques, els professors de la diplomatura d'òptica, que després han esdevingut companys, els professors de la Universitat de Reading, (Dr MacDonald, Dr Lettington, Dr O'Leary), que van posar ordre al meu aprenentatge caòtic en temes d'enginyeria òptica. Tots ells han deixat un granet de sorra en el llarg camí d'aprenentatge i aquesta tesi seria diferent sense la seva contribució.

A tots els companys, amics, amigues, coneguts i saludats que en algun moment m'han demanat allò de " com va la tesi? " i fins i tot m'han preguntat de què anava. Sort que mai els n'he donat detalls, els amics m'agrada conservar-los. Només als molt pesats els l'he explicat amb tot detall, i curiosament no han tornat a preguntar més i han esquivat la meua companyia!!.

Al Pepe, en Xavi i en Jose que m'han ajudat amb la interacció de l'òptica amb el món dels CADS.

A la Patricia, que m'ha donat un cop de ma inestimable en el procés de comunicar el Matlab amb el Zemax, cosa que m'ha permès automatitzar els càlculs i dedicar les hores a coses més productives que traslladar arxius d'un programa a l'altre. I a en Nicolau, el bebè més rialler del CD6 que ha xerrotejat i rigut totalment aliè a les petites batalles que teníem la seva mare i jo amb els programes.

A tots els companys del CD6 amb qui he compartit dinars, feines i alguna que altre alegria i mal de cap.

A en Carles, per els seus ànims i per les xerrades i reflexions sobre la tesi, la recerca, els projectes i altres coses de la vida, amb qui he teixit la teoria de la planificació vital: tot passa quan ha de passar.

A en Francesc, la seva mirada no enganya i sé que l'interès per l'estat de la tesi i el meu benestar és sincer com poques coses sinceres hi ha en aquesta vida.

A la tribu Losantos, que m'han acollit amb naturalitat i han fet les coses fàcils en uns temps difícils.

A la Fe i a la cita mensual del club de lectura de l'Espolsada, que ha contribuït a que no em desconnectés de les meves coses essencials.

A la Remei, que m'ha distret amb les seves històries amb essència de lluna mentre revisava la tesi.

A les nenes de "la colla": Gio, iaia, Carla, Estrellada, Araceli, Lilacwine, Turmix, Hiniare, Margalovi, les meves risoterapeutes particulars, un coaching immillorable per aquests últims temps. " De dónde vienes? patatas traigo" a vegades una olla de grills i tot sovint una vàlvula d'escapament.

Al personal amb qui he compartit hores i feina en les meves etapes de gestió. En la primera etapa, el meu agraïment al personal de secretaria de la FOOT, (Pilar, Rosa, Montserrat, Olga, Montse, Carme, Mercè, Roser) que durant el temps que vaig compaginar la tesi amb el càrrec de responsable de relacions internacionals, em van fer la vida més fàcil. Actualment, no hi ha prou paraules d'agraïment per a l'equip del CUV: Quique, Alex, Francesca i Carme. El seu bon fer, professionalitat i implicació, m'han fet molt més fàcil aquest temps d'enllestir la tesi i escriure la memòria. He tingut sempre present el seu somriure i optimisme i els seus ànims m'han arribat molt sincerament quan he passat per moments baixos. Tots ells han contribuït a que l'esquizofrènia no sigui irreversible i potser tornaré a ser una persona normal algun dia (o així ho espero).

A en Joan i a l'equip directiu de la FOOT (Aurora, Núria, Genís, José Luis, Montse, Imma, Alex), que han confiat en mi tot i sabent que no em podia implicar al 100% en el nou projecte de facultat que tots teníem en ment. Un equip que m'ha donat suport real i anímic quan ho he necessitat, com el vespre d'estiu que vam passar sota l'alzina del vent, amb l'atenta mirada de Venus i Júpiter, il·luminats per una magnífica lluna plena.

A la Lali per les vegades que m'ha rescatat amb un cafè a mig matí o amb una cerveseta a l'hora de plegar. És una sort tenir amics a la feina.

A la Montserrat, companya d'assignatura i d'esmorzars quotidians que m'ha animat sempre a tirar endavant i m'ha rescatat més d'una vegada quan m'ha vist traient fum per tot arreu. Si, és una sort.

Al director de la tesi, el Dr Arasa, l'amic Josep, que va ser el meu primer professor d'òptica geomètrica, ja fa una pila d'anys, en una d'aquelles aules fredes del galliner de la ETT. Primera lliçó: llei de Snell, la recordo perfectament. No hem avançat gaire, o potser els extrems es toquen?. Entre aquella llei de Snell i la versió que aquí en dono aplicada als Béziers hi ha molts projectes comuns, més arrugues i molta més vida, però sens dubte, el mateix somriure. És fàcil treballar amb algú que acaba els seus e-mails amb "una abraçada".

Als meus avis, l'Enric i la Dolors. La única cosa que em sap greu de que aquesta tesi hagi arribat tan tard en el meu cicle vital, és que els avis no ho hagin vist. A l'avi l'hi dec, entre altres coses, les ganes de llegir i la curiositat científica. De l'àvia vaig aprendre a trampejar conflictes i a adaptar-me als canvis. De tots dos, la generositat i a valorar la família i als que tens a prop (més val un veí a la porta que un parent a Mallorca, que deia l'àvia), potser per això la tesi ha arribat tard.

Als meus pares, germans i l'extensa tribu Tomás, que s'ho han mirat de lluny i amb una certa estranyesa, però sempre he sabut que hi eren.

A la Lali i a la Mònica, per ser-hi sempre i des de sempre.

Al Dionís, que sempre ha confiat en mi i m'ha animat a tirar endavant la tesi quan el que jo volia era tirar la tovallola. Sense el seu cor generós, això no hauria estat possible: amic i company per sempre.

Al Marcel i l'Helena, per agafar-se amb bon humor els entrebancs que ha suposat tenir una mare atabalada calculant i escrivint coses ben inútils per a la vida quotidiana. I sobretot, per fer-me riure, fer-me tocar de peus a terra i fer-me separar la vida acadèmica de la vida real.

A la Marga, per tota la poesia que ha posat a la meva vida.

Gràcies, de tot cor.

Una tesi...

L'àvia Dolors cosia. Ella i la seva germana Carme es feien els patrons, els cosien i acabaven amb uns vestits, bruses o faldilles la mar d'elegants. Jo les havia vist moltes vegades a la galeria del seu pis de l'Eixample fent els patrons amb papers de diari que s'emprovaven l'una a l'altra enganxant-los amb agulles de cap. Tenien una idea i anaven tallant, enganxant, afegint trossets de diari fins que el patró tenia la seva primera forma. Quan se'l treien, jo no hi veia més que una pila de papers de diari enganxats per fràgils agulles. Elles hi veien un vestit. Sobre aquells retalls, feien un altre patró, ja més ajustat, que tornaven a emprovar-se i que després desmuntaven completament per poder tallar la roba. A mi em desesperava veure que els papers de diari ja tenien forma de vestit i que el tornaven a desfer. Però era necessari per fer el vestit de debò. Talla, enganxa, fes, refés, afegeix, desmunta, torna a muntar, sempre amb una idea al cap del vestit que volien, que anava canviant lleugerament a mida que avançava la confecció. I quan ja tenien una pila de peces de roba tallades, per a mi sense sentit, sentia l'àvia que deia " Apa, Carme, això ja està, només falta cosir" I muntava les peces que encaixaven (o feia encaixar) a cop de fil d'embastar i engegava la màquina de cosir, que anava a cop de pedal. I tornava a reajustar les peces, polia detalls, retallava fils sobrers, afegia alguna floritura... *et voilà*, ja tenia el vestit.

Una idea, flexibilitat per millorar-la, peces que van encaixant i agafant forma, fil i agulla, hores de feina i tenacitat... com una tesi, però els seus vestits eren, sense cap mena de dubte, molt més elegants.

SUMARI

Capítol 1 Introducció	1
1.1 Objectius	3
1.2 Plantejament del problema: optimització i disseny de reflectors d'una sola superfície.	3
1.3 Proposta de solució	5
1.3.1 Condicionants constructius del disseny	6
1.3.2 Etapes de disseny	7
1.4 Esquema general de la tesi.....	10
Capítol 2 Estat de la qüestió: òptica no formadora d'imatges aplicada a sistemes d'il·luminació.	13
2.1 Què és l'òptica no formadora d'imatges ?	13
2.2 Conceptes bàsics	14
2.2.1 Entendue	14
2.2.2 Dissolució o pèrdues d' entendue.....	15
2.2.3 Principi dels raigs de vora.....	15
2.3 Sistemes d'il·luminació.....	16
2.3.1 Òptica per a la generació de feix.....	17
2.3.2 LEDs i superfícies de forma lliure	18
2.3.3 Mètodes de disseny	20
2.4 Cronologia del disseny de de sistemes òptics no formadors d'imatges	25
Capítol 3 Estratègia 2D per construir solucions 3D	31
3.1 Superfícies de Bézier: solucions exactes versus solucions plausibles	32
3.2 Estratègia per construir solucions 3D a partir de solucions 2D	36
3.2.1 Selecció de les corbes als plans de treball més habituals	37

3.3	L'el·lipse intersecció d'un el·lipsoide amb un pla: càlcul aproximat basat en projecció ortogonal.....	40
3.3.1	Caracterització de l'el·lipsoide de revolució E	41
3.3.2	Caracterització del pla Ω	43
3.3.3	Caracterització de l'el·lipse ε , intersecció de l'el·lipsoide E amb el pla Ω	45
3.3.4	Mètode aproximat: projecció dels focus de l'el·lipsoide E sobre el pla de secció Ω	53
Capítol 4 Generació de facetes de forma lliure		59
4.1	De 2D a 3D: mètode d'obtenció de superfícies de Bézier a partir de corbes planes..	59
4.1.1	Traçat de rajos 2D a través de corbes de Bézier de tercer ordre.....	61
4.1.2	Algorisme bàsic de millora de corbes.....	63
4.1.3	Selecció dels plans de càlcul de les facetes.....	65
4.1.4	Mètode constructiu per obtenir una superfície de Bézier cúbica.....	68
4.2	Validació del mètode.....	75
4.2.1	Definició de termes	76
4.2.2	Metodologia	77
4.2.3	Parcel·la objectiu centrada.....	78
4.2.4	Parcel·la objectiu descentrada	84
Capítol 5 Segmentació i mapatge.....		93
5.1	Criteris de segmentació.....	94
5.2	Segmentació del pla objectiu.	95
5.3	Segmentació de la font	95
5.3.1	Segmentació de la mida	96
5.3.2	Segmentació del flux	96
5.4	Segmentació del reflector	98
5.5	Relacions entre el reflector i l'objectiu: mapatge i orientació de facetes.	100
5.5.1	Procés d'assignació d'elements: mapatge	100
5.5.2	Orientació de les facetes.....	101

5.5.3	Ajust entre facetes.	101
5.6	Validació del mètode en condicions reals de treball.	102
5.6.1	Resultats amb font extensa.....	102
5.6.2	Resultats amb conjunt de facetes.....	111
Capítol 6 Conclusions i treballs futurs.....		115
6.1	Conclusions	115
6.2	Treballs futurs	117
Bibliografia.....		119

ANNEXES

A Gràfiques resultants de les simulacions amb font puntual.....		127
A.1	Parcel·la objectiu centrada. Mida de la faceta 5x5 mm.....	129
A.2	Parcel·la objectiu centrada. Mida de la faceta 10x10 mm.....	136
A.3	Parcel·la objectiu centrada. Mida de la faceta 20x20 mm.....	143
A.4	Parcel·la objectiu centrada. Mida de la faceta 40x40 mm.....	150
A.5	Parcel·la objectiu descentrada. Mida faceta 5x5 mm.....	157
A.5.1	Funció concentradora	157
A.5.2	Funció expansora 20% E=50.....	161
A.6	Parcel·la objectiu descentrada. Mida faceta 10x10 mm.....	165
A.6.1	Funció concentradora	165
A.6.2	Funció expansora 20% E=100.....	169
A.7	Parcel·la objectiu descentrada. Mida faceta 20x20 mm.....	173
A.7.1	Funció concentradora	173
A.7.2	Funció expansora 20% E=200.....	177
A.8	Parcel·la objectiu descentrada. Mida faceta 40x40 mm.....	181
A.8.1	Funció concentradora	181
A.8.2	Funció expansora 20% E=400.....	185

B.	Gràfiques resultants de les simulacions amb font extensa.....	189
B.1	Parcel·la objectiu centrada. Funció concentradora.	190
B.1.1	Mida de la faceta: 5x5 mm.....	190
B.1.2	Mida de la faceta: 10x10 mm.....	192
B.1.3	Mida de la faceta: 20x20 mm.....	195
B.1.4	Mida de la faceta: 40x40 mm.....	198
B.2	Parcel·la objectiu centrada. Funció expansora.	201
B.2.1	Mida de la faceta: 5x5 mm.....	201
B.2.2	Mida de la faceta: 10x10 mm.....	203
B.2.3	Mida de la faceta: 20x20 mm.....	206
B.2.4	Mida de la faceta: 40x40 mm.....	209
B.3	Parcel·la objectiu descentrada. Funció concentradora.....	212
B.3.1	Parcel·la objectiu descentrada 10 °	212
B.3.2	Parcel·la objectiu descentrada 20 °	215
B.3.3	Parcel·la objectiu descentrada 40 °	218
B.4	Funció Expansora. Parcel·la objectiu descentrada.....	221
B.4.1	Parcel·la objectiu descentrada 10 °	221
B.4.2	Parcel·la objectiu descentrada 20 °	224
B.4.3	Parcel·la objectiu descentrada 40°.....	227
B.5	Múltiples facetes: 9 facetes (3x3)	230
B.5.1	Funció concentradora	230
B.5.2	Funció expansora	246

Capítol 1 Introducció

El treball que es presenta s'emmarca en el camp del disseny de sistemes òptics assistit per ordinador i forma part d'un projecte més ampli en el que s'estudien i s'implementen processos automàtics de disseny destinats a reduir el lapse temporal que inevitablement s'interposa entre la idea i el dispositiu funcional.

Tradicionalment, quan es parla de disseny òptic es pensa en disseny de sistemes que formen imatge, ja que la majoria d'instruments clàssics que han donat impuls al disseny òptic són d'aquest tipus (telescopis, microscopis, càmeres fotogràfiques, sistemes de projecció, etcètera). Tanmateix, els sistemes òptics no formadors d'imatge tenen gran pes específic en el món de l'òptica, en especial en el camp de la il·luminació.

Els sistemes òptics no formadors d'imatge són aquells sistemes que tenen com a objectiu redistribuir l'energia radiant mitjançant elements òptics (lents, miralls, prismes....) sense obtenir una imatge, concentrant o distribuint l'energia d'una manera determinada segons les necessitats. Hi ha dues aplicacions principals: les aplicacions que els utilitzen com a concentradors per a plaques solars, i les que els utilitzen com a sistemes d'il·luminació.

El disseny òptic relacionat amb els sistemes no formadors d'imatge cobra importància en el moment en que la il·luminació entra de ple en la vida quotidiana: trobem lluminàries d'àmbit domèstic, en l'enllumenat públic, en l'àmbit de l'automoció i hi podríem afegir un llarg

etcètera. El món industrial empeny a introduir canvis continus per tal de satisfer la demanda del mercat. Constantment es generen nous dissenys, que han d'anar acompanyats d'una producció ràpida i eficient per tal que el producte arribi en poc temps al mercat. En un moment en que tot evoluciona i canvia ràpidament, el sistema de disseny ha d'evolucionar d'un mètode manual i semi-artesanal a un mètode automàtic.

En els sistemes d'il·luminació, l'objectiu és il·luminar eficaçment i uniforme per tal d'obtenir el màxim rendiment amb la mínima despesa energètica. Tradicionalment el disseny de lluminàries s'ha fet artesanalment, com moltes altres parts del disseny òptic. El disseny s'inicia definint unes condicions inicials a partir de l'experiència i intuïció del dissenyador que conforma un predisseny que ha de complir les característiques més bàsiques. A partir del predisseny i mitjançant algorismes, s'ajusten els paràmetres a través d'un procés manual o automàtic, fins que s'obté el disseny final que compleix els objectius i requeriments definits inicialment.

Un dels problemes amb que s'enfronta l'optimització de sistemes òptics és la necessitat d'un predisseny prou acurat per tal que el sistema automàtic sigui eficaç i s'acabi obtenint un sistema òptic de suficient qualitat. Definir els criteris generals per donar unes condicions inicials que siguin vàlides per a l'inici d'un procés automàtic de disseny, en el camp específic de l'òptica no formadora d'imatges, és un objectiu que contribueix, indubtablement, a la capacitat de reacció de la indústria davant les demandes del mercat.

En aquest primer capítol de la memòria es presenten els objectius, el plantejament del problema i les propostes de solució de manera que el lector, abans d'endinsar-se en totes les descripcions detallades dels mètodes exposats al llarg de la memòria, es pugui fer una idea general dels processos que l'ajudi a entendre el discurs global. Com és sabut, en tot treball científic, l'ordre amb que s'exposen els mètodes o resultats no sempre coincideix amb l'ordre que s'ha seguit a l'hora de desenvolupar-los, i aquest ordre tampoc no té per què coincidir amb el dels processos que es posaran a la pràctica. Tenir una visió general prèvia, doncs, pot ajudar a seguir millor el discurs, sigui quin sigui l'ordre en que finalment es presenten els elements principals del mètode al llarg de la memòria.

1.1 Objectius

Amb el present treball es pretén definir una estratègia per el disseny de reflectors com a sistemes òptics no formadors d'imatges. Aquesta tasca s'ha fixat al voltant de dos objectius principals. El primer és **dissenyar reflectors d'una sola superfície de forma lliure** que proporcionin una distribució de llum preestablerta en el pla objectiu, i el segon objectiu és, a partir de diversos reflectors de forma lliure, proporcionar **un mètode que permeti generar configuracions inicials vàlides per al disseny global de sistemes no formadors d'imatges** en el camp de la il·luminació que, a més, minimitzi l'ús del sistema clàssic de prova i error en aquest tipus de disseny. No es pot oblidar que les configuracions inicials han de ser punt de partida dels processos d'optimització automàtics.

En el camí per assolir els primer objectiu principals, s'han marcat dos objectius secundaris, el primer dels quals és ***exposar una estratègia 2D per construir solucions 3D com a part del procediment per generar una faceta de forma lliure***. Aquest objectiu secundari es desenvoluparà àmpliament en el capítol 3. El segon objectiu secundari és ***descriure la geometria del reflector de forma lliure mitjançant superfícies de Bézier a través del procés simplificat de càlcul en 2D***. L'objectiu es desenvoluparà àmpliament al llarg del capítol 4 d'aquesta memòria.

Per assolir el segon objectiu principal, que és proporcionar **un mètode que permeti generar configuracions inicials vàlides per al disseny global de sistemes no formadors d'imatges en el context de disseny d'un reflector facetat**, es defineixen dos objectius secundaris que estan relacionats amb els processos de segmentació necessaris per el predisseny del reflector i es desenvoluparan àmpliament al llarg del capítol 5 d'aquesta memòria. Per una part és ***necessari descriure un mètode de segmentació del reflector basat en la distribució de luminància de la font*** i que ha de tenir en compte, necessàriament, la segmentació de la font, i per últim s'ha de ***descriure un mètode de segmentació de la superfície objectiu***.

1.2 Plantejament del problema: optimització i disseny de reflectors d'una sola superfície.

En el disseny de reflectors hi intervenen el propi reflector, la font i la distribució d'il·luminació en el pla final, és a dir, l'objectiu d'il·luminació. Aquests tres elements s'han de lligar forçosament a l'hora de plantejar solucions de disseny de superfícies reflectores.

L'objectiu d'il·luminació pot ser complex, sigui perquè es busquen zones d'il·luminació irregular, sigui perquè es busqui una distribució regular en zones de geometries que no són de revolució.

Per tal que el procés d'optimització funcioni, s'han de donar unes condicions inicials vàlides, tot i així és possible que el procés d'optimització no convergeixi i s'hagi de re-iniciar el procés. En general, quan no es disposa d'un mètode per definir condicions inicials, es comença el procés proposant superfícies aleatòriament i fent prova/error per tal d'obtenir una primera condició inicial vàlida, moment en que es pot aplicar un procés d'optimització que condueixi a una solució final que pot ser avaluada globalment. Disposar d'un mètode de càlcul que permeti obtenir condicions inicials ben condicionades i que respecti les condicions de disseny imposades per la font i l'objectiu d'il·luminació, suposa poder iniciar un procés d'optimització amb una mínima garantia d'èxit.

A causa de que en òptica no formadora d'imatges no hi ha ni l'equivalent a l'òptica geomètrica ni a la teoria d'aberracions de l'òptica formadora d'imatges, no és fàcil donar les primeres aproximacions per iniciar un disseny. En òptica formadora d'imatges, per conèixer el comportament d'un sistema òptic i calcular-ne les aberracions, només cal triar algunes desenes de rajos ben distribuïts a la pupil·la. En canvi, en òptica no formadora d'imatges, es necessita una mostra de rajos molt més àmplia, de l'ordre de centenars de milers, per tenir una idea del comportament del sistema. Això fa que iniciar un disseny susceptible a ser optimitzat sigui computacionalment complex i costós.

Els processos d'optimització requereixen funcions de mèrit. En el cas d'òptica no formadora d'imatges, aquestes poden ser molt complexes ja que les superfícies que no són de revolució estan descrites per múltiples paràmetres. Per altra banda, els objectius de disseny poden ser molt diversos incloent coses tan diferents com concentrar o difondre el flux lluminós, o obtenir una distribució espacial uniforme o totalment dispar. Així, en un procés de disseny complex amb moltes variables, les funcions de mèrit són també complexes i s'han d'aplicar per zones o amb aproximacions successives entre grups d'elements si no es vol col·lapsar el sistema d'optimització.

1.3 Proposta de solució

En el context exposat es fa necessari acotar les condicions d'optimització per tal que el disseny sigui computacionalment viable. En primer lloc, s'hauria de partir d'una superfície amb condicions inicials suficientment bones per dur l'optimització a un resultat avaluable i en segon lloc, s'hauria de reduir el nombre de paràmetres a optimitzar. Així, en aquest context de disseny, treballant amb una sola superfície, la proposta més raonable serà descriure superfícies de forma lliure amb un número controlat de paràmetres.

La solució que es proposa en aquest treball és un mètode que permet generar condicions inicials per abordar dissenys de reflectors, basat en superfícies de Bézier i vàlid tant en el disseny de lluminàries com en el disseny de sistemes concentradors. S'han escollit superfícies de Bézier ja que són superfícies de forma lliure i tenen un nombre controlat de paràmetres que poden intervenir en el posterior procés d'optimització. Per tal que el disseny respongui a les necessitats reals, és necessari que en el mètode que es proposa com a solució es tinguin en compte els condicionants constructius i les condicions de contorn, per tant, el reflector, la font i l'objectiu d'il·luminació, són, necessàriament, elements actius del disseny.

Per assolir solucions viables amb reflectors d'una sola superfície, és necessari introduir elements que donin flexibilitat al disseny i permetin ajustar els resultats a l'objectiu final (Baeuerle et al. 2012; Cassarly et al. 2000; Fournier, Cassarly, and Rolland 2010a, 2010b; Leutz and Ries 2003; Pohl et al. 2003). Així doncs s'ha optat per partir del disseny en facetes on cada faceta correspon a una superfície de Bézier i és necessari, per al seu disseny, descriure la geometria dels seus contorns i la seva orientació en relació a la font i a l'objectiu d'il·luminació. Aquest tipus de solucions plantejades tenen prou flexibilitat com per poder generar diferents condicions inicials que poden ser població inicial per mètodes d'optimització basats en superfícies de Bézier (Doyle, Corcoran, and Connell 1999; Turner and Garcia 2008; Wang et al. 2011; Wu et al. 2011).

La solució que es proposa, que és un mètode d'obtenció de condicions inicials per el disseny d'un reflector amb facetes de forma lliure, és un mètode semi-automàtic de suport i assistència al dissenyador i està centrat en els següents cinc processos:

- Caracterització i segmentació de la font.
- Distribució d'il·luminació en el pla objectiu.

- Obtenció de facetes per segmentació del reflector amb criteris fotomètrics.
- Orientació de les facetes.
- Descripció de la geometria de la superfície de les facetes.

Així doncs, les característiques de la font i la distribució d'il·luminació en el pla objectiu defineixen les facetes: els seus contorns i la seva orientació. La geometria de les facetes és de forma lliure i la seva descripció en termes de superfícies de Bézier permet la parametrització de les superfícies que les formen per facilitar-ne el tractament, sigui quin sigui el sistema d'optimització que s'apliqui posteriorment.

Per tal de donar solució al problema plantejat s'han de tenir en compte els condicionants constructius del disseny per, posteriorment descriure les etapes que portaran a un disseny amb garanties d'èxit.

1.3.1 Condicionants constructius del disseny

Els problemes de disseny es poden plantejar des d'un punt de vista purament teòric buscant solucions exactes, però si es volen solucions reals i de construcció factible, s'han de tenir en compte una sèrie de condicionants constructius que acabaran formant part dels processos de disseny. Sovint aquests condicionants comporten restriccions que no troben formulació en els problemes de disseny òptic en sentit tradicional.

Els condicionants dels que partim són els que es descriuen a continuació:

- el tipus de reflector: reflector facetat d'una sola superfície activa, que pot contenir discontinuïtats o canvis bruscos de pendent,
- el tipus de font, segons la seva extensió (puntual o extensa) i el tipus d'emissió (lambertiana, irregular, etcètera),
- els objectius de disseny, que es donen mitjançant funcions de mèrit o d'altres criteris subjectius, i no pas per una distribució d'energies punt a punt,
- les condicions externes- mecàniques, de fabricació, de disposició- que afecten la forma, la posició del reflector i la mida de les facetes, i per últim
- el fet que es tracta d'un predisseny que haurà de ser sotmès a un procés d'optimització, així les superfícies s'han de definir de manera que siguin aptes per iniciar el procés d'optimització i necessàriament s'han d'obtenir mitjançant un procés ràpid i simple.

Aquest conjunt de condicionants constructius aparten al problema de disseny del problema estrictament matemàtic que és el càlcul d'una superfície teòrica de reflexió i que es resoluria utilitzant els lípsoïdes de solució exacte punt a punt (Oliker 2003). Els condicionants exposats ens porten a la tria de la família de funcions que s'utilitzen per expressar les superfícies solució de cada faceta com a superfícies de Bézier cúbiques. Aquesta família de funcions permet flexibilitat en la seva definició, permet canvis de forma i permet transicions en les formes de les superfícies de manera que són aptes per iniciar processos d'optimització posteriors.

1.3.2 Etapes de disseny

Per portar a terme el procés de disseny de configuracions inicials vàlides que atenguin als condicionants constructius, s'hauran de resoldre certs problemes tècnics i de càlcul per obtenir solucions possibles. Tenint en compte els processos esmentats anteriorment, es defineixen una sèrie d'etapes, que no necessàriament s'han de seguir de manera seqüencial. Les etapes de disseny es descriuen breument a continuació i en els capítols 3, 4 i 5 del present treball, es desenvoluparan i justificaran àmpliament.

Segmentació de la superfície objectiu

S'opta per segmentar la superfície a il·luminar per tal de poder fer una aproximació de distribució d'energies que compleixi els objectius d'il·luminació del disseny. Aquests poden estar definits de diverses maneres, com per exemple, mitjançant funcions de distribució o amb una distribució discreta d'intensitats en el pla objectiu. Per tal de poder fer una aproximació de distribució d'energies es proposa segmentar la superfície objectiu en parcel·les, determinant un punt de referència en cada parcel·la i definir un sistema de disseny punt a punt. Per disseny punt a punt s'entén relacionar un punt de la font amb el punt de referència de la parcel·la objectiu a través del punt central d'una faceta del reflector.

Això obre un ventall de possibilitats en el mètode de disseny que es detallarà en el procés de d'assignació d'elements (mapatge) ja que, segons les necessitats d'il·luminació, s'haurà d'ajustar la relació de nombre de facetes del mirall amb el nombre de segments de la superfície objectiu i definir les relacions que hi puguin haver entre les facetes i els segments.

Segmentació de la font

De la font, es segmenta tant la mida com el seu flux. Cada zona de la font resultant de la segmentació per mida, es tracta com a font puntual i se'n segmenta el seu flux. Aleshores, partint de la distribució de luminància de la font es planteja un mètode de segmentació del seu flux que és la base per a la segmentació del reflector. Es proposa la segmentació en feixos

basada en la distribució de flux en dos meridians d'una font real. En aquesta segmentació es busca un sistema de plans que afavoreixi una distribució regular de les facetes a la superfície reflectora. Així doncs, la segmentació del flux determinarà la segmentació del reflector, que permet controlar la distribució d'energia a la superfície objectiu, introduint flexibilitat en el procés de disseny en el que s'aconsegueix que la contribució de cada faceta sigui independent de les facetes veïnes.

Segmentació de la superfície reflectora

El procés de segmentació de la superfície reflectora serà fruit de de la segmentació del flux de la font. Aquest procés defineix els contorns de les facetes del reflector a les que posteriorment s'ha de donar forma com a superfícies de Bézier.

El procés de segmentació proposat proporciona facetes quadrangulars, que és una geometria que s'adapta molt be a la geometria de les superfícies de Bézier.

Procés d'assignació d'elements: mapatge

El procés de mapatge és el procés que assigna cada faceta del reflector a un segment de l'objectiu per tal d'establir les relacions que permeten fer un disseny punt a punt. Aquest procés obre un gran ventall de possibilitats: es pot definir un mapatge en el que cada faceta cobreixi l'àrea corresponent a un segment de l'objectiu o be que diverses facetes cobreixin un segment de l'objectiu, adaptant així les necessitats d'il·luminació de la parcel·la objectiu.

Orientació de les facetes

Una vegada establertes les ternes font-faceta-parcel·la objectiu, que es poden reduir a parelles faceta-segment objectiu, si reduïm la font a un únic punt, les facetes s'han d'orientar de manera que la major part de llum es dirigeixi cap a una zona propera al punt de referència de les parcel·les objectiu assignades. Aquesta primera aproximació és, evidentment, molt grollera, ja que les facetes són planes i encara no se'ls ha donat forma, per tant no tenen assignats els algorismes bàsics de millora que determinaran la geometria de la superfície.

S'ha vist, en el procés de definició de la geometria de les superfícies de les facetes, que el procés és sensible a la orientació i els millors resultats s'aconsegueixen quan es parteix de facetes ben orientades, fet que reforça la idea de que els processos d'optimització obtenen millors resultats quan parteixen de condicions inicials ben definides.

El procés d'orientació de facetes inclou també un procés de reubicació de les facetes per tal que les relacions de veïnatge entre facetes portin a minimitzar les zones de transició entre elles. La presència d'aquestes zones podria introduir dificultats en el procés final d'optimització.

Definició de la geometria de les facetes

Una vegada definit el contorn, la ubicació espacial i l'orientació de les facetes, s'ha de definir la geometria de cada faceta segons una família de superfícies. Els condicionants de disseny exposats anteriorment ens porten a la tria de la família de funcions de Bézier cúbiques com a funcions per definir les superfícies de les facetes del reflector ja que és una família de funcions que és simple de definir i a la vegada ofereix molta flexibilitat.

Per trobar la geometria de les facetes, s'atomitza el problema en parts simples, reduint el problema al càlcul en 2D utilitzant un nombre reduït de rajos. Les corbes a l'espai obtingudes amb aquest mètode permeten aixecar una superfície Bézier que és solució i a la que no calen ajustos ni interpolacions per representar-la en sistemes de CAD o per utilitzar-la en sistemes de simulació de sistemes òptics. Treballar d'aquesta manera és possible gràcies a que les superfícies de Bézier es poden construir a partir de la definició de corbes de Bézier, de manera que es pot aixecar una superfície de Bézier a partir de certes corbes de Bézier que ens assegurem que pertanyen a la superfície. Aquesta propietat ha permès definir un mètode de disseny basat en càlculs realitzats en diferents plans estratègicament escollits, mitjançant els quals es determinen diverses corbes planes de Bézier, que són les que permeten aixecar les superfícies de Bézier finals.

Les família de superfícies de Bézier triades compleixen dos requisits essencials per garantir l'èxit del disseny:

- són utilitzables en sistemes de càlcul de sistemes òptics estàndard per tal d'optimitzar-les o en sistemes de representació de CAD per poder-les fabricar, i
- en la definició de les superfícies no es perd informació rellevant ni propietats òptiques bàsiques en el procés de traspàs de dades d'un sistema a l'altre.

En el pas intermedi de treballar en 2D, s'ha de tenir en compte que les corbes de Bézier cúbiques estan definides per quatre punts de control, dos dels quals són als extrems cosa que permet ancorar la corba en una zona determinada. Els altres dos punts són els que donen

flexibilitat al mètode, ja que variant la seva posició es va conformant la forma final i obtenint diferents curvatures. El fet que una corba de Bézier pugui canviar la seva curvatura o forma mantenint fixes els seus extrems, ens permet pensar en un disseny que s'adapti als extrems de les facetes, el contorn i orientació de les quals, han estat prèviament definides. En el pas a 3D, si pensem en superfícies cúbiques de Bézier, aquestes tenen 16 punts de control, 4 dels quals corresponen als quatre extrems de la superfície, cosa que assegura el manteniment dels contorns de les facetes. La determinació de la resta de punts de control és el punt clau del mètode proposat.

El procés de definició de les corbes de Bézier (i per tant de les superfícies de Bézier) s'adapta a diferents exigències del disseny de manera que es poden obtenir resultats concentrant o distribuint l'energia d'una manera determinada segons la necessitat del dispositiu i les exigències de l'objectiu de disseny.

1.4 Esquema general de la tesi

En aquest primer capítol d'introducció s'han exposat els objectius del treball, els condicionants a tenir en compte a l'hora d'iniciar un disseny de reflector d'una sola superfície i s'han introduït les solucions que es proposaran al llarg de la memòria.

En el capítol 2 es presenta un resum de l'estat de la qüestió en el camp del disseny de reflectors, presentant mètodes diversos i maneres d'enfocar el problema, dispars o complementaris a la que presentem a la memòria.

En el capítol 3 s'exposa una estratègia 2D per construir solucions 3D com a part del procediment per generar una faceta de forma lliure, que cobreix una part dels objectius de la tesi i és la base per poder desenvolupar el mètode d'obtenció d'una superfície de Bézier.

El capítol 4 està dedicat a explicar el mètode d'obtenció de superfícies de Bézier a partir de les corbes de Bézier calculades en plans estratègicament escollits. En aquest capítol també es valida el mètode a partir de la comparació entre els resultats obtinguts, utilitzant el mètode proposat i els resultats obtinguts utilitzant un software comercial Zemax[™]. En ambdós casos s'utilitza una font puntual. La validació de resultats es presenta en l'annex A. Els capítols 3 i 4 responen al primer objectiu marcat: dissenyar reflectors d'una sola superfície sense necessitat

de simetria de revolució que proporcionin una distribució predefinida de llum en el pla objectiu.

El capítol 5 esta dedicat a la descripció de la segmentació de tots els elements que hi intervenen, així com al mapatge i interrelació entre font, facetes reflectores i superfície objectiu. Aquest capítol, combinat amb les peces definides en el capítol 4, respon al segon objectiu marcat: un mètode que permeti generar configuracions inicials vàlides per al disseny de sistemes no formadors d'imatges en el camp de la il·luminació per tal de minimitzar el sistema clàssic de prova i error en aquest tipus de disseny. També s'hi inclou la validació del conjunt de facetes obtingudes en condicions reals de construcció i us de les facetes, que es presenten en l'Annex B.

Capítol 2 Estat de la qüestió: òptica no formadora d'imatges aplicada a sistemes d'il·luminació.

2.1 Què és l'òptica no formadora d'imatges ?

L'òptica no formadora d'imatges tracta de la transferència i el redireccionament de radiació de manera controlada i eficient, mitjançant sistemes òptics (Winston 1984). És un camp en el que la formació de la imatge no és un requisit fonamental per a la transferència eficient de l'energia, tot i que no es descarta el fet de que es puguin formar imatges.

Els dos problemes bàsics que tracta de resoldre l'òptica no formadora d'imatges són, per una banda maximitzar la transferència de radiació, i per l'altre, crear una distribució d'il·luminació controlada. D'aquí surten els dos camps d'estudi de l'òptica no formadora d'imatges: els concentradors, que s'estudien bàsicament per aplicacions d'energia solar i els sistemes d'il·luminació, que tenen un camp d'aplicació molt més ampli.

Aquest projecte es dedica als sistemes d'il·luminació, però apuntarem a alguns conceptes bàsics relacionats amb els concentradors, ja que aquests han donat origen a algunes tècniques molt utilitzades en sistemes d'il·luminació. Al cap i a la fi, aprofitant la reversibilitat del camí de la llum, un concentrador pot esdevenir un molt bon sistema d'il·luminació en certes condicions acotades.

2.2 Conceptes bàsics

Hi ha diversos conceptes bàsics que s'han de tenir en compte a l'hora de treballar amb l'òptica no formadora d'imatges que definirem tot seguit d'acord amb la mesura en que hi estan relacionats.

2.2.1 Entendue

L'entendue és la capacitat que té un sistema òptic de transmetre la radiació. Descriu la integral d'àrea i d'angle sòlid sobre els que està definit el problema de transferència de radiació (Bass 1995). S'utilitza per determinar el guany entre l'àrea requerida i el domini de l'angle en els dissenys d'òptica sense imatge,

$$Entendue = n^2 \iint \cos(\theta) dA d\Omega \quad (2.1)$$

on n és l'índex de refracció i θ és l'angle entre la normal del diferencial d'àrea (dA) i el centroid del diferencial d'angle sòlid $d\Omega$.

A través de l'entendue, es pot expressar la luminància tal com segueix,

$$\frac{L}{n^2} = \frac{d\Phi}{Entendue} = \frac{d\Phi}{n^2 \cos(\theta) dA d\Omega} \quad (2.2)$$

on $d\Phi$ és el diferencial de flux.

Si L/n^2 és constant sobre un diferencial d'àrea i un domini angular, es compleix que si s'afegeixen elements òptics per modificar el diferencial d'àrea, aleshores el seu domini angular també ha de canviar (Born and Wolf 1999) (suposant la font com a cos negre). Això proporciona una relació inversa entre l'angle i l'àrea de manera que si l'angle de sortida augmenta respecte el d'entrada, l'àrea de sortida haurà de minvar, tal com es mostra a la Figura 2-1



Figura 2-1: Representació de la relació entre l'angle i l'àrea definida per l'entendue.

Si la font no és un cos negre, el flux reflectit pot passar a través de la font o bé es pot reflectir a través d'ella mateixa i per tant pot augmentar la relació L/n^2 . Aquest és el cas que es dona

quan es posa un mirall esfèric darrera una font per tal de recollir el flux a través de la regió d'emissió (Cassarly 2003).

2.2.2 Dissolució o pèrdues d'entendue

Dissolució és un terme que s'utilitza per a descriure la situació en la que l'espai de fase del receptor no està totalment ple (Bass 1995). Per exemple, es presentarien pèrdues en el cas d'una font lambertiana de radi 1 acoblada a un receptor de radi 2 (Figura 2-2 a). En aquest cas, l'àrea del receptor no està plena i estariem en un cas de pèrdua per àrea. El cas d'una pèrdua angular es donaria si el flux es transferís a un receptor utilitzant múltiples reflectors discrets (Figura 2-2b). Si hi haguessin obertures entre els elements reflectors, aleshores la distribució espacial del flux incident sobre el receptor, també presentaria forats i es produirien pèrdues d'entendue.

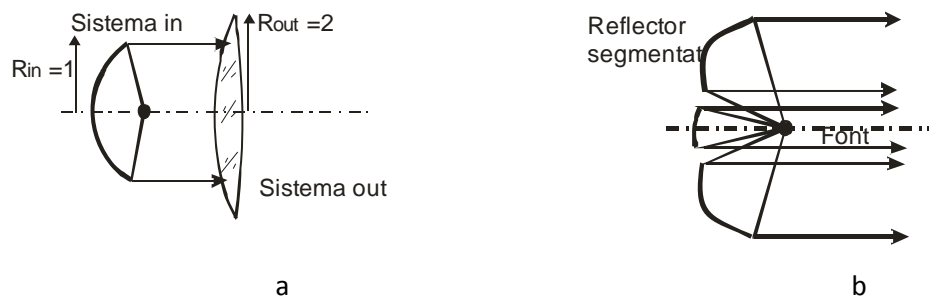


Figura 2-2: a) exemple de sistema no formador d'imatges amb pèrdues d'entendue per àrea b) exemple de sistema no formador d'imatges amb pèrdues d'entendue per angle.

2.2.3 Principi dels raigs de vora

La teoria d'aberracions que s'utilitza a l'òptica ordinària es substitueix, en el camp del disseny de concentradors, per un principi bàsic simple: el principi dels raigs de vora, que es basa en que la concentració màxima s'aconsegueix quan s'assegura que els raigs de màxim angle d'entrada al concentrador es dirigeixen a les vores del detector (Welford 1968; Winston 1984). Aplicant aquest principi es poden obtenir concentradors amb un coeficient de concentració molt alt. És un principi de disseny que és especialment adequat quan s'utilitzen fonts extenses.

En sistemes d'il·luminació, per el principi de raigs de vora, s'ha d'assegurar que els raigs provinents de les vores de les fonts de llum surtin de l'element òptic pel seu extrem i formant el màxim angle possible per el que ha estat dissenyat. Aquest principi és el que permet donar les acotacions inicials del disseny i ha estat bàsic en el disseny de les superfícies amb simetria de revolució utilitzats en els sistemes no formadors d'imatges, tal com mostren els autors que han treballat en aquest camp a la dècada dels 90 (Gordon and Rabl 1998; Jenkins and Kaminski

1997; Jenkins and Winston 1996a, 1996b; Ong et al. 1995; Rabl and Gordon 1994; Rabl et al. 1995, 1996; Ries and Muschaweck 2002; Ries and Winston 1994).

En el disseny de superfícies de forma lliure també s'utilitza el principi de raig de vora. Schreiber (Schreiber et al. 2006), que utilitza superfícies de Bézier en els seus dissenys, introdueix una modificació del principi de raig de vora que permet una formulació de la funció de mèrit en termes geomètrics. Guiying (Guiying et al. 2011), basant-se en la teoria de l'entendue i el principi de raig de vora desenvolupa un model matemàtic per al disseny de lents de reflexió total interna (TIR), i Zhao (Zhao et al. 2011) es basa també en el principi de raig de vora per el disseny de l'òptica refractiva de LEDs.

2.3 Sistemes d'il·luminació

Quan es parla de sistemes d'il·luminació s'ha de distingir entre els sistemes que il·luminen una imatge projectada i els sistemes que il·luminen una escena real. En ambdós casos, l'objectiu és il·luminar una escena de manera uniforme. En el primer cas es parla de sistemes de projecció, formats per un subsistema d'il·luminació que distribueix la llum sobre l'objecte a projectar i per un subsistema que forma la imatge de l'objecte il·luminat. En aquests casos, la uniformitat d'il·luminació depèn de la pròpia il·luminació de l'objecte i de com l'òptica de projecció transporta el flux entre l'objecte i la imatge. En el segon cas, en que s'il·lumina una escena, es parla de sistemes de generació de feix. En els sistemes de generació de feix, la uniformitat de la il·luminació depèn del tipus de font, dels elements òptics que intervenen en la generació del feix lluminós i de les distàncies relatives entre els elements, això és, de si es tracta de camp proper o de camp llunyà. Com a exemples de sistemes de generació de feix podem citar els fars o llums pilot d'un automòbil, els sistemes per il·luminar visors d'electrodomèstics o una làmpada convencional d'il·luminació domèstica o de via pública.

El treball que es presenta en aquesta memòria es centra en sistemes de generació de feix, tot i que ens hi referim amb el nom genèric de sistemes d'il·luminació.

A continuació es presenten breument els elements que acostumen a formar part dels sistemes d'il·luminació i els diferents mètodes de disseny que s'utilitzen.

2.3.1 Òptica per a la generació de feix

En il·luminació s'utilitzen tot tipus d'elements òptics per a la generació de feix: refractors i reflectors. Es va començar utilitzant sistemes tradicionals formadors d'imatge, adaptant-los a les necessitats de l'òptica no formadora d'imatges, però aviat es va veure que els dissenys s'havien de plantejar d'una manera totalment diferent, introduint nous graus de llibertat, apart de l'àrea i la divergència del feix (Littlejohn and Winston 1993). En l'òptica que forma imatges, quan es vol augmentar els graus de llibertat s'afegeixen noves lents. En canvi, en el camp de l'òptica no formadora d'imatges, per augmentar els graus de llibertat, el que es fa és dividir les superfícies en regions múltiples. Es pot dir que l'òptica que forma imatges introdueix graus de llibertat utilitzant superfícies en sèrie, mentre que l'òptica no formadora d'imatges augmenta els graus de llibertat utilitzant superfícies en paral·lel (Cassarly 2003).

Quan s'utilitzen sistemes refractors es treballa amb matrius de lents o bé amb matrius de LEDs que porten incorporada la pròpia òptica. En general es fa un primer disseny individualitzat lent a lent i posteriorment s'ajusta el disseny globalment tenint en compte les condicions generals de contorn. Dins la categoria d'òptica refractiva, a part de les lents tradicionals, es poden considerar un altre dispositiu: les guies de llum (Cheng, Y. K. & Chern 2006). Les guies de llum, aprofitant la reflexió total interna, transmeten la llum a través del material. En sistemes d'il·luminació s'utilitzen les barres de llum, que són les guies de llum que no tenen capacitat de portar informació. Quan la llum entra en un dels extrems de la barra de llum, la il·luminació a l'altre cap pot arribar a ser molt uniforme. La uniformitat depèn de la distribució espacial del flux, de la seva intensitat a l'entrada, i de la geometria de la barra de llum. S'ha vist que quadrats o hexàgons proporcionen una il·luminació més uniforme que altres formes geomètriques (Leutz and Ries 2003). També es pot obtenir una bona uniformitat amb barres de llum còniques, això és, l'entrada i la sortida són de diferent mida. Aquesta configuració pot proporcionar una bona conservació de l'entendue, i dona millors resultats si els angles més grans es donen a l'entrada de la barra de llum i els més petits a la sortida (Anurag Gupta, Junwon Lee 2001; Li, Inatsugu, and Sillyman 2004). Part de la tecnologia desenvolupada per el disseny de barres de llum durant la primera dècada dels anys 00, s'ha utilitzat per el disseny de lents de reflexió total interna, que s'utilitzen en algunes aplicacions d'òptiques per a LEDs (Fournier 2011; Guiying et al. 2011; Jiang et al. 2010).

En els sistemes reflectors s'utilitzen superfícies facetades ja que així s'aconsegueix dirigir múltiples porcions del flux de la font cap a zones comunes de l'escena, cosa que aconsegueix

uniformitzar-ne la il·luminació. Els reflectors facetats són també útils perquè poden compensar efectes no desitjats que provoca la font, com asimetries o una distribució de flux estructurada. El terme reflector facetat identifica els reflectors que es componen per diferents segments, i és un terme i una eina de disseny que es comença a utilitzar a finals dels anys 90 (David, Walker, and Cassarly 1998). Els reflectors facetats poden estar formats per facetes convergents, divergents o per facetes planes, que es consideren divergents perquè formen la imatge de la font darrera el reflector. La intersecció entre facetes del mateix tipus (totes divergents o totes convergents) introdueix una discontinuïtat en el pendent del reflector. Les versions mixtes ofereixen la possibilitat de minimitzar les discontinuïtats en el pendent de la corba del reflector.

Per acabar aquest apartat direm que moltes vegades els sistemes d'il·luminació no prenen una solució única, si no que en combinen diverses en un sol disseny, així és freqüent trobar combinacions de matrius de lents i guies de llum, o combinació de lents i reflectors.

2.3.2 LEDs i superfícies de forma lliure

La il·luminació amb fonts LED és una realitat des de fa ja més d'una dècada. A partir del 2003 la tecnologia LED està prou avançada com perquè s'utilitzi la font LED com una alternativa real a les fonts d'il·luminació tradicionals (Pelka and Patel 2003). Les seves característiques com a font compacta i les emissions a baixes temperatures, han fet que el camp de la il·luminació prengui un camí totalment diferent, donant resposta a la necessitat de dissenyar superfícies més complexes per disposar de sistemes d'il·luminació uniforme.

Per obtenir dissenys plausibles amb fonts LED, s'han hagut de desenvolupar tècniques de disseny de superfícies de forma lliure (freeform), això és, superfícies sense simetria de revolució, tan per a sistemes refractors com per a sistemes reflectors o bé per a sistemes híbrids que combinen superfícies reflectores i refractores. Aquest tipus de superfícies poden resoldre amb eficàcia els requeriments d'il·luminació no simètrics, com pot ser el cas de fars de cotxes o la il·luminació de carrers: en ambdós casos, les característiques de la font i els requeriments de l'objectiu d'il·luminació són molt diferents i asimètrics entre ells. Les superfícies de forma lliure ofereixen nous graus de llibertat respecte les superfícies amb simetria de revolució, graus de llibertat que s'aprofiten per augmentar l'eficiència o reduir el número d'elements necessaris en el disseny (Miñano, Benítez, and Santamaría 2010).

Els dissenys de sistemes d'il·luminació amb LEDs són una realitat per l'avenç en tres camps en paral·lel: el disseny de superfícies de forma lliure, la modelització de les fonts i els processos de fabricació i control de superfícies. El primer factor és objecte del present treball, els altres dos els apuntarem molt breument.

Les tècniques de **modelització de fonts** han contribuït a que els dissenys de sistemes d'il·luminació amb LEDs siguin una realitat, ja que la distribució inicial de feix és essencial per portar a terme el disseny de l'òptica en les condicions més properes a la realitat possible. Siegel (Siegel and Stock 1996) comença a descriure un mètode de modelització de fonts, combinant mesures experimentals amb anàlisis de Fourier de manera que simula la font com si fos un radiador esfèric equivalent, cosa que contribueix a fer simulacions més ràpides.

Al 2001, Jacobson (Jacobson and Gengelbach 2001) presenta un dels primers models de disseny d'un LED amb òptica incorporada per aplicació a un sistema d'il·luminació que arranca amb la modelització de l'emissió del LED. Generalment la modelització del LEDs es fa a través de models matemàtics a partir de mesures experimentals (Blanco et al. 2007).

Processos de fabricació i control de superfícies: amb la incorporació de superfícies de forma lliure al disseny industrial i sobretot en la indústria de l'automòbil a través de fars de cotxes, s'han desenvolupat diverses tècniques de caracterització, mesura i fabricació de superfícies de forma lliure que han permès portar al món industrial i fer realitat el disseny de dispositius que incorporen superfícies de forma lliure. Sense aquestes tècniques, els avenços en els disseny de noves superfícies hauria quedat estancat. Són diverses les tècniques i mètodes que s'utilitzen, tant per a la fabricació (Li and Yi 2010, 2011; Michaelis et al. 2008), l'estudi de toleràncies (Timinger et al. 2011) o per el control una vegada superat el procés de fabricació (Forbes 2012). En aquest camp, el grup de treball de la Hong Kong Polytechnical University, ja al 2006 van presentar un model de metrologia superficial per al control de superfícies de forma lliure (Kong et al. 2006) i posteriorment van desenvolupar el mètode el mètode OGFM (Optical-Geometrical Feature Based Method) per a la caracterització d'òptica formada per superfícies de forma lliure. El mètode estableix una relació entre les característiques geomètriques de la superfície de forma lliure i el seu comportament òptic. (Kong and Cheung 2011; Kong et al. 2011).

2.3.3 Mètodes de disseny

A continuació presentem un breu resum de les diferents tècniques de disseny de superfícies de forma lliure que s'utilitzen en sistemes d'il·luminació, que han pres força des de l'aparició dels LEDs com a fonts de llum eficients per aplicar en sistemes d'il·luminació. Bàsicament hi ha dues metodologies de disseny, la basada en optimització numèrica i la basada en mètodes directes.

Per finalitzar aquest apartat, s'ha inclòs un resum de les principals aportacions de dos temes que estan directament vinculats amb les mètodes de disseny: segmentació i mapatge per una part, i disseny amb superfícies compatibles amb llenguatge CAD per una altra.

2.3.3.1 *Optimització numèrica*

Aquesta tècnica es basa en dissenyar un sistema d'optimització basat en una funció de mèrit amb múltiples variables. Donat que els requeriments d'il·luminació són complexos, les funcions de mèrit també ho són i són susceptibles a tenir molts mínims i màxims locals que poden portar, en moltes ocasions, a camins sense sortida. (Bociort 2010; Cassarly 2007; Kudaev and Schreiber 2006; Serebriakov, Bociort, and Braat 2005).

Les tècniques d'optimització numèrica utilitzen diferents estratègies d'optimització, moltes d'elles adaptades de les tècniques d'optimització que s'utilitzen en l'optimització de sistemes òptics formadors d'imatges (Turner and Garcia 2008): les més utilitzades són les tècniques de mínims quadrats (DLS- damped least squares) (Rayces and Rosete-Aguilar 2004), simulated annealing, (Su, Xue, and Ji 2012), Downhill símplex (Koshel 2005; Yang et al. 2009), i algorismes genètics (Ashdown, Brackett, and Sikkens 1994; Cuevas et al. 2006; Fang and Tsai 2008).

Com en tot sistema d'optimització, i per tant en òptica formadora d'imatge i en òptica no formadora d'imatge, les tècniques d'optimització porten a millors resultats com més a prop de la solució final és el punt de partida (Tomás and Arasa 2012; Yabe 2012).

2.3.3.2 *Mètodes directes*

Els mètodes directes per el disseny de superfícies de forma lliure, parteixen d'una font amb el corresponent perfil d'emissió (element d'entrada) i d'una superfície objectiu on es defineix la intensitat o irradiància que es vol aconseguir (element de sortida). Es basen en definir una funció de transferència òptica entre els elements d'entrada i sortida del sistema, és a dir, entre

la font i la superfície objectiu. La funció de transferència porta a un procediment matemàtic que proporciona, sense iteracions, l'equació d'una superfície òptica.

Els mètodes directes són complexes de descriure i d'implementar, però tenen l'avantatge sobre els mètodes d'optimització clàssics, que no es queden encallats en mínims locals i poden obtenir solucions plausibles.

Realment, el mètode més eficient, és combinar els dos mètodes mencionats: una vegada plantejat el problema, derivar unes condicions inicials mitjançant algun dels mètodes directes, i posteriorment, partint d'una solució propera a la solució desitjada, aplicar un mètode d'optimització. Si les condicions inicials estan ben trobades, el número de variables disminueix dràsticament i el sistema convergeix més fàcilment cap a solucions satisfactòries.

Hi ha diversos mètodes directes per el disseny de superfícies de forma lliure. A continuació els descriurem breument en un intent de classificació.

Equacions en derivades parcials (EDP)

Les aplicacions òptiques de sistemes d'il·luminació, necessiten superfícies reflectores o refractores que siguin capaces de canviar la forma de la intensitat radiant d'una font per ajustar-la a una distribució d'irradiància que compleixi amb la distribució de llum a la superfície objectiu. Aquestes superfícies es poden determinar mitjançant EDPs (equacions en derivades parcials) i algorismes de càlcul que porten a descriure les superfícies de forma lliure (Ries and Muschaweck 2002).

Les EDPs no lineals de segon ordre de Monge-Ampere, són un dels tipus d'equacions que s'utilitzen ja que donen solucions a problemes de geometria diferencial en superfícies i són utilitzades per diversos autors (Kochengin, Oliker, and Tempksi 1998; Oliker 1993, 2003, 2011; Ries and Muschaweck 2001).

Segons Glimm i Oliker (Glimm and Oliker 2004), el problema de dissenyar un sistema de dos miralls que transformi un front d'ona pla en un front dona amb unes característiques donades a la sortida, és similar a resoldre el problema de transferència de massa conegut com a problema Monge Kantorovich, que és un problema clàssic d'optimització que es va generar als anys 20 i que també es resol amb EDPs.

La limitació que tenen els mètodes basats en EDP és que només són vàlids per a fonts puntuals, per tant si s'utilitza amb fonts extenses, aquestes s'han de situar lluny del sistema òptic per tal d'estar en condicions de font puntual.

Oval cartesià

A més dels complicats algorismes de càlcul i les EDP per trobar les superfícies de forma lliure que es necessiten per resoldre els problemes que plantegen els sistemes d'il·luminació, també s'han utilitzat idees geomètriques senzilles que han portat a solucions. Olikier(Olikier 2003) planteja el mètode dels paraboloides (supporting paraboloids), que és un algorisme de càlcul que resol el problema Monge Kantorovich, mètode que convergeix i te solució única (Caffarelli, Kochenguin, and Olikier 1999). Aquest mètode proposa la construcció del reflector a partir de seccions de paraboloides, cadascun dels quals dirigeix la llum de la font a una zona discreta de l'objectiu. Aquets mètode permet crear un patró arbitrari d'il·luminació en camp llunyà i per font puntual.

El mètode dels paraboloides s'ha generalitzat utilitzant l'oval cartesià enlloc dels paraboloides per tal d'obtenir dissenys de superfícies de forma lliure en un sistema òptic arbitrari (Michaelis, Schreiber, and Braeuer 2011). L'oval cartesià generalitzat és la superfície òptica que fa que el camí òptic entre dues superfícies òptiques sigui constant i no genera superfícies de forma lliure si es restringeix a fronts d'ona esfèrics, que és la definició original que en va fer Descartes. Si es generalitza per a qualsevol tipus de front d'ona, s'obtenen superfícies de forma lliure que es creen a partir d'un conjunt d'elements superficials bàsics que són ovals cartesianes adaptats al sistema òptic donat.

Superfícies múltiples simultànies (SMS)

El mètode de disseny SMS es pot considerar com una evolució de les solucions que es donen mitjançant el mètode de l'oval cartesià. Per tal de dissenyar un sistema òptic que acobli perfectament dos fronts d'ona d'entrada amb dos fronts d'ona de sortida es necessiten dues superfícies de forma lliure per resoldre el problema. El mètode SMS genera superfícies que en general no tenen una expressió analítica i s'han de calcular simultàniament i punt a punt, obtenint així superfícies de forma lliure acoblades (Benitez, Mohedano, and Miñano 1999; Dross et al. 2004; Miñano et al. 2010).

Mètodes de segmentació i mapatge basats en la distribució de flux

Hi ha diversos mètodes de segmentació basats en la distribució de flux que produeixen superfícies reflectores amb discontinuïtats. Aquests mètodes divideixen el problema en dues parts independents: la primera part resol la distribució del flux emès per la font en la superfície objectiu, i la segona part, una vegada està definida la relació de mapatge entre font i objectiu, resol la definició de la forma del reflector a partir d'integració numèrica des d'un punt inicial.

Segmentació i mapatge

A continuació es presenta un resum de les principals aportacions en segmentació i mapatge.

A inicis del anys 90 es comença a dissenyar en funció de la distribució de llum desitjada en la superfície objectiu (Winston and Ries 1993) i es donen algunes solucions bàsiques amb fonts extenses (Rabl and Gordon 1994).

A inicis de la dècada dels anys 00, Parkyn (Parkyn 1999) estableix criteris de segmentació de la font i la superfície utilitzant una segmentació d'igual flux per il·luminar una zona rectangular i paral·lelament, Cassarly (Cassarly et al. 2000) utilitza sistemes automàtics de disseny aplicat a reflectors facetats obtinguts amb tècniques de mapatge d'igual flux.

Wang (Wang, Qian, and Luo 2007) descriu un sistema de mapatge que estableix relacions independents entre variables de la font i de la superfície objectiu. Introdueix un mètode de control de la desviació normal dels rajos que provenen de la superfície que es descriu i estableix un algoritme que és aplicable a problemes d'il·luminació que requereixen il·luminar zones sense simetria de revolució. La superfície solució final presenta discontinuïtats.

Fournier (Fournier et al. 2010a) proposa el disseny d'una superfície reflectora de forma lliure basat en el mapatge de facetes d'igual flux de la superfície objectiu. Amb el mapatge descrit i construint la superfície utilitzant l'algoritme de generació de superfícies descrit per Oliker (Oliker 2003), es compleixen les condicions d'integrabilitat del reflector final, és a dir, s'obté una superfície continua. L'eficiència del mètode augmenta en funció del numero de facetes utilitzades, però això va en detriment al temps de càlcul utilitzat.

Fins aquí s'ha fet un repàs dels mètodes de disseny de superfícies de forma lliure més habituals com a part integrant de sistemes d'il·luminació. Tal com s'ha apuntat al principi del capítol, a la pràctica, la majoria de mètodes utilitzats per el disseny i l'aplicació industrial són producte

d'una combinació entre mètodes directes i mètodes d'optimització. Donada la creixent necessitat d'adaptar els dissenys a les condicions reals de la indústria, hi ha hagut una preocupació constant per poder portar a la pràctica els dissenys calculats amb el mínim d'alteracions possibles entre el disseny teòric i el producte real que s'ha de construir finalment amb les eines a l'abast de la indústria. Actualment, les eines de fabricació industrial estan adaptades al llenguatge de disseny mecànic que utilitza, en moltes ocasions, superfícies definides per funcions de Bézier, B-Spline o NURBs (Non Uniform Rotational B-Spline). Els dissenys creats amb aquest tipus de superfícies ja estan en el llenguatge del CAD i de les màquines de control numèric, per tant si es dissenya directament amb aquets tipus de superfícies, s'estalvien els problemes del procés de conversió dels polinomis en les seves representacions paramètriques, amb la pèrdua d'informació que això significa.

Diversos autors han adaptat alguns dels mètodes de disseny descrits anteriorment a aquestes famílies de superfícies. A continuació fem un petit recull dels treballs que han donat resultats en el disseny de superfícies descrites amb llenguatge compatible amb les eines de disseny industrial, i es veurà que en moltes ocasions aquest tipus de definició afavoreixen els processos d'optimització.

Disseny amb superfícies compatibles amb llenguatge CAD

(Doyle et al. 1999) utilitzen corbes de Bezier per automatitzar el disseny d'un reflector 2D amb estratègies d'evolució (evolució diferencial).

(Davenport 2002) utilitza NURBS per crear facetes d'un reflector. Fa una tria de les variables necessàries per representar la superfície NURBS, analitzant si són més efectius els algorismes de càlcul o les optimitzacions, segons els nombre de variables que es prenen.

(Kudaev and Schreiber 2006) utilitza superfícies descrites amb B-splines basades en funcions de Bézier: estudia la manera d'implementar aquestes superfícies al software de disseny òptic i utilitza optimització no lineal i funcions de mèrit adaptades. En definitiva, es donen eines flexibles de disseny.

(Turner and Garcia 2008) com a alternativa a les variables tradicional a d'optimització, utilitza els punts de control de superfícies de Bézier com a variables de control dels sistemes d'optimització.

(Ott 2008) presenta alguns mètodes per el dissenys de reflectors per a HUD, visualitzadors d'informació per a conducció, directament mitjançant NURBS per poder ho adaptar a la producció d'automòbils.

(Jester, Menke, and Urban 2011) introdueixen la representació de superfícies esfèriques amb B-Splines. S'utilitza un algorisme de traçat de rajos que dona el marge d'error en la utilització de B-Splines i dona peu a fer anàlisi de toleràncies en sistemes que contenen superfícies esfèriques.

(Koshel 2008) utilitza NURBS en dissenys híbrids en els que s'utilitzen sistemes de optimització fraccional. En aquests casos, les formes resultants poden ser difícils de fabricar si no es donen directament amb llenguatge compatible amb el de fabricació.

(Yang et al. 2009) desenvolupen un sistema iteratiu per el càlcul les coordenades d'intersecció d'un raig incident amb una superfície descrita com a B-spline. Quan es treballa amb superfícies segmentades, és un bon mètode per determinar el segment amb que el raig incideix i s'ha demostrat que és un mètode eficient per treballar amb superfícies de forma lliure per l'ús en CAD i en el disseny de fars de d'automòbils.

(Moiseev and Doshkolovich 2010) presenten un mètode de disseny de reflectors basat en el gradient d'optimització representat com a un spline bicúbic en coordenades esfèriques. Es defineixen els components òptics per dissenyar patrons d'il·luminació el·líptics o rectangulars, i el mètode és aplicable tant a font puntual com a font extensa.

(Wu et al. 2011) Descriu un mètode per generar superfícies de forma lliure contínues a partir de B-spline. Es defineixen els punts de control a partir de teories d'interpolació basant-se en els vectors tangents.

2.4 Cronologia del disseny de de sistemes òptics no formadors d'imatges

A continuació es presenta una cronologia de l'evolució històrica de l'òptica no formadora d'imatges aplicada a la il·luminació. Evidentment no és una cronologia exhaustiva, és només il·lustrativa i s'hi destaquen les aportacions més rellevants de cada dècada.

El període estudiat comprèn des de l'any 1968 amb el mètode del raig de vora, fins l'actualitat

70-80's: disseny de concentradors

Durant la dècada dels setanta es planteja el problema de dissenyar concentradors solars de rang ampli. S'abandona el principi de formar imatges amb obertures numèriques (AN) grans, i amb els CPC es comença a recollir els raigs en l'àrea més petita possible sense voler formar imatge. Es troben solucions ideals en 2D, que representen una bona aproximació en 3D.

Durant els anys vuitanta es treballa en aplicacions i adaptacions de la òptica no formadora d'imatges aplicada a concentradors solars. S'estudia el comportament termodinàmic dels concentradors i es desenvolupen eines per treballar en aquest camp, com simuladors de fonts de llum. Es comença a plantejar que cal introduir nous graus de llibertat per resoldre un ventall més ampli de problemes, com les solucions en 3D.

- 1968 • Mètode de raig de vora (Welford 1968).
- 1976 • Principis de Disseny de col·lectors solars (R. Winston 1976).
 - Millores de disseny en els CPC (R Winston 1976).
- 1978 • Planteja el problema dels concentradors ideals de flux (Welford and Winston 1978).
 - Disseny de col·lectors cònics per a fonts extenses (Winston 1978).
- 1979 • Solucions de disseny per a concentradors 2D amb òptica refractiva (Welford and Winston 1979).
- 1982 • Estudi dels límits termodinàmics dels concentradors solars (Welford and Winston 1982) (Winston and Welford 1982).
- 1985 • Estudi del comportament de guies de llum en òptica no formadora d'imatges (Jannson, Jannson, and Winston 1985).
- 1989 • Desenvolupament de simuladors d'emissors cos negre (Bartell 1989).

90's: adaptació de tècniques de concentradors a sistemes d'il·luminació

Durant la dècada dels noranta es comencen a aplicar les tècniques de concentradors al disseny de sistemes d'il·luminació. Es consoliden les tècniques de disseny amb fonts extenses i escena llunyana i els mètodes de disseny amb EDPs ordinàries i de tipus Monge Amper. Es fa disseny amb òptica a mida en funció de la distribució de flux desitjada en el pla de l'escena. Es comença a introduir l'optimització i automatització en el disseny de sistemes òptics que no formen imatge, i es comencen a introduir els miralls facetats.

- 1990 • Estudis i mesures de radiància en aplicacions d'òptica no formadora d'imatges (Smestad et al. 1990).
- 1992 • Mètodes de disseny directes: introducció del sistema SMS 2D (Miñano and Gonzalez 1992).
 - Introducció de tècniques de concentradors en el disseny de sistemes d'il·luminació (Gordon, Kashin, and Rabl 1992).
- 1993 • Disseny en funció de la distribució de flux desitjada (Winston and Ries 1993).
 - Mètodes de disseny directes amb EDP tipus Monge- Amper (Oliker 1993).
- 1994 • Solucions bàsiques amb fonts extenses (Rabl and Gordon 1994).
 - Reflectors a mida aplicats a il·luminació (Ries and Winston 1994).
 - Mètodes d'optimització numèrica: desenvolupament de software i algorismes genètics per el disseny de sistemes d'il·luminació (Ashdown et al. 1994).
- 1995 • Dissenys per fonts extenses en 2D (Ong et al. 1995).
- 1996 • Desenvolupament de fonts per utilitzar-les en el disseny automàtic de reflectors (Siegel and Stock 1996).
- 1998 • Introducció de miralls facetats en sistemes d'il·luminació (David et al. 1998).
- 1999 • Desenvolupament de mètode de disseny directe SMS en 3D (Benitez et al. 1999).
 - Desenvolupament de mètode de disseny directe amb EDP tipus Monge Kantorovich (Caffarelli et al. 1999).
 - Corbes de Bezier per automatitzar el disseny d'un reflector 2D amb estratègies d'evolució. (Doyle et al. 1999).
 - Aplicació de tècniques de mapatge per el disseny basat en forma lliure (Parkyn 1999).

00's: Introducció de LEDs com a font de llum i noves tècniques de disseny

Durant aquesta dècada es treballa principalment en processos d'optimització i automatització aplicat al disseny de sistemes d'il·luminació. S'introdueixen els LEDs com a fonts de llum per sistemes d'il·luminació. Es consolida l'ús d'estructures facetades i microestructures. Es dissenya directament amb famílies de superfícies compatibles amb el llenguatge CAD (Bézier, B-splines NURBS).

Es desenvolupen els sistemes de disseny basats en el mètode del paraboloides i en l'oval cartesià.

- 2000 • Es comença a aplicar disseny automàtic a miralls facetats (Cassarly et al. 2000).
- 2001 • Caracterització de LEDs per introduir-los en sistemes de simulació (Jacobson and Gengelbach 2001).
- 2002 • Definició de mètodes d'optimització per il·luminació (Cassarly and Hayford 2002).
- 2003 • Desenvolupament de mètode de disseny directe: mètode dels paraboloides (Oliker 2003).
 - Es comença a considerar el LED com a font vàlida per a sistemes eficients d'il·luminació (Pelka and Patel 2003).
 - Ús de microestructures per homogeneïtzar els patrons d'il·luminació (Leutz and Ries 2003).
- 2006 • Es desenvolupen models de metrologia superficial per al control de superfícies de forma lliure a nivell industrial. (Kong et al. 2006).
- 2008 • Ús de superfícies descrites amb NURBS en dissenys híbrids (Koshel 2008).
 - Ús de punts de control de superfícies de Bézier com a variables de control dels sistemes d'optimització (Turner and Garcia 2008).
- 2009 • Ús de traçat de rajos iteratiu per aplicar a superfícies descrites com a B-spline. (Yang et al. 2009).

10's: Aplicacions industrials de les tècniques d'il·luminació

Durant aquests últims anys s'han anat consolidant els mètodes de disseny amb superfícies compatibles amb CAD i s'han industrialitzat aplicacions com poden ser fars en el camp de l'automoció o lluminàries de carrer o carretera.

- 2010 • Mapatge de facetes d'igual flux (Fournier et al. 2010a).
- 2011 • Representació de superfícies òptiques esfèriques amb B-splines (Jester et al. 2011).
 - Generalització del mètode de paraboloides al mètode de l'oval cartesià (Michaelis et al. 2011).
- 2012 • Obtenció de condicions inicials per a sistemes d'optimització amb superfícies de Bezier (Tomás and Arasa 2012).
 - Aplicacions de tècniques en el camp dels fars d'automoció i il·luminació exterior (Heßling et al. 2012).
- 2014 • Dissenys de forma lliure utilitzant fonts extenses (Wester et al. 2014).
- 2015 • Mètode constructiu de facetes de forma lliure amb estratègia 2D (Tomás and Arasa 2015).

Capítol 3 Estratègia 2D per construir solucions 3D

L'objectiu d'aquest capítol és exposar una estratègia 2D per construir solucions 3D com a part del procediment per generar una faceta de forma lliure en el context de disseny d'un reflector facetat. El procediment per generar una faceta s'abordarà en el capítol 4, i la integració de diverses facetes en una superfície reflectora més gran es discuteix en el capítol 5. Cal tenir present que l'objectiu del mètode és obtenir condicions inicials per a la posterior optimització i que, per tant, no es pretén que les superfícies obtingudes siguin solucions exactes.

Per assolir la geometria final de la faceta, es parteix d'una superfície plana orientada apropiadament en l'espai. Aquesta superfície plana és fruit del procés de segmentació del reflector i del procés de correspondència element a element (o mapatge) que relaciona font, mirall i superfície a il·luminar (o superfície objectiu), procés que es descriu en el capítol 5.

La faceta generada ha de ser capaç d'il·luminar la zona de la superfície objectiu escollida tenint en compte els condicionants constructius del propi disseny. Cal recordar que la manera d'il·luminar la superfície objectiu ve definida emprant una funció de mèrit. Per exemple, la funció de mèrit pot conduir-nos a concentrar la llum al voltant del punt de referència de l'objectiu o bé a proporcionar una distribució de llum regular al seu voltant segons unes dimensions preestablertes. El mètode que es presenta per generar la superfície de la faceta del reflector és independent de la funcionalitat. Tot i que al llarg del treball s'utilitzen dues

funcions de mèrit per demostrar la viabilitat i flexibilitat del mètode, es poden implementar altres funcions de mèrit que s'adaptin a les necessitats específiques de cada disseny.

Les facetes generades són superfícies de Bézier obtingudes a través d'un procés de càlcul basat en la determinació d'un conjunt de corbes de Bézier 2D contingudes en certs plans estratègics. Mitjançant aquestes corbes, es calcula la superfície de cadascuna de les facetes buscades, tenint en compte que les corbes pertanyen a les superfícies. Cada faceta serà única, diferent i independent de les facetes veïnes, amb els seus propis coeficients de Bézier.

Les superfícies així obtingudes difereixen de les solucions clàssiques de transport de llum per reflexió entre una font puntual S (font) i un objectiu puntual T (objectiu) en dos sentits. Primer, perquè són només solucions aproximades. I segon, perquè responen a problemes més generals que el simple transport punt a punt, per exemple, quan el transport de llum per reflexió es fa seguint l'optimització respecte de funcions de mèrit que comporten una distribució de llum específica.

3.1 Superfícies de Bézier: solucions exactes versus solucions plausibles

Una faceta serà una superfície solució en sentit estricte, o una solució exacta, si donats una font puntual S , un punt objectiu T i un punt P de la faceta, qualsevol raig de llum originat a S que passi per P , passa també per T .

Fixat P , els tres punts S , P i T defineixen un pla de l'espai, i aquest pla conté la trajectòria del raig SPT . La intersecció de la superfície solució amb el pla és una corba plana que anomenarem corba solució. Aquesta corba passa per P , i per tant podem obtenir la secció de la faceta tridimensional sobre el pla SPT com a solució d'un problema de disseny bidimensional (Figura 3-1).

La llei de Snell bidimensional proporciona la recta tangent a la corba solució per P , o el que és equivalent, el seu vector normal \vec{N} i per tant, localment, determina la forma de la corba solució (Figura 3-1).

És interessant d'observar que, si bé hi ha molts plans tangents que contenen la recta tangent a la corba per P i, per tant, són compatibles amb la solució bidimensional, només un d'ells és perpendicular al vector normal \vec{N} , i per tant tangent a la superfície solució tridimensional

(faceta). Així, la llei de Snell bidimensional determina localment no només la forma de la corba solució continguda en el pla SPT , sinó també la forma de la superfície solució tridimensional que passa per P . És en aquest sentit que podem afirmar que les seccions per plans constitueixen una reducció dimensional del problema de disseny.

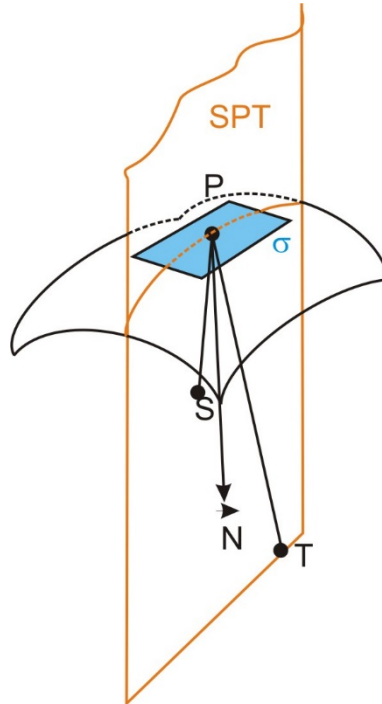


Figura 3-1: Esquema on es representa la corba solució que pertany a la superfície solució i està continguda en el pla SPT . El pla σ és el pla tangent a la superfície solució en el punt P i és perpendicular al vector normal \vec{N} . S representa una font puntual, P el punt fixat de pas per la superfície i T el punt objectiu.

Oliker (Oliker 2003) determina que fixats S i T , la superfície solució global és única, i es tracta d'un el·lipsoide de revolució que té per focus S i T . Així, n'hi ha prou amb imposar que la solució passi per un punt P per determinar-la. Si es vol que, a més de per P , la solució passi per un altre punt P' , només hi ha dues situacions possibles. O bé P' forma part de l'el·lipsoide de revolució solució, i és per tant una condició redundant, o bé no en forma part, i llavors la condició és inassolible. A la pràctica, la segona situació és ben freqüent degut a restriccions d'ordre pràctic, i per això **cal ampliar el criteri de què s'accepta com a solució**, per tal d'incloure-hi superfícies més enllà de les que són solucions en sentit matemàtic estricte.

Il·luminar no és altra cosa que distribuir la llum d'una manera determinada sobre una superfície seguint un patró pre-establert. Il·luminar implica, per tant, un transport d'energia de manera ordenada. Els problemes de disseny de reflectors porten de forma natural a solucions definides a trossos i és per això que es treballa amb superfícies facetades, per tal de distribuir adequadament l'energia a les zones establertes (Cassarly et al. 2000; David et al. 1998; Parkyn

1999; Ries and Muschaweck 2001). Tot i que en aquest capítol i en el següent es tracta només de la geometria d'una sola faceta, la tria del tipus de geometria de faceta ve condicionada, necessàriament, per les condicions reals de contorn. Així doncs, per donar solució als problemes d'il·luminació, és habitual disposar de fonts no puntuals, o extenses, que considerarem formades per un conjunt de punts S_i en comptes d'un sol punt S . Tampoc la zona a il·luminar es pot considerar reduïble a un únic punt T , sinó a tot un conjunt de punts T_j distribuïts sobre una superfície objectiu que, en general, suposarem plana. Així doncs, el que s'ha descrit com a solució en els paràgrafs anteriors, és només vàlid per a ternes úniques S, P, T .

A continuació s'apunten els problemes que es presenten quan es considera el conjunt de facetes en el disseny global del reflector si s'aplica la superfície solució en sentit matemàtic estricte.

Fixat un punt P de la superfície reflectora i triats un punt S_i de la font i un punt T_j a il·luminar, la llei de Snell determina un únic vector normal i , per tant, també un únic pla de reflexió tangent a la superfície solució que passa per P . En general, no es podran satisfer noves associacions entre rajos originats en altres S_k o amb destí a d'altres T_m si les seves trajectòries han de passar per P , atès que no hi pot haver més d'un pla tangent a la superfície solució en aquest punt fixat. La resposta natural consisteix en considerar una família de punts P_k en comptes d'un únic punt P , com a punts de pas de la superfície de reflexió (desconeguda, de moment). Cadascun d'aquests punts correspon a una faceta. D'aquesta manera, ternes $S_i P_k T_j$ definiran vectors normals, i per tant plans tangents a la superfície en els punts P_k que determinaran les solucions en entorns d'aquests P_k sota la forma d'el·lipsoïdes de revolució (Oliker 2003). La tria particular de les ternes $S_i P_k T_j$ correspon al procés de correspondència element a element (o mapatge). Això és, la funció punt a punt que relaciona els tres elements: la font, la superfície i la zona que es vol il·luminar¹.

Oliker (Caffarelli et al. 1999) demostra que, observant certes condicions, existeix una solució en forma de superfície contínua, diferenciable a trossos, que satisfà totes les associacions de ternes. La solució és, per a cada terna $S_i P_k T_j$, un el·lipsoïde de revolució considerat com a sòlid de l'espai tridimensional, i no només com a una superfície. Si fem la intersecció de tots aquest sòlids, obtenim un nou sòlid, que hauria de ser solució global.

¹ El procés de mapatge es defineix en el capítol 5.

La solució a base d'interseccar el·lipsoides de revolució planteja problemes en el moment de construir el reflector si volem que compleixi al màxim les condicions imposades com a sistema d'il·luminació, sobretot si les condicions de contorn i de distribució fotomètrica forcen que el reflector contingui determinats punts o que les facetes hagin de ser d'una mida prefixada o d'una forma regular.

En primer lloc, i tal com s'ha esmentat anteriorment, fixats S i T , l'el·lipsoide de revolució que és solució global, és únic. Així, n'hi ha prou amb imposar que la solució passi per un punt P per a determinar-lo, però no podem forçar que sigui solució per un altre punt P' fora de l'el·lipsoide.

També s'ha de tenir en compte que fent la intersecció de cada el·lipsoide obtingut per cada terna definida $S_i P_k T_j$ s'obté una superfície solució que, per la pròpia construcció, és contínua. En canvi, conté arestes que són les línies d'intersecció entre el·lipsoides diferents, i en els punts d'aquestes arestes el pla tangent no està definit, o el que és equivalent, la superfície no és diferenciable en aquests punts. En les zones on no és diferenciable, no admet pla tangent i per tant la reflexió del rajos no està definida.

Per altra part, les interseccions d'el·lipsoides no defineixen una xarxa de facetes uniformes. Si considerem cada fragment de superfície d'un el·lipsoide determinada per intersecció amb els altres el·lipsoide com una faceta, les arestes es tallen formant polígons de qualsevol nombre de costats. A més, les facetes tenen mides variables, presentant concentracions d'arestes al voltant de certs punts que en fan la construcció pràctica inviable.

Les superfícies representades per quàdriques no constitueixen una família de funcions que es puguin implementar, de manera natural, al llenguatge CAD. Això suposa una limitació a l'hora de processar la superfície solució formada per la intersecció d'el·lipsoides i integrar-ho en els sistemes habituals de càlcul i simulació de sistemes òptics o sistemes de mecanització. Per poder-ho fer, s'haurien d'interpol·lar les superfícies solució amb famílies de funcions que sí que es poden implementar de forma natural als CADs, com són les famílies de polinomis de Bézier, B-Splines, NURBS, etc. Fent això eliminaríem les arestes de la solució, bo i introduint correccions essencials del tot injustificables des del punt de vista del comportament de la llum tot allunyant-lo de la solució.

Finalment, plantejar un problema d'il·luminació com un problema múltiple puntual SPT_i és una reducció arbitrària. En general, els problemes d'il·luminació es descriuen més bé amb

plantejaments més generals que inclouen distribucions de llum en zones extenses, no només solucions punt a punt. En els casos que s'aparte de la solució punt a punt, es podrien trobar superfícies quàdriques que complissin requeriments específics de distribució de llum, però a l'hora de fer les interseccions presentarien la mateixa problemàtica que els el·lipsoïdes, a banda que tampoc no donarien solució en el cas freqüent que el problema d'il·luminació es descriu mitjançant l'ús de funcions de mèrit.

Per tot això, i perquè l'objectiu d'aquest estudi és proporcionar aproximacions inicials per alimentar algorismes d'optimització, la voluntat és de restringir les superfícies de treball al conjunt de **les superfícies de Bézier de tercer ordre**. Dins d'aquesta classe de superfícies es plantejarà i es resoldrà directament el problema de trobar solucions aproximades, plausibles des d'un punt de vista aplicat, que comparteixen llenguatge computacional amb les eines CAD o de càlcul i optimització, evitant així la pèrdua d'informació i precisió a l'hora de fer conversions i ajustos, a la vegada que es dona resposta a les necessitats de disseny que defineixen la distribució de llum mitjançant funcions de mèrit. La definició de solucions amb aquest tipus de superfícies també permet fer una distribució de facetes regular, tant pel que fa a la forma, ja que es defineixen superfícies quadrangulars, com pel que fa a la mida, que es pot controlar segons les condicions de mapatge que s'imposin prèviament.

L'objectiu és obtenir una faceta de Bézier quadrangular, acotada per quatre plans de l'espai, que sigui una porció de superfície reflectora acceptable com a solució aproximada d'un cert problema d'il·luminació definit per una funció de mèrit.

3.2 Estratègia per construir solucions 3D a partir de solucions 2D

Per trobar la superfície de la faceta que ha de complir els criteris de disseny imposats, es proposa un mètode constructiu de superfícies de Bézier a partir de disseny basat en càlculs 2D². És un mètode heurístic, que consisteix en la reducció d'un problema de reflexió tridimensional a un conjunt de problemes plans. El mètode és exacte pel problema clàssic SPT punt a punt sobre certs plans, aproximat pel mateix problema sobre altres plans, i proporciona una heurística per a problemes d'il·luminació amb funcions de mèrit. En l'apartat 3.2.1 es concreta quins són aquests plans de treball més habituals.

² El mètode constructiu de la faceta es detalla en el capítol 4

Es proposa treballar en 2D perquè traçar la marxa de rajos en el pla és computacionalment poc costós: calcular el diagrama d'impactes per eixos independents és simple i de molt fàcil visualització. Si es pot preveure el comportament del sistema superposant els diagrames d'impactes obtinguts per diversos eixos independents, es tindrà una manera de fer prediccions del comportament del sistema calculant molt pocs rajos reals. Així, escollint adequadament els eixos on aplicar els càlculs, es té un mètode ràpid de predicció de diagrama d'impactes.

Disposar de les solucions del problema *SPT* en forma de corbes planes contingudes en cert conjunt de plans, que anomenem plans de treball, permet construir la superfície reflectora solució a l'espai. L'objectiu d'aquest treball és fer-ho només en el cas que les corbes planes siguin corbes de Bézier, i la superfície solució a construir, o faceta, sigui també d'aquesta família. Les solucions que proposem no es basen en el·lipsoides ni en les seves seccions, sinó que es basen en superfícies de Bézier construïdes a partir de corbes de Bézier que s'obtenen a partir de les posicions de *S* i *T*. L'estudi que presentem a continuació aprofita les propietats de les solucions exactes basades en el·lipsoides per trobar els millors plans seccions on treballar i trobar unes relacions entre els focus de l'el·lipsoide i aquests plans. Aquestes relacions justifiquen les projeccions i aproximacions de *S* i *T* quan s'apliquen els algorismes per trobar les superfícies de Bézier.

3.2.1 Selecció de les corbes als plans de treball més habituals

Tal com s'ha explicat anteriorment, el mètode de reducció d'un problema de reflexió tridimensional a un conjunt reduït de corbes pot ser exacte segons els plans escollits si ens limitem a solucions punt a punt. Per a solucions generals ni sempre es poden escollir els plans adequats ni sempre es vol una solució punt a punt, però es pot seguir aplicant el mateix principi de càlcul de corbes contingudes en plans, i s'obtindran bones aproximacions inicials.

Si ens centrem en la solució clàssica del problema *SPT* a l'espai (l'el·lipsoide de focus *S* i *T* que passa per *P*), la intersecció de l'el·lipsoide solució amb qualsevol pla (que anomenem pla de treball o pla secció) determina una el·lipse (Figura 3-2). Totes aquestes el·lipses intersecció comparteixen la característica de ser solucions de les equacions diferencials ordinàries associades a la llei de Snell 2D en el pla que les conté. Com que en tots els casos es coneix un punt de pas (el punt *P* de reflexió), les el·lipses quedaran determinades si s'estableixen les posicions dels seus focus.

A continuació es presenta com són les el·lipses i quins són els seus focus en funció de la posició del pla de treball (pla de secció) (Figura 3-2 a).

1. Si el pla de treball és un pla del feix que determina la recta dels focus, ST , els focus de l'el·lipse intersecció són també S i T . Totes aquestes el·lipses són iguals, perquè l'el·lipsoide és de revolució (Figura 3-2b).
2. Si el pla de treball és un pla perpendicular a l'eix que uneix els focus S i T , la corba és una circumferència que passa per P i té per centre la intersecció de l'eix ST amb el pla. Altre cop, això és conseqüència de la simetria de revolució (Figura 3-2 c).
3. Si el pla de treball és paral·lel a l'eix que conté els focus S i T , la corba és una el·lipse proporcional a les descrites al punt 1. El càlcul dels focus d'aquesta el·lipse és immediat aplicant proporcionalitat (Figura 3-2 d).
4. Si el pla de treball és un pla que talla no perpendicularment l'eix que uneix els focus S i T , (Figura 3-2 e) el càlcul dels focus és complicat. Però a efectes pràctics, es proposa una solució aproximada molt simple, que consisteix en projectar els focus de l'el·lipsoide S i T sobre el pla de treball, obtenint els punts S' i T' , i resoldre el problema bidimensional $S'PT'$ (Fig 3-2b) La solució és també una el·lipse, però no coincideix exactament amb la intersecció del pla de treball amb l'el·lipsoide solució. Si s'utilitza aquesta corba plana per construir l'el·lipsoide solució, s'obté una superfície que serà una aproximació a la superfície solució exacta ³. Un cas particular interessant es produeix quan el pla de secció passa per un dels dos focus de l'el·lipsoide (Figura 3-2 f). En aquest cas, l'únic que té utilitat en el context d'aquesta memòria, es presenta a continuació completament resolt: coordenades exactes dels focus, coordenades aproximades via projecció, i error comès en l'aproximació.

Sempre que sigui possible, el pla de treball es definirà de manera que contingui S i T , per tant segons el primer supòsit (Figura 3-2 b). Quan això no sigui possible es definirà de manera que contingui T , que correspon al cas particular de 4 (Figura 3-2 f), per tant, només s'haurà de fer la projecció de S , obtenint un punt S' en el pla de treball, que actuarà com a font auxiliar (Figura 3-3).

³El detall del càlcul dels punts S' i T' es desenvolupa a l'apartat 3.3.3

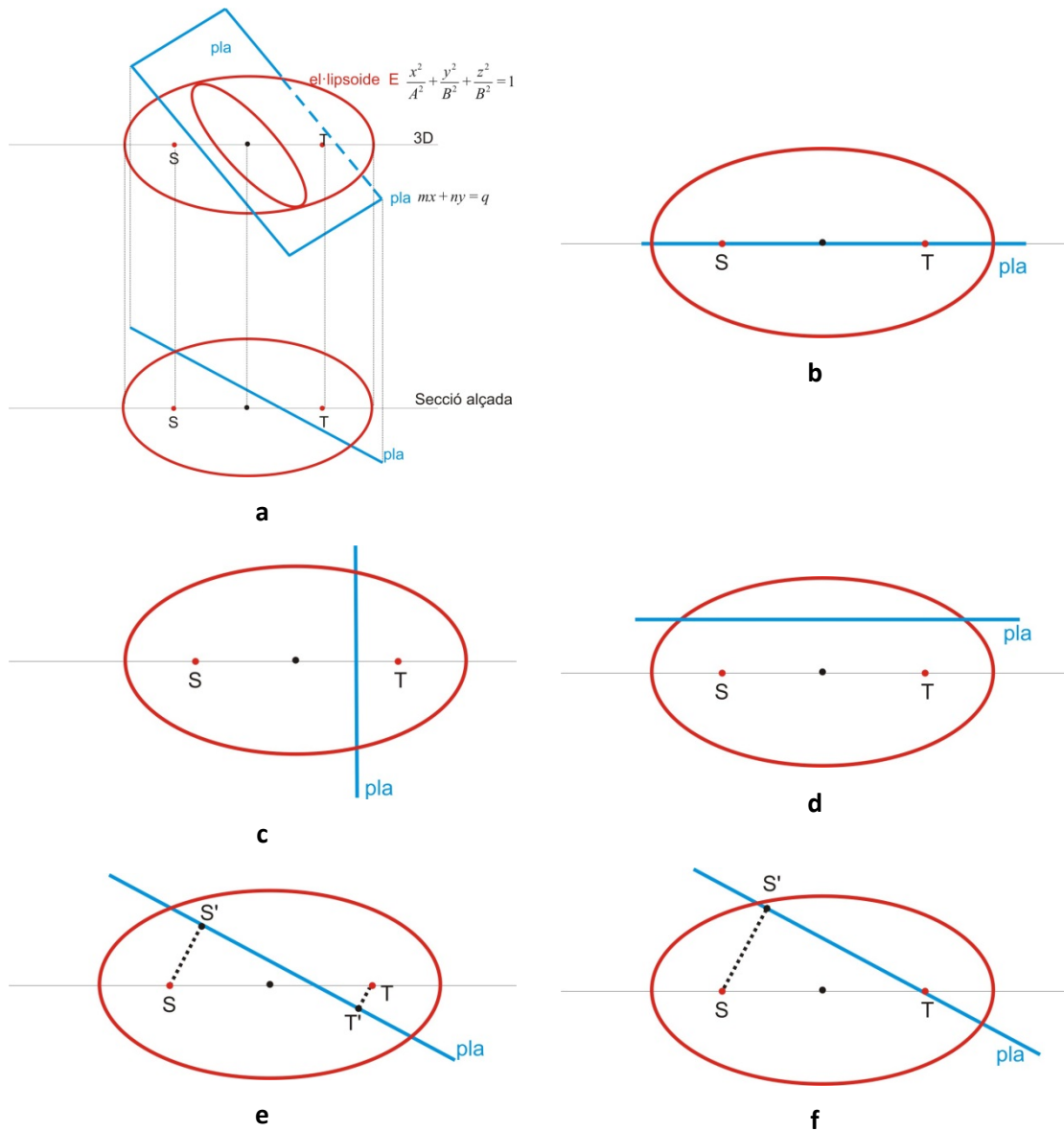


Figura 3-2. Posició dels focus de l'el·lipse en funció de la posició del pla de treball. a) Pla de treball. b) Si el pla de treball és un pla del feix que determina la recta dels focus, ST c) Si el pla de treball és un pla perpendicular a l'eix que uneix els focus S i T d) Si el pla de treball és paral·lel a l'eix que conté els focus S i T, e) Si el pla de treball és un pla que talla no perpendicularment l'eix que uneix els focus S i T f) cas particular en que el pla de treball passa per un dels dos focus de l'el·lipsoide essent el pla de treball un pla que talla no perpendicularment l'eix que uneix els focus S i T.

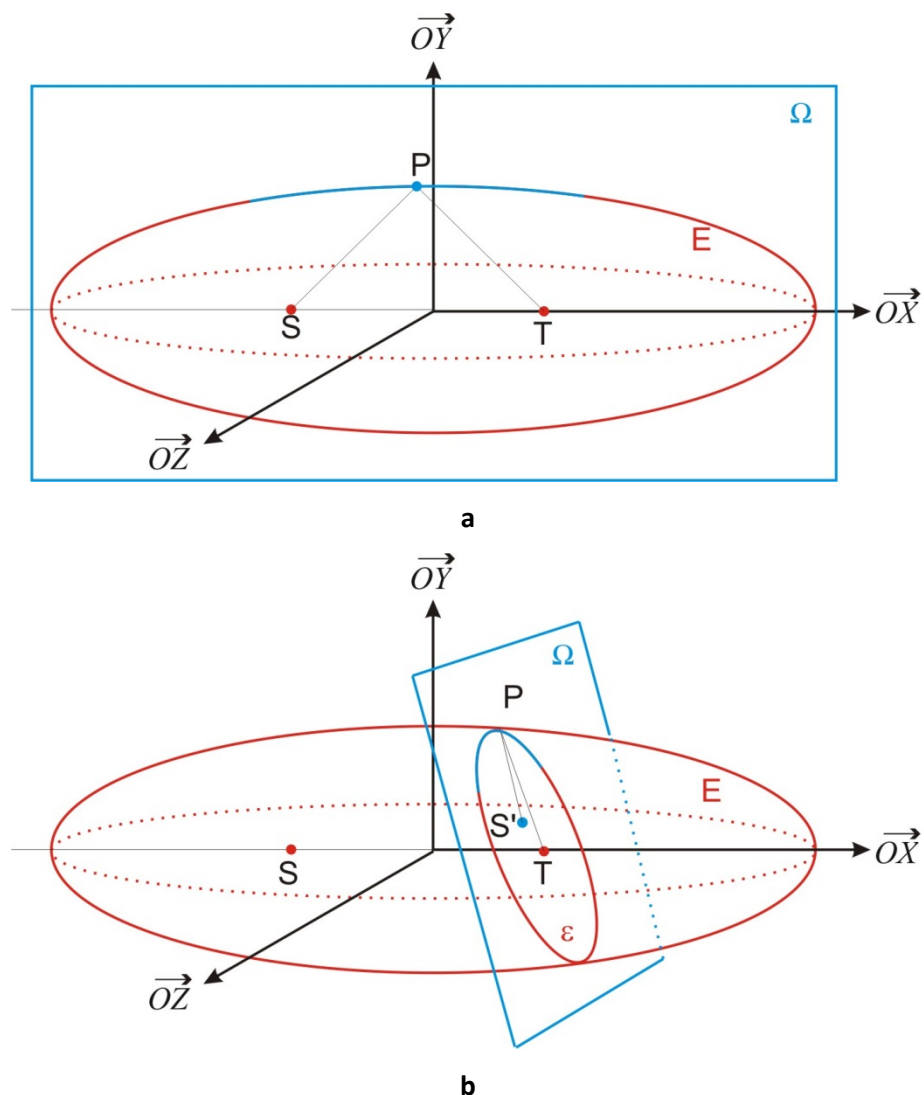


Figura 3-3. El·lipsoides tallats per el pla de treball en els casos més habituals a) S i T pertanyen al pla de treball Ω . b) Només T pertany al pla de treball. S' és la projecció de S sobre el pla de treball Ω .

3.3 L'el·lipse intersecció d'un el·lipsoide amb un pla: càlcul aproximat basat en projecció ortogonal.

Donats un el·lipsoide E i un pla que el talla Ω , en aquest apartat es calculen els elements característics de l'el·lipse intersecció: focus (f_1, f_2) , semieixos (a, b) i equació reduïda. Per fer-ho, en primer lloc es caracteritzarà l'el·lipsoide de revolució (apartat 3.3.1) i el pla que el talla (apartat 3.3.2), triant les coordenades de treball més convenients per finalment donar la manera de calcular les característiques de la intersecció entre l'el·lipsoide i el pla.

El càlcul es fa de dues maneres diferents:

- Exactament, triant referències adequades i fent el desenvolupament analític (apartat 3.3.3)
- Aproximadament, projectant els focus de l'el·lipsoide sobre el pla de treball (apartat 3.3.4)

Finalment es comparen els dos mètodes i s'argumenten els avantatges de l'aproximació en els casos que són d'aplicació en aquesta memòria.

3.3.1 Caracterització de l'el·lipsoide de revolució E

Geomètricament, un el·lipsoide de revolució està determinat si es coneixen els seus focus i un punt de pas. Aquesta és, precisament, la situació en la que ens trobem ja que el focus F_1 coincideix amb la font de llum ($F_1=S$), el focus F_2 coincideix amb el punt objectiu, centre de la parcel·la objectiu que es vol il·luminar ($F_2=T$). El punt de pas P és qualsevol punt de la superfície reflectora.

En uns eixos de referència triats convenientment, si A i B són els semieixos de l'el·lipsoide de revolució E , la seva l'equació reduïda és

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} + \frac{z^2}{B^2} = 1 \quad (3.1)$$

Els eixos de referència (Figura 3-4) han de complir:

- L'origen de coordenades coincideix amb el centre de l'el·lipsoide
- L'eix \overrightarrow{OX} és la recta que passa per els focus F_1, F_2 .
- Els eixos \overrightarrow{OY} i \overrightarrow{OZ} poden ser qualsevol, amb la condició de ser perpendiculars a \overrightarrow{OX} i perpendiculars entre ells.

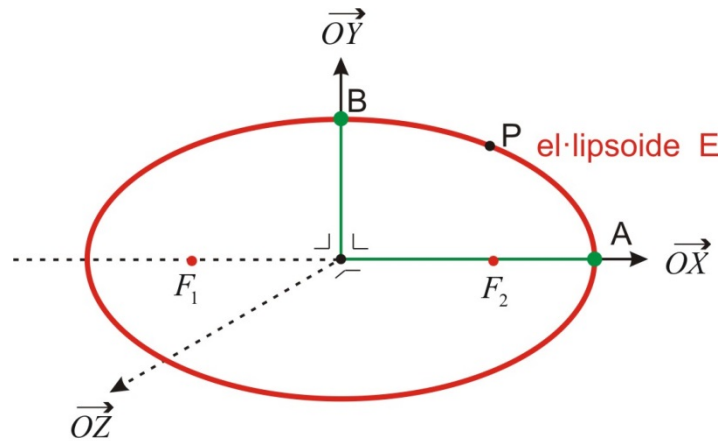


Figura 3-4. El·lipsoide de revolució E amb l'origen de coordenades en el seu centre amb els seus focus F_1, F_2 pertanyents a l'eix \overrightarrow{OX} . A i B són els semieixos major i menor respectivament. P és un punt de pas de l'el·lipsoide.

Així doncs, donada la referència adequada, es poden calcular els paràmetres A i B de l'equació reduïda (3.1) a partir dels focus F_1 i F_2 i un punt de pas P. En la referència original de treball, les coordenades d'aquest tres punts són:

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= S = (S_x, S_y, S_z) \\ F_2 &= T = (T_x, T_y, T_z) \\ P &= (P_x, P_y, P_z) \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

La distància entre els dos focus, $2C$, es determina segons l'equació (3.3)

$$2C = d(F_1, F_2) = \sqrt{(S_x - T_x)^2 + (S_y - T_y)^2 + (S_z - T_z)^2} \quad (3.3)$$

S'ha de complir també que la suma de distàncies d'un punt qualsevol de l'el·lipsoide als focus ha de ser $2A$, per tant s'ha de complir l'equació (3.4)

$$2A = d(P, F_1) + d(P, F_2) = \sqrt{(S_x - P_x)^2 + (S_y - P_y)^2 + (S_z - P_z)^2} + \sqrt{(T_x - P_x)^2 + (T_y - P_y)^2 + (T_z - P_z)^2} \quad (3.4)$$

Finalment, se sap que en un el·lipsoide de revolució es compleix l'equació (3.5)

$$B = \sqrt{A^2 - C^2} \quad (3.5)$$

Així doncs, en una referència com la que es mostra a la Figura 3-4, les coordenades del centre O i dels focus F_1, F_2 seran els que es mostren a (3.6)

$$\left. \begin{aligned} F_1 = S &= (-C, 0, 0) \\ F_2 = T &= (C, 0, 0) \\ O &= \frac{1}{2}(F_1 + F_2) = (0, 0, 0) \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

Per tant l'el·lipsoide de revolució E , està caracteritzat tant geomètricament (focus i punt de pas segons (3.6)) com per la seva equació (3.1), amb els valors dels semieixos A i B trobats en les equacions (3.4) i (3.5) respectivament.

3.3.2 Caracterització del pla Ω

L'equació general d'un pla s'expressa segons l'equació (3.7)

$$\alpha x + \beta y + \delta z + \lambda = 0 \quad (3.7)$$

Coneguts tres punts de pas P_1, P_2, P_3 no alineats del pla Ω , els coeficients α, β, δ i λ de l'equació(3.7) es calculen segons les expressions de (3.8)

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \begin{vmatrix} P_{2y} - P_{1y} & P_{3y} - P_{1y} \\ P_{2z} - P_{1z} & P_{3z} - P_{1z} \end{vmatrix} \\ \beta &= - \begin{vmatrix} P_{2x} - P_{1x} & P_{3x} - P_{1x} \\ P_{2z} - P_{1z} & P_{3z} - P_{1z} \end{vmatrix} \\ \delta &= \begin{vmatrix} P_{2x} - P_{1x} & P_{3x} - P_{1x} \\ P_{2y} - P_{1y} & P_{3y} - P_{1y} \end{vmatrix} \\ \lambda &= \alpha P_{1x} + \beta P_{1y} + \gamma P_{1z} \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

El vector $\vec{n} = (\alpha, \beta, \delta)$ és perpendicular al pla i en determina la seva direcció. El coeficient restant λ , té veure amb els punts de tall als eixos i fixa un pla concret d'entre tots el perpendiculars a \vec{n} .

Sempre es pot triar un referència com la que es mostra a la Figura 3-4, en la que el pla Ω és paral·lel a l'eix \overline{OZ} . Ja s'ha dit que \overline{OY} i \overline{OZ} no són únics i admeten girs al voltant de \overline{OX} tal com indica la Figura 3-5

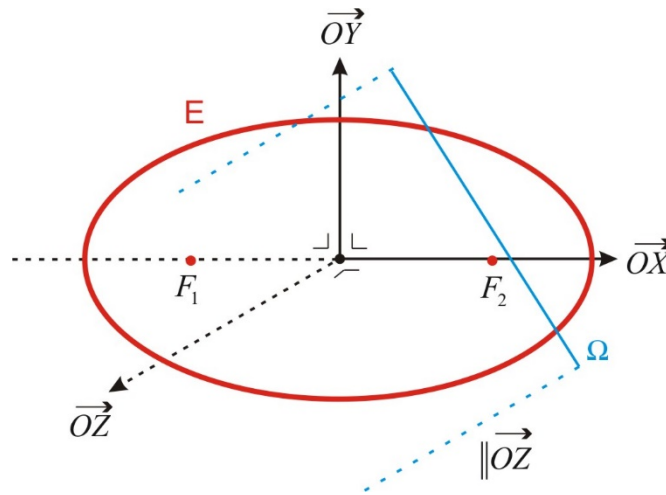


Figura 3-5 Cas en que el pla Ω és paral·lel al eix \overline{OZ} .

D'aquesta manera, $\delta = 0$, per tant la variable z desapareix de l'equació (3.7) i el pla és paral·lel a l'eix \overline{OZ} . Així l'equació (3.7) queda reduïda a l'equació (3.9)

$$\alpha x + \beta y = \lambda \quad (3.9)$$

Si es fa passar el pla Ω per el focus F_2 (Figura 3-6), s'obtenen les seves coordenades segons (3.10), on es re-anomena C per conveniència. Aleshores l'equació del pla Ω s'expressa segons l'equació (3.11)

$$F_2 = (C, 0, 0) = (\gamma, 0, 0) \quad (3.10)$$

$$\alpha(x - \gamma) + \beta y = 0 \quad (3.11)$$

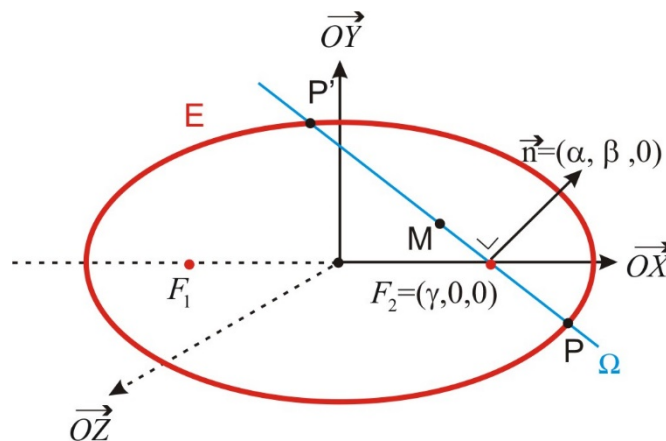


Figura 3-6. Cas en que el pla Ω és paral·lel al eix \overline{OZ} i passa per el focus de l'el·lipsoide F_2 . M és el punt mig entre P i P' , i \vec{n} és un vector perpendicular al pla Ω .

Una referència ortonormal al pla Ω estaria formada per dos vectors directores unitaris i perpendiculars. Si es tria, α i β de manera que

$$\alpha^2 + \beta^2 = 1 \quad (3.12)$$

i es prenen els vectors \vec{u}_1 i \vec{u}_2 com a vectors directors

$$\left. \begin{aligned} \vec{u}_1 &= (-\beta, \alpha, 0) \\ \vec{u}_2 &= (0, 0, -1) \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

aleshores, tal com indica (3.14), \vec{u}_1 i \vec{u}_2 , ormen un parell ortonormal de vectors directors del pla, atès que són unitaris i perpendiculars.

$$\left. \begin{aligned} |\vec{u}_1| &= \sqrt{\beta^2 + \alpha^2} = 1 \\ |\vec{u}_2| &= 1 \\ \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

La intersecció del pla Ω amb l'el·lipsoide E és una el·lipse secció ε tal com es mostra a la Figura 3-7, on s'ha representat el pla amb la base ortonormal definida per (3.13)

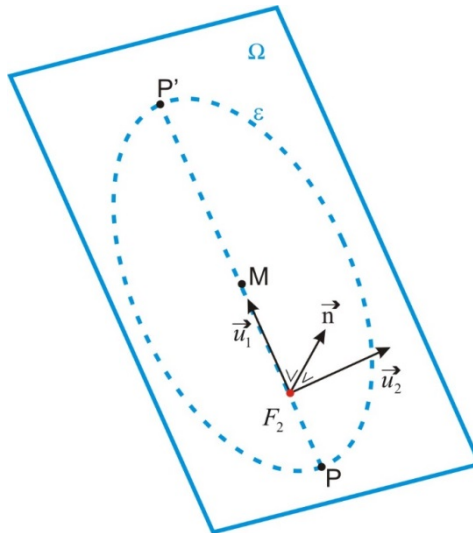


Figura 3-7. L'el·lipse ε és la intersecció de l'el·lipsoide E amb el pla Ω . En aquest pla es mostren el vector \vec{n} (perpendicular) i els vectors directors \vec{u}_1 i \vec{u}_2 .

3.3.3 Caracterització de l'el·lipse ε , intersecció de l'el·lipsoide E amb el pla Ω

A partir de l'equació reduïda de l'el·lipsoide E (3.1) i l'equació del pla Ω que passa per F_2 (3.11) es vol caracteritzar l'el·lipse secció ε , és a dir determinar els seus focus(f_1, f_2), els semieixos (a, b) i la seva equació reduïda.

Per tal de caracteritzar l'el·lipse secció ε , primerament s'introdueix una referència ortonormal al pla Ω . Amb aquesta referència, es pot calcular la posició de l'origen M , els valors dels semieixos a i b , i finalment les posicions dels focus f_1 i f_2 de l'el·lipse ε . Aquests focus són el resultat central d'aquest apartat ja que en variar el pla de tall Ω , es veurà que els focus f_1 i f_2

descriuen una el·lipse, els vèrtex de la qual (extrems dels semieixos majors) són, precisament els focus de l'el·lipsoide E (F_1 i F_2).

Així doncs, comencem introduint una referència ortonormal al pla Ω . Els vectors de la base són \vec{u}_1 i \vec{u}_2 (Figura 3-7, equació (3.13)). L'origen de la referència, de moment desconegut, serà el punt mig M entre P i P' , que són els extrems dels semieixos majors de ε , (Figura 3-6, Figura 3-7). En aquesta nova referència, l'el·lipse ε s'expressarà segons l'equació (3.15)

$$\frac{x'^2}{a^2} + \frac{y'^2}{b^2} = 1 \quad (3.15)$$

On a i b són els semieixos major i menor respectivament.

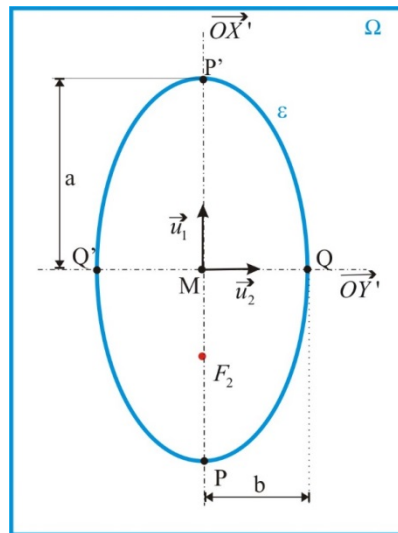


Figura 3-8. L'el·lipse ε dibuixada en el pla de secció Ω amb origen M i els vectors \vec{u}_1 i \vec{u}_2 de la nova referència. x', y' són les noves coordenades bidimensionals. P i P' són els extrems dels semieixos majors. Q i Q' són extrems dels semieixos menors. a i b són el semieix major i menor respectivament.

Càlcul de l'origen de referència M

P i P' són la intersecció de E, Ω i el pla $z=0$, per tant són la solució del sistema (3.16)

$$\left. \begin{aligned} \frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} + \frac{z^2}{B^2} &= 1 \\ \alpha(x - \gamma) + \beta y &= 0 \\ z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

Substituint el valor de y de l'equació del pla en l'equació de l'el·lipsoide, resulta

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{\alpha^2}{\beta^2 B^2} (x - \gamma)^2 = 1 \quad (3.17)$$

Que es pot reescriure com

$$\left[\frac{1}{A^2} + \frac{\alpha^2}{\beta^2 B^2} \right] x^2 - 2\gamma \frac{\alpha^2}{\beta^2 B^2} x + \frac{\alpha^2 \gamma^2}{\beta^2 B^2} - 1 = 0 \quad (3.18)$$

Es podria trobar la solució d'aquesta equació de segon grau per trobar les coordenades de P i P' , però com que el que realment interessa són les coordenades del punt mig del segment $\overline{PP'}$, s'aprofita la propietat de que la semisuma de les arrels d'aquesta equació dona la coordenada x del punt mig M^4 .

Per tant, la coordenada x de $M = (m_x, m_y, 0)$ es pot expressar segons (3.19)

$$m_x = -\frac{-\frac{2\gamma\alpha^2}{\beta^2 B^2}}{2\left[\frac{1}{A^2} + \frac{\alpha^2}{\beta^2 B^2}\right]} = \frac{\gamma\alpha^2}{\beta^2 B^2 \left[\frac{1}{A^2} + \frac{\alpha^2}{\beta^2 B^2}\right]} = \frac{\gamma\alpha^2 A^2}{\beta^2 B^2 + \alpha^2 A^2} = \frac{\gamma\alpha^2 A^2}{D} \quad (3.19)$$

On, per simplificar la notació, s'ha definit la constant D

$$D = \alpha^2 A^2 + \beta^2 B^2 \quad (3.20)$$

la coordenada m_y s'obté substituint m_x a la segona equació del sistema (3.16) i tenint en compte (3.20)

$$m_y = -\frac{\alpha}{\beta}(m_x - \gamma) = -\frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{\gamma\alpha^2 A^2}{D} - \gamma\right) = -\frac{\alpha\gamma}{\beta}\left(\frac{-\beta^2 B^2}{D}\right) = \alpha\beta\gamma \frac{B^2}{D} \quad (3.21)$$

De (3.19) i (3.21) s'obtenen les coordenades de M ,

$$M = (m_x, m_y, 0) = \frac{\alpha\gamma}{D}(\alpha A^2, \beta B^2, 0) \quad (3.22)$$

Càlcul del semieix major a

Des de M , en la direcció del vector $\vec{u}_1 = (-\beta, \alpha, 0)$ trobem el vèrtex $P' = M + \lambda \vec{u}_1$ (Figura 3-8.) A més com que \vec{u}_1 és un vector unitari (3.14) resulta que $\lambda = a$, aleshores

$$P = M + a\vec{u}_1 \quad (3.23)$$

Així doncs, es pot calcular a com a solució de la variable auxiliar λ en el sistema (3.24)

⁴ Recordem que si ρ_1 i ρ_2 son les arrels de $mx^2 + nx + k$, llavors $\frac{\rho_1 + \rho_2}{2} = -\frac{n}{2m}$

$$\left. \begin{aligned} \frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} + \frac{z^2}{B^2} &= 1 \\ (x, y, z) &= (m_x, m_y, 0) + \lambda(-\beta, \alpha, 0) \end{aligned} \right\} \quad (3.24)$$

Substituint valors, s'obté

$$\frac{(m_x - \lambda\beta)^2}{A^2} + \frac{(m_y + \lambda\alpha)^2}{B^2} = 1 \quad (3.25)$$

I substituint els valors de m_x i m_y de (3.19) i (3.21) respectivament, s'obté

$$\frac{\left(\frac{\gamma\alpha^2 A^2}{D} - \lambda\beta\right)^2}{A^2} + \frac{\left(\frac{\alpha\beta\gamma B^2}{D} + \lambda\alpha\right)^2}{B^2} = 1 \quad (3.26)$$

Desenvolupant la igualtat (3.26), s'obté

$$B^2(\alpha^2\gamma A^2 - \lambda D\beta)^2 + A^2(\alpha\beta\gamma B^2 + \lambda D\alpha)^2 = A^2 B^2 D^2 \quad (3.27)$$

Tenint en compte (3.20) i substituint adequadament en (3.27), s'obté

$$\alpha^2\gamma^2 A^2 B^2 D + D^3 \lambda^2 = A^2 B^2 D^2 \Rightarrow D^2 \lambda^2 = A^2 B^2 (D - \alpha^2 \gamma^2) \quad (3.28)$$

Donat que γ és la coordenada x del focus de l'el·lipsoide E (3.10) i es compleix que $\gamma^2 = A^2 - B^2$ resulta

$$D^2 \lambda^2 = A^2 B^2 (D - \alpha^2 (A^2 - B^2)) \Rightarrow D^2 \lambda^2 = A^2 B^2 (\beta^2 B^2 + \alpha^2 B^2) \quad (3.29)$$

Tenint en compte que $\alpha^2 + \beta^2 = |\vec{u}_1| = 1$ finalment l'expressió (3.30) dona el valor de a , el semieix major de l'el·lipse ε

$$\lambda = \pm \frac{AB^2}{D} \Rightarrow a = \frac{AB^2}{D} \quad (3.30)$$

Càlcul del semieix menor b

Des de M , en la direcció del vector $\vec{u}_2 = (0, 0, -1)$ trobem el vèrtex $Q = M + \lambda\vec{u}_2$ (Figura 3-8).

A més com que \vec{u}_1 és un vector unitari (3.14) resulta que $\lambda = b$, aleshores

$$Q = M + b\vec{u}_2 \quad (3.31)$$

Així doncs, es pot calcular b a solució de la variable auxiliar λ en el sistema (3.32)

$$\left. \begin{aligned} \frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} + \frac{z^2}{B^2} &= 1 \\ (x, y, z) &= (m_x, m_y, 0) + \lambda(0, 0, -1) \end{aligned} \right\} \quad (3.32)$$

Substituint valors, s'obté

$$\frac{m_x^2}{A^2} + \frac{m_y^2}{B^2} + \frac{\lambda^2}{B^2} = 1 \quad (3.33)$$

I substituint els valors de m_x i m_y de (3.19) i (3.21) respectivament, s'obté

$$\frac{\left(\frac{\gamma\alpha^2 A^2}{D}\right)^2}{A^2} + \frac{\left(\frac{\alpha\beta\gamma B^2}{D}\right)^2}{B^2} + \frac{\lambda^2}{B^2} = 1 \quad (3.34)$$

$$\frac{\alpha^2\gamma^2}{D^2}(\alpha^2 A^2 + \beta^2 B^2) + \frac{\lambda^2}{B^2} = 1 \Rightarrow \frac{\alpha^2\gamma^2}{D} + \frac{\lambda^2}{B^2} = 1 \quad (3.35)$$

$$\lambda^2 = B^2 \left(\frac{D - \alpha^2\gamma^2}{D} \right) \quad (3.36)$$

Tenint en compte (3.20), (3.12) i que $\gamma^2 = A^2 - B^2$ ja que γ és la distància del focus al centre de l'el·lipsoide E , aleshores

$$\lambda^2 = B^2 \frac{\alpha^2 A^2 + \beta^2 B^2 - \alpha^2(A^2 - B^2)}{D} = \frac{B^4}{D}(\alpha^2 + \beta^2) = \frac{B^4}{D} \quad (3.37)$$

Finalment, l'expressió (3.38) dona el valor de b , el semieix menor de l'el·lipse ε

$$\lambda = \pm \frac{B}{\sqrt{D}} \Rightarrow b = \frac{B}{\sqrt{D}} \quad (3.38)$$

De tots els càlculs precedents es desprèn que en la referència de la Figura 3-8, l'el·lipse ε té l'equació reduïda de (3.39)

$$\frac{x'}{a^2} + \frac{y'}{b^2} = 1 \quad \text{amb } a = \frac{AB^2}{D} \quad \text{i } b = \frac{B^2}{\sqrt{D}} \quad (3.39)$$

Càlcul dels focus f_1 i f_2

Una vegada calculats els valors dels semieixos a i b , de l'el·lipse ε s'està en condicions de calcular els focus f_1 i f_2 .

En primer lloc, el valor de la distància focus-centre (c) o distància entre f_1 i M , s'obté de

$$c^2 = a^2 - b^2 \quad (3.40)$$

Que en aquest cas, substituint els valors de a i b trobats en (3.30) i (3.38), s'obté

$$c^2 = \left(\frac{AB^2}{D}\right)^2 - \left(\frac{B^2}{\sqrt{D}}\right)^2 \Rightarrow c = \frac{B^2}{D} \sqrt{A^2 - D} \quad (3.41)$$

Així doncs, des del punt M , centre de l'el·lipse ε , i en la direcció de $\vec{u}_1 = (-\beta, \alpha, 0)$, situem els focus, f_1 i f_2

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= M - c\vec{u}_1 \\ f_2 &= M + c\vec{u}_1 \end{aligned} \right\} \quad (3.42)$$

O, substituint els valors de M i c segons (3.22) i (3.41) respectivament, s'obté

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \frac{\alpha\gamma}{D}(\alpha A^2, \beta B^2, 0) - \frac{B^2}{D} \sqrt{A^2 - D} (-\beta, \alpha, 0) \\ f_2 &= \frac{\alpha\gamma}{D}(\alpha A^2, \beta B^2, 0) + \frac{B^2}{D} \sqrt{A^2 - D} (-\beta, \alpha, 0) \end{aligned} \right\} \quad (3.43)$$

Fins ara s'han calculat els focus i el centre de l'el·lipse ε quan el pla de secció Ω passa per un focus F_2 de l'el·lipsoide E . La corba ε , determinada amb els seus focus i el seu centre, és part de la solució exacta E . És a dir, que un raig sortint de $F_1=S$ (el primer focus de l'el·lipsoide E), si impacta sobre un punt P de ε , es reflexa i passa per $F_2=T$ (el segon focus de l'el·lipsoide E). S'ha reduït, per tant, un problema tridimensional (càlcul de la superfície solució E) a una família de problemes bidimensionals (càlcul de les corbes ε). Això suposa una reducció important del problema.

Càlcul de l'el·lipse que formen els focus de l'el·lipse ε quan varia el pla de secció Ω

Amb la finalitat de donar un resultat aproximat que simplifiqui encara més el procés de càlcul, a continuació es demostra que, en variar Ω (el pla de secció), els focus de les el·lipses ε descriuen una el·lipse φ que té els vèrtex en F_1 i F_2 (els focus de E). En particular, totes les el·lipses ε tenen $F_2=T$ per focus (Figura 3-9).

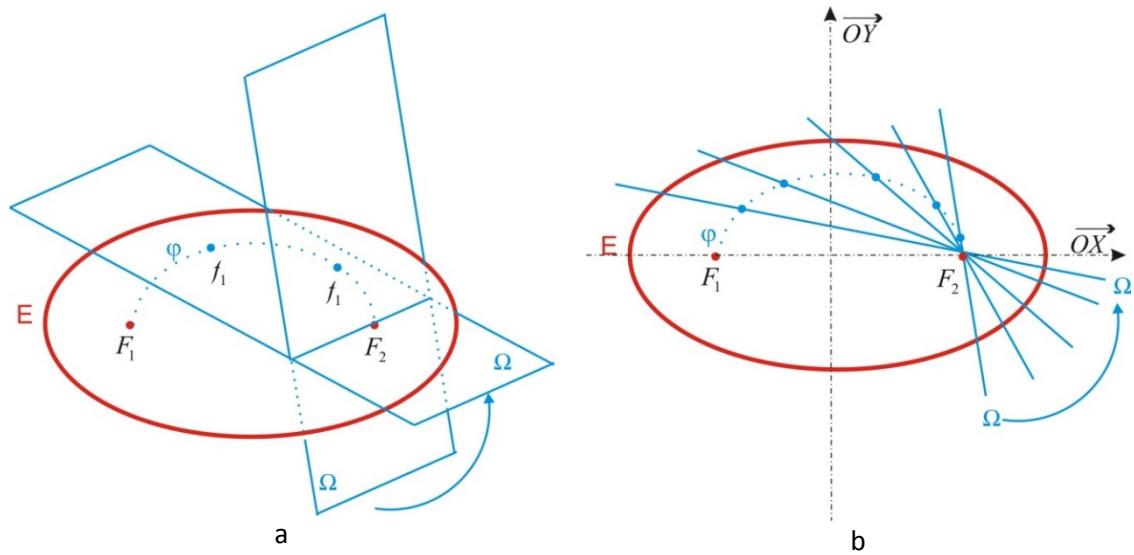


Figura 3-9. φ és l'el·lipse que descriuen les el·lipses ε en variar el pla secció Ω . Tots els plans secció passen per el focus de l'el·lipsoide F_2 . a) representació a l'espai. b) tall en el pla XY.

Analitzem, en primer lloc, dos casos importants:

- El pla Ω conté F_1 i F_2 ($\alpha=0, \beta=1$)
- El pla Ω és perpendicular a $\overline{F_1F_2}$ ($\alpha=1, \beta=0$)

En el primer cas, si $\alpha=0, \beta=1$, aleshores, per (3.20) $D = B^2$ i tenint en compte (3.5) i (3.10), l'expressió (3.43) es redueix a:

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= -\sqrt{A^2 - B^2} (-1, 0, 0) = (\gamma, 0, 0) = F_2 \\ f_2 &= +\sqrt{A^2 - B^2} (-1, 0, 0) = (-\gamma, 0, 0) = F_1 \end{aligned} \right\} \quad (3.44)$$

Per tant, l'el·lipse φ dels focus, passa per F_1 i F_2 , focus d' E .

En el segon cas, si $\alpha=1, \beta=0$, aleshores, fent les mateixes consideracions, s'obté que $D=A^2$ i l'expressió (3.43) es redueix a:

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= (\gamma, 0, 0) = F_2 \\ f_2 &= (\gamma, 0, 0) = F_2 \end{aligned} \right\} \quad (3.45)$$

Per tant, en aquest cas, la corba φ dels focus, és una circumferència que passa per F_2 (un dels focus d' E).

Per simetria és compleix que F_1 i F_2 són els vèrtex de φ , que el seu centre és $O=(0,0,0)$ i γ és el semieix major, si és que φ és una el·lipse. Aquesta el·lipse φ , sobre el pla OXY té per equació:

$$\frac{x^2}{m^2} + \frac{y^2}{n^2} = 1 \quad (3.46)$$

Amb $m^2 = \gamma^2 = A^2 - B^2$ i n desconegut

A continuació es pot obtenir n i de passada demostrar que φ és una el·lipse. Per fer-ho, un s'ah de fixar en que (3.43) proporciona, de fet, una parametrització de φ en funció de α i β . Substituint els valors de f_2 a (3.46), si es troba n de manera que es converteixi en una identitat, s'haurà assolit el doble objectiu. Si és una identitat, no depèn dels paràmetres α i β , que són paràmetres del pla de tall Ω , per tant, serà una expressió vàlida per a qualsevol pla de tall que compleixi les condicions imposades (pas per F_2).

Es busca, doncs, el valor de n . Desenvolupant f_2 de (3.43) i tenint en compte (3.12), (3.20) i (3.5) s'obté finalment el focus f_2 de ε expressat en funció d' α i β com a

$$f_2 = \frac{\gamma}{D} (\alpha^2 A^2 - \beta^2 B^2, 2\alpha\beta B^2) \quad (3.47)$$

Si es substitueix ara (3.47) en (3.46), s'obté:

$$\frac{\left[\frac{\gamma}{D} (\alpha^2 A^2 - \beta^2 B^2) \right]^2}{A^2 - B^2} + \frac{\left[\frac{\gamma}{D} 2\alpha\beta B^2 \right]^2}{n^2} = 1 \quad (3.48)$$

Desenvolupant la igualtat(3.48) es pot obtenir n

$$n = \frac{B}{A} \gamma \quad (3.49)$$

Per tant, el conjunt de tots els focus f_2 de les el·lipses secció ε , en variar el pla de tall Ω , formen una el·lipse d'equació

$$\frac{x^2}{\gamma^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{B}{A} \gamma \right)^2} = 1 \quad (3.50)$$

Que també es pot expressar com

$$x^2 + \frac{A^2}{B^2} y^2 = A^2 - B^2 \quad (3.51)$$

3.3.4 Mètode aproximat: projecció dels focus de l'el·lipsoide E sobre el pla de secció Ω .

Si bé la fórmula (3.51) és aparentment simple, cal tenir en compte que la seva deducció es basa en una referència adaptada particular (veure la Figura 3-6) i no la referència de treball (estàndard de l'espai tridimensional). En un problema concret, el càlcul dels focus f_1 i f_2 de ε demana tres passos:

- Càlcul de la referència adaptada
- Càlcul dels focus f_1 i f_2 utilitzant (3.43)
- Canvi de les coordenades dels focus f_1 i f_2 de la referència adaptada a la referència de treball.

Si l'objectiu és donar una població gran de corbes solució que siguin vàlides com a primera aproximació i que serveixin com a entrada a un algorisme d'optimització, els tres passos descrits acaben tenint un cost computacional elevat. Per això es proposa un mètode aproximat alternatiu, que consisteix a substituir els focus f_1 i f_2 de ε per les projeccions f'_1 i f'_2 dels focus de l'el·lipsoide F_1, F_2 sobre el pla de secció Ω .

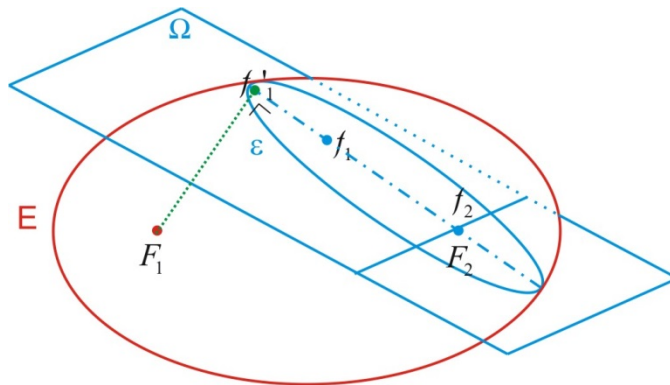


Figura 3-10 Intersecció del pla Ω amb l'el·lipsoide E , formant l'el·lipse ε . φ és l'el·lipse dels focus f'_1

Com que estem suposant que el pla Ω passa per F_2 , aleshores $f'_2 = F_2 = f_2$.

En canvi, les projeccions de f'_1 descriuen una circumferència ψ a la que ens referirem com a la circumferència dels focus aproximats (Figura 3-11). El seu diàmetre és $\overline{F_1 F_2}$ i és, per tant, tangent a l'el·lipse φ dels focus en aquest punt.

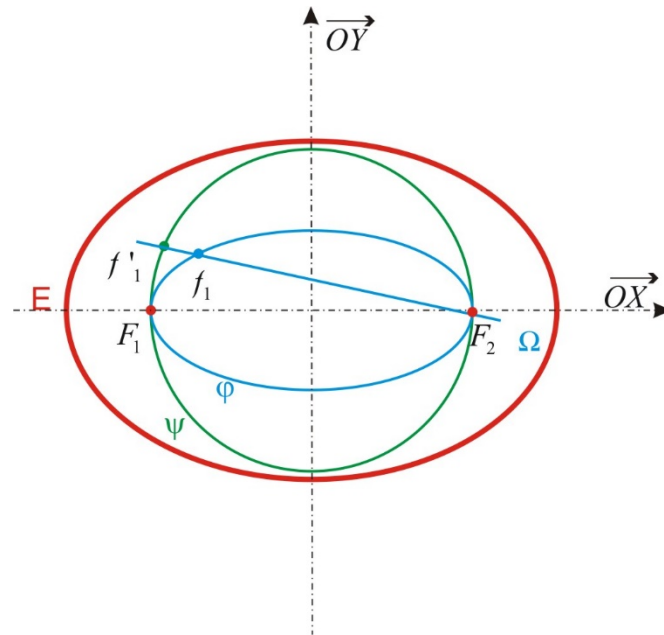


Figura 3-11. Tall en el pla XY de l'el·lipsoide E. ϕ és l'el·lipse dels focus f_1 . Ψ és la circumferència dels focus projectats f'_1

Càlcul de la circumferència dels focus aproximats ψ

A continuació comprovem, que els focus projectats f'_1 descriuen una circumferència ψ de centre $(0,0)$ i radi γ (recordem que $F_1=(-\gamma,0,0)$)

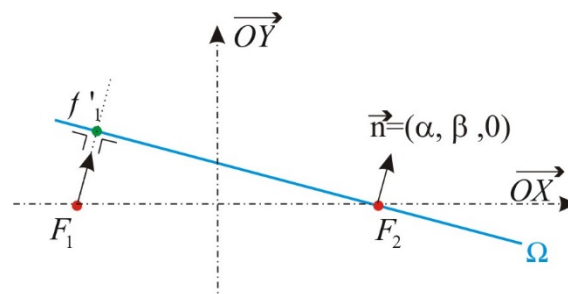


Figura 3-12. Pla de tall Ω passant per F_2 . f'_1 és la projecció del focus F_1 sobre el pla de tall Ω

F'_1 s'obté com a intersecció de la recta que passa per F_1 i te vector director \vec{n} :

$$(x, y, z) = F_1 + t\vec{n} = (-\gamma, 0, 0) + t(\alpha, \beta, 0) \tag{3.52}$$

$$\begin{cases} x = -\gamma + t\alpha \\ y = t\beta \\ z = 0 \end{cases} \tag{3.53}$$

Substituint valors en l'equació de pla Ω (3.11), obtenim

$$\alpha(-2\gamma + t\alpha) + t\beta^2 = 0 \tag{3.54}$$

Aïllant t a (3.54) i tenint en compte(3.12), s'obté

$$t = 2\alpha\gamma \quad (3.55)$$

Per tant, les coordenades de f'_1 són

$$f'_1 = (x, y, z) = (-\gamma + 2\alpha^2\gamma, 2\alpha\beta\gamma, 0) = \gamma(2\alpha^2 - 1, 2\alpha\beta, 0) \quad (3.56)$$

Si es calcula el valor de $x^2 + y^2$, prenent x i y els valors indicats a (3.56), s'obté

$$\left[\gamma(2\alpha^2 - 1)\right]^2 + [2\alpha\beta\gamma]^2 = \gamma^2 \left[(\alpha^2 - \beta^2) + 4\alpha^2\beta^2\right] = \gamma^2 \left[\alpha^4 + 2\alpha^2\beta^2 + \beta^4\right] = \gamma^2 \left[\alpha^2 + \beta^2\right]^2 = \gamma^2 \quad (3.57)$$

Per tant, és una constant, així doncs la circumferència ψ dels focus aproximats te per equació

$$x^2 + y^2 = \gamma^2 \quad (3.58)$$

Càlcul de l'error comés en considerar el focus aproximat en lloc del focus real

La circumferència ψ dels focus aproximats i l'el·lipse ϕ dels focus reals, passen per els focus F_1 i F_2 de l'el·lipsoide E i són tangents en aquests dos punts. Per tant, ψ és una bona aproximació de ϕ en un entorn dels punts F_1 i F_2 .

Només cal comprovar que f'_1 descriu una circumferència centrada en l'origen en variar α, β .
 Calculem a continuació l'error que es comet en un entorn de F_1 quan fem servir ψ en comptes de ϕ , que es correspon al segment $\overline{f_1 f'_1}$ de la Figura 3-11.

Considerem la recta per F_2 de vector director $\vec{u}_1 = (-\beta, \alpha, 0)$ que parametritzem com

$$(x, y, z) = (\gamma, 0, 0) + t(-\beta, \alpha, 0) \quad (3.59)$$

Que és equivalent a

$$\begin{cases} x = \gamma - t \\ y = \alpha t \\ z = 0 \end{cases} \quad (3.60)$$

S'ha de tallar aquesta recta amb la circumferència φ i l'el·lipse Ψ i obtindrem dos valors del paràmetre t : $t=t_\Psi$ i $t=t_\varphi$. Com que \vec{u}_1 és unitari, aleshores $r=t_\Psi - t_\varphi$ coincidirà amb la longitud del segment $\overline{f_1 f_1'}$ i, per tant, serà l'error comès en funció d' α i β .

La intersecció amb Ψ és, segons (3.58) i (3.60)

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = \gamma^2 \\ x = \gamma - t \\ y = \alpha t \end{array} \right\} \Rightarrow (\gamma - t)^2 + (\alpha t)^2 = \gamma^2 \Rightarrow -2\alpha t + t^2(1 + \alpha^2) = 0 \quad (3.61)$$

Com que $t=0$ no és la solució que busquem, ens quedem amb la solució

$$t = t_\Psi = \frac{2\gamma}{1 + \alpha^2} \quad (3.62)$$

Ara, la intersecció amb φ , segons (3.51) i (3.60),

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + \frac{A^2}{B^2} y^2 = \gamma^2 \\ x = \gamma - t \\ y = \alpha t \end{array} \right\} \Rightarrow (\gamma - t)^2 + \frac{A^2}{B^2} (\alpha t)^2 = \gamma^2 \Rightarrow -2\gamma t + t^2 \left(1 + \alpha^2 \frac{A^2}{B^2} \right) = 0 \quad (3.63)$$

Deixant de banda $t=0$, la solució que s'obté és

$$t = t_\varphi = \frac{2\gamma}{1 + \alpha^2 \frac{A^2}{B^2}} \quad (3.64)$$

De (3.63) i (3.64), es veu finalment que l'error val:

$$\overline{f_1 f_1'} = t_\Psi - t_\varphi = \frac{2\gamma}{1 + \alpha^2} - \frac{2\gamma}{1 + \left(\alpha \frac{A}{B} \right)^2} = 2\alpha^2 \frac{\gamma^3}{B^2 + (A^2 + B^2)^2 \alpha^2 + A^2 \alpha^4} \quad (3.65)$$

Per a punts propers a F_1 (punt de tangència entre la corba i l'el·lipse, α pren valors propers a 0 i podem treballar amb l'aproximació

$$\overline{f_1 f_1'} \approx 2\alpha^2 \frac{\gamma^3}{B^2} = 2\alpha^2 \frac{(A^2 - B^2)^{3/2}}{B^2} \quad (3.66)$$

RESUM

En aquest capítol s'ha posat de manifest que només és possible trobar una solució exacta que faci tot el transport de llum per reflexió quan la font i el punt objectius són puntuals. Aquest fet porta a ampliar el criteri de què s'accepta com a solució i a plantejar el pas d'una solució exacta a una solució plausible.

S'ha vist que, pel cas particular d'una font i un objectiu puntuals, hi ha una estratègia 2D aplicable en plans estratègicament escollits, per construir solucions que compleixen rigorosament amb les premisses del disseny a partir d'el·lipsoides de revolució, establint una relació exacta entre les el·lipses dels plans escollits i els el·lipsoides que són solució exacta.

Finalment s'ha donat un mètode aproximat alternatiu i computacionalment més simple que permet donar solucions plausibles en el cas general en que la font no es trobi inicialment en el pla definit per la direcció normal a la faceta. En aquest cas, la projecció de la font en aquest pla ens proporciona, també, una solució acceptable si es trien les condicions de treball adequades. Aquestes condicions són que el pla escollit contingui sempre el punt objectiu. S'ha acotat, en aquest cas, l'error que es comet en utilitzar la projecció de la font sobre el pla en lloc de trobar el punt exacte que correspon a un dels focus de l'el·lipse continguda en el pla i s'ha vist que és acceptable en els propòsits de trobar solucions plausibles del present treball.

Les dues conclusions anteriors donen peu a fer la selecció correcta dels plans 2D pel cas de les superfícies de Bézier de tercer ordre, tal i com es mostra en el capítol següent

Capítol 4 Generació de facetes de forma lliure

En aquest capítol es descriu el mètode per calcular la geometria local de les facetes individuals, que són superfícies de Bézier cúbiques definides com a superfícies bicúbiques tensorials 3x3 amb una xarxa de punts de control 4x4. L'objectiu és descriure un mètode capaç de trobar un conjunt de punts de control de la superfície que la determinin completament. Aquests punts de control s'obtenen a través d'un procés constructiu basat en corbes de Bézier 2D calculades en plans de treball escollits estratègicament; aquestes corbes de Bézier es generen tenint en compte criteris òptics a través de funcions de mèrit i utilitzant un nombre reduït de rajos. La part final del capítol correspon a la validació de resultats, en la que es comparen els resultats de les mides de les taques obtingudes amb el mètode proposat en front dels resultats obtinguts a través d'una eina de software comercial, Zemaxtm, quan es simula el comportament de la faceta que ha generat el mètode proposat.

4.1 De 2D a 3D: mètode d'obtenció de superfícies de Bézier a partir de corbes planes

Com ja s'ha dit, la font i l'objectiu es segmenten durant el procés de segmentació i mapatge⁵. Pel desenvolupament del mètode de càlcul, es consideren els punts centrals de cadascuna de

⁵ El procés de segmentació i mapatge es desenvolupen en el capítol 5

les facetes del reflector inicial. Així doncs, el punt central d'un segment de font (S), es considera una font puntual emetent un feix de rajos en direcció a la faceta. El punt central de la parcel·la objectiu T , es considera com a punt objectiu, i és el punt al voltant del que es distribueixen tots els rajos que surten de la font S i es reflecteixen a la faceta. D'aquesta manera es defineix una relació punt a punt entre un subconjunt de punts de la font i un subconjunt de punts de l'objectiu. Aquesta relació és només una manera d'abordar el problema, un punt de partida, perquè el mètode permet considerar també funcions per el que fa a la distribució de llum al voltant de T . De fet, es defineixen funcions de mèrit d'expansió o de concentració al voltant de T , segons les necessitats del disseny, en lloc de simples assignacions punt a punt.

La condició inicial per calcular la geometria local de la faceta parteix dels seus quatre vèrtex inicials, la posició dels quals s'ha determinat prèviament en el procés de segmentació i orientació segons el mapatge predefinit i descrit en el capítol 5. Els vèrtex inicials poden ser coplanaris, i en aquest cas determinen un pla, o poden estar en una posició general. Si estan en una posició general, les arestes d'aquesta faceta inicial determinen un paraboloide hiperbòlic. Tant en un cas com en l'altre, la superfície de la faceta es pot millorar per tal que s'ajusti millor a les demandes d'il·luminació si es defineix com una superfície de Bézier cúbica, això és, una superfície d'ordre superior amb més paràmetres susceptibles de ser ajustats. El mètode de càlcul que es proposa permet obtenir superfícies de Bézier que s'ajusten a les característiques òptiques descrites en els algorismes de descripció de la distribució d'il·luminació (mapatge) i per tant, connectant la font, el reflector i l'objectiu d'il·luminació.

El mètode proposat es basa en un algorisme 2D aplicat a uns plans de treball estratègicament escollits, que anomenem plans de càlcul o plans de treball. Es troba una corba de Bézier en cadascun dels plans de càlcul i es defineix un mètode per construir una superfície a partir d'aquestes corbes. Per tal que el mètode sigui eficient, els plans de càlcul són essencials, per tant s'han de triar amb cura. Cada pla es defineix amb el punt objectiu T i dos dels vèrtexs de la faceta predefinida pel procés de mapatge. El punt S de la font pot formar part d'aquests plans estratègics. Si no en forma part, es defineix un punt S' que és una projecció de S sobre el pla de càlcul i actua com a font auxiliar, tal com s'ha explicat en el capítol 3. Així s'assegura que el punt S' de la font, el punt T de l'objectiu i els dos punts del contorn escollits, formen part del mateix pla i hi podem aplicar l'algorisme 2D.

El procediment per el que s'obté una superfície de Bézier a partir de corbes planes es descriu en quatre passos separats:

- Traçat de rajos en 2D a través de corbes de Bézier de tercer ordre.
- Algorisme bàsic de millora de corbes.
- Selecció dels plans de càlcul.
- Mètode constructiu per obtenir una superfície de Bézier cúbica.

A continuació es descriuen aquests quatre passos.

4.1.1 Traçat de rajos 2D a través de corbes de Bézier de tercer ordre

Les corbes de Bézier donen una gran facilitat per treballar amb les rectes tangents, i per tant són una eina matemàtica molt efectiva per al traçat de rajos (Canavesi, Cassarly, and Rolland 2012). El treball es centra en les corbes de Bézier més conegudes i utilitzades, les de tercer ordre, i es desenvoluparà un algorisme de traçat per a aquestes corbes.

Una corba de Bézier de tercer ordre ve descrita per una equació polinòmica del tipus (4.1)

$$B(t) = (1-t)^3 P_0 + 3(1-t)^2 t P_1 + 3(1-t)t^2 P_2 + t^3 P_3 = t^3 C_1 + t^2 C_2 + t C_3 + C_4 \quad (4.1)$$

on P_0, P_1, P_2 i P_3 són els punts de control de la corba (Figura 4-1 a), $t \in [0,1]$ és el paràmetre, i C_0, C_1, C_2 i C_3 són els següents coeficients

$$C_1 = (-P_0 + 3P_1 - 3P_2 + P_3) \quad (4.2)$$

$$C_2 = 3P_0 - 6P_1 + 3P_2 \quad (4.3)$$

$$C_3 = -3P_0 + 3P_1 \quad (4.4)$$

$$C_4 = P_0 \quad (4.5)$$

Els coeficients C_i són constants. S'obtenen a partir de les coordenades dels punts de control P_i un cop aquests han estat fixats, i proporcionen una corba del pla si aquests punts tenen dues coordenades $P_i = (P_x, P_y)$, o de l'espai si en tenen tres $P_i = (P_x, P_y, P_z)$.

Com que les corbes de Bézier són polinomis, són també, funcions contínues i derivables tantes vegades com calgui. La seva derivada (4.6) es pot trobar fàcilment per les regles habituals.

$$B'(t) = 3t^2 C_1 + 2tC_2 + C_3 \quad (4.6)$$

Com que la derivada proporciona el vector tangent a la corba en cada punt, també per a cada punt, o per a cada valor de t , es pot calcular el vector normal a la corba (\vec{N}). Així, donada una font puntual S i seleccionant valors de t equi-espaiats dins de l'interval $[0,1]$, s'obté un conjunt de punts d'impacte que cobreix la corba de Bézier (Figura 4-1b). Per a cada punt d'impacte seleccionat $B(t)$, el segment orientat des de S fins a $B(t)$ es considera com a raig incident (\vec{R}) (Figura 4-1 a). L'angle incident θ es calcula mitjançant el producte vectorial del raig incident \vec{R} amb el vector normal a la corba \vec{N} :

$$\sin \theta = \frac{|\vec{R} \wedge \vec{N}|}{|\vec{R}| |\vec{N}|} \quad (4.7)$$

La direcció de reflexió θ' es calcula aplicant la llei de Snell per a reflectors del pla (4.8) tal com es veu a la Figura 4-1

$$\sin \theta = -\sin \theta' \quad (4.8)$$

Aplicant una rotació d'angle θ' a \vec{N} (4.9) s'obté la direcció del raig reflectit \vec{R}'

$$\begin{pmatrix} \cos \theta' & -\sin \theta' \\ \sin \theta' & \cos \theta' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Nx \\ Ny \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R'x \\ R'y \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

Coneixent la direcció del raig reflectit, es pot calcular l'impacte sobre qualsevol recta definida en el pla, així doncs cal definir una recta sobre la que es calculen els punts d'impacte dels rajos provinents de la reflexió a la faceta. Es tria una recta que passa per T i que té per direcció \vec{u} , que és la direcció del segment $\overline{P_0P_3}$ projectat sobre la recta objectiu. Essent una recta que passa per el punt objectiu T , podem definir un entorn al seu voltant, d'aquesta manera es dóna més flexibilitat a les funcions de mèrit ja que es pot definir una zona al voltant de T en la que han d'impactar els rajos provinents de la corba reflectant.

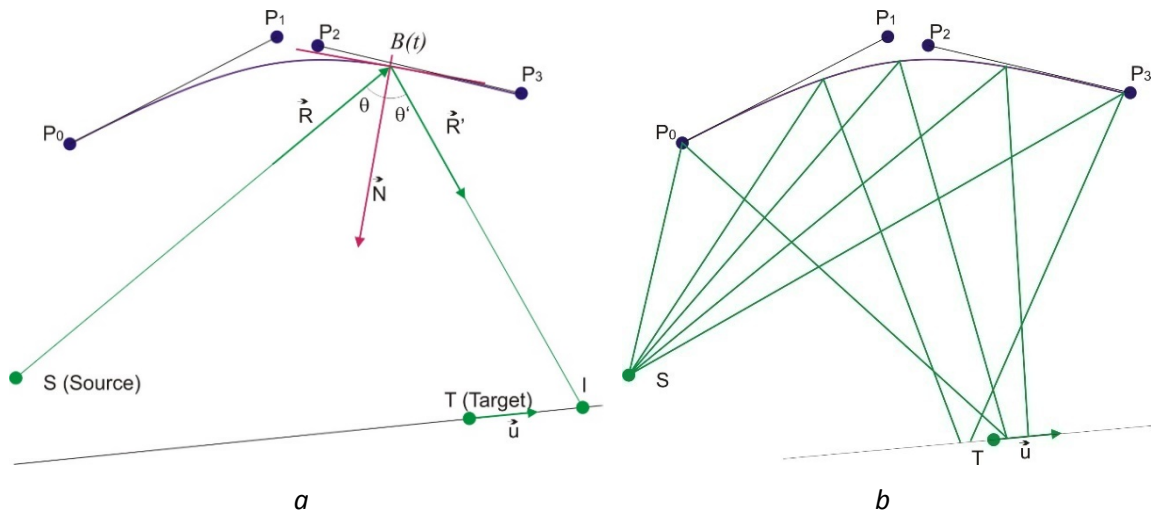


Figura 4-1 *a*) Corba de Bézier amb els seus quatre punts de control, dos dels quals (P_0, P_3) pertanyen a la corba. Llei de Snell aplicada a la corba de Bézier. Esquema dels valors calculats: $B(t)$ és el punt d'impacte sobre la corba de Bézier, \vec{N} és el vector amb direcció normal a la corba de Bézier a $B(t)$, θ és l'angle incident del raig, \vec{R} és el raig incident, θ' és l'angle de reflexió, \vec{R}' és el raig reflectit, i I és el punt d'impacte sobre la recta que passa per T i té direcció \vec{u} . *b*) Traçat de diversos rajos a través d'una corba de Bézier, des de la font S a l'objectiu T . S'obté el diagrama d'impactes al voltant de T . Cal recordar que el punt S i el punt T són el centre dels segments elementals que formen la font i l'objectiu.

En aquest apartat s'ha descrit el mètode de traçat de rajos a través d'una corba de Bézier 2D. Aquesta és la base per l'algorisme bàsic de millora de corbes que s'explica a l'apartat 4.1.2.

4.1.2 Algorisme bàsic de millora de corbes

Una vegada establert el procediment del traçat de rajos incidents sobre una corba de Bézier de tercer ordre en el pla, es pot definir, mitjançant una funció de mèrit, un algorisme per obtenir una corba de Bézier millorada que compleixi una determinada distribució d'energia al voltant del punt objectiu T . El fet de treballar amb funcions de mèrit obre un ventall de possibilitats en quant a la distribució de llum a l'objectiu. El punt de partida són els quatre punts del pla de càlcul: punt font S (o si s'escau, la seva projecció S'), punt objectiu T i els dos extrems de la corba de Bézier, P_0 i P_3 . Utilitzant la funció de mèrit, l'objectiu és trobar els dos punts de control restants (P_1 i P_2) per tal d'obtenir la millor corba de Bézier que compleixi els objectius proposats. Per establir l'algorisme cal definir alguns paràmetres a priori, que es defineixen a continuació i es mostren a la Figura 4-2.

Eix principal: és la bisectriu de les rectes \overline{SC} i \overline{CT} , essent C el punt central del segment $\overline{P_0P_3}$

Paràmetre de forma L : és la distància entre els punts de control P_1 i P_2 i està lligat a la curvatura local de la corba de Bézier. Un valor gran del paràmetre de forma comporta curvatures petites, mentre que valors menors del paràmetre de forma comporten curvatures grans.

Factor de progrés K : és una variable en el procés d'optimització local.

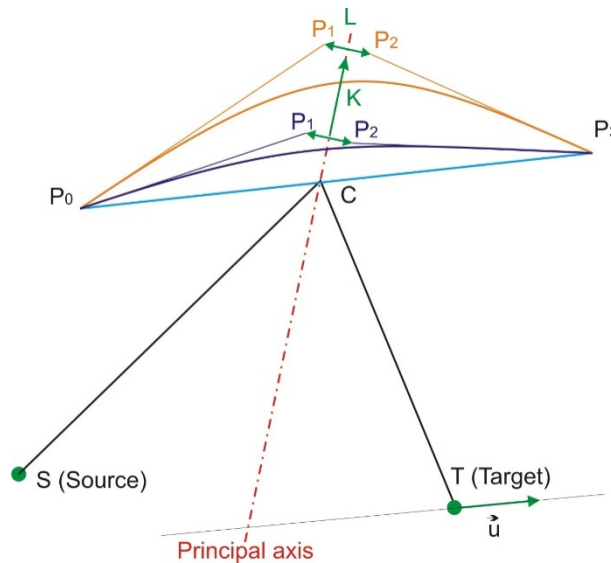


Figura 4-2. Es mostren dues corbes obtingudes desplaçant els punts de control P_1 i P_2 al llarg de l'eix principal amb un factor de progrés K . La distància entre P_1 i P_2 està fixada per el paràmetre de forma L .

Amb aquests paràmetres, es pot establir un mètode per donar forma a les corbes de Bézier. Es parteix d'un segment centrat en C que és perpendicular a l'eix principal, la longitud del qual està fixada per el paràmetre de forma L . El segment es desplaça de manera discreta al llarg de l'eix principal segons el factor de progrés K . A cada nou pas, es defineixen els punts P_1 i P_2 com els extrems del segment (Figura 4-2). Movent el segment al llarg de l'eix principal, s'obté una col·lecció de parelles P_1 i P_2 , i per tant s'obté una col·lecció de corbes de Bézier.

S'associa, per a cada corba de Bézier obtinguda amb aquest mètode, un feix de rajos que provenen de la font puntual S i que es dirigeixen cap a la corba, de manera que s'obté una col·lecció de rajos reflectits per la corba que conformen un diagrama d'impactes al voltant del punt objectiu T . S'escull la millor corba de Bézier segons la funció de mèrit que valora els punts d'impacte a la recta que conté T . El procés és computacionalment eficient ja que utilitza molt pocs rajos en cada feix, de l'ordre de 11 rajos.

Les funcions de mèrit que s'han utilitzat per provar el mètode són les següents:

$$MF_{conc} = \frac{N}{\varepsilon} - \frac{N}{\sum_{n=1}^N D(n) + \varepsilon} \quad (4.10)$$

$$MF_{expn} \Rightarrow \forall n \in \left[T - \frac{E}{2}, T + \frac{E}{2} \right] \Rightarrow \text{Max} \sum_{i=1}^N (D(n_i)) \quad (4.11)$$

on N és el número de rajos utilitzat, $D(n)$ és la distància de cada punt d'impacte al punt objectiu T , ε és un paràmetre definit per tal d'evitar singularitats a la funció de mèrit i E és la zona definida que s'ha de cobrir quan s'utilitza la funció expansora.

La funció de mèrit expressada en l'equació (4.10) és una funció de concentració que es basa en la idea de concentrar la llum al voltant del punt objectiu T i que valora la proximitat dels punts d'impacte respecte del punt objectiu T . L'algorisme de càlcul en aquest cas, busca minimitzar el valor de la funció de mèrit. En canvi, la funció de mèrit expressada en l'equació (4.11) és una funció d'expansió que distribueix la llum al voltant del punt objectiu T cobrint una zona determinada prèviament definida per E . De totes les corbes que dirigeixen tots els rajos emergents a l'interval definit, el mètode es queda amb la corba que obté un valor màxim de la suma de distàncies al punt objectiu T .

Les funcions expressades en les equacions (4.10) i (4.11) són una mostra de les funcions de mèrit que es poden aplicar ja que amb aquest mètode de descripció de les corbes de Bézier es poden definir altres funcions de mèrit segons la funcionalitat que es persegueixi. S'han triat, a tall d'exemple, aquestes funcions de mèrit molt simples ja que poden funcionar amb un número reduït de rajos (11 rajos per a cada corba). No oblidem que l'objectiu del present treball és donar condicions inicials bàsiques que siguin ràpides d'obtenir i que no necessitin una potència de càlcul molt gran.

4.1.3 Selecció dels plans de càlcul de les facetes

En aquesta secció es descriu el procediment per seleccionar sis plans estratègics (SP_n) per tal d'aplicar-hi l'algorisme bàsic de millora de corbes 2D que s'acaba d'exposar en l'apartat 4.1.2. En cada pla s'hi calcula una corba de Bézier, i el conjunt de les sis corbes determina la faceta, en la forma d'una superfície de Bézier, que es proposa com a solució aproximada del problema. Recordem que l'objectiu és calcular una superfície de Bézier que serveixi de primera aproximació per a un procés d'optimització iteratiu.

Partim d'una faceta reflectora quadrangular descrita per quatre vèrtex R_1 , R_2 , R_3 i R_4 (Figura 4-3) establerts en el procés de segmentació descrit en el capítol 5.

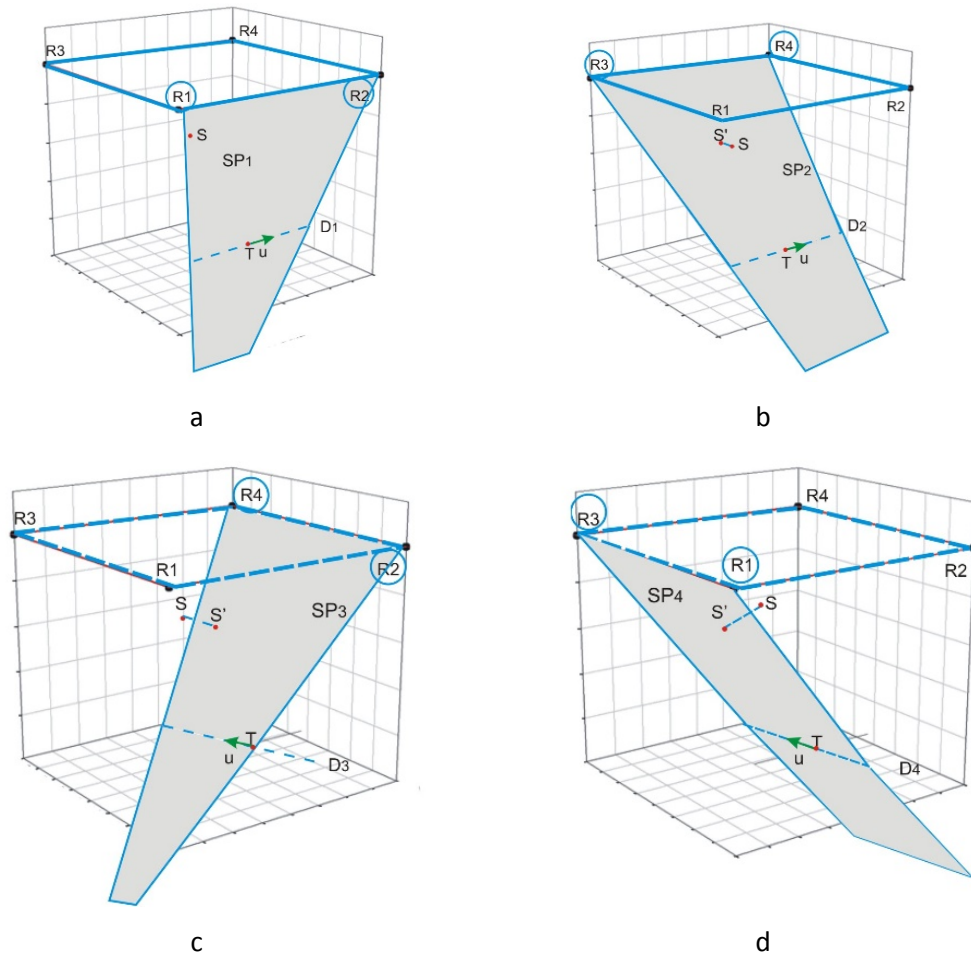


Figura 4-3.- Contorn de del reflector pla inicial, delimitat per els punts R_1 , R_2 , R_3 i R_4 . S és la font i T és el punt objectiu. a) Pla de càlcul SP_1 definit per els punts R_1 , R_2 i T . La recta D_1 conté T i té direcció \vec{u}_1 , que és la projecció de del segment $\overline{R_1R_2}$ sobre el pla objectiu. b) Pla de càlcul SP_2 definit per els punts R_3 , R_4 i T . La recta D_2 conté T i té direcció \vec{u}_2 , que és la projecció del segment $\overline{R_3R_4}$ sobre el pla objectiu. S'_2 és la projecció de S sobre el pla SP_2 c) Pla de càlcul SP_3 definit per els punts R_2 , R_4 i T . La recta D_3 conté T i té direcció \vec{u}_3 , que és la projecció del segment $\overline{R_2R_4}$ sobre el pla objectiu. S'_3 és la projecció de S sobre el pla SP_3 d) Pla de càlcul SP_4 definit per els punts R_1 , R_3 i T . La recta D_4 conté T i té direcció \vec{u}_4 , que és la projecció del segment $\overline{R_1R_3}$ sobre el pla objectiu. S'_4 és la projecció de S sobre el pla SP_4 . En cada cas, si S no pertany al pla de treball, S' és la projecció del punt S sobre el pla de treball.

El primer pla de càlcul SP_1 és el pla que passa per les dues cantonades (R_1 i R_2) i el punt objectiu T (Figura 4-3a). El diagrama d'impactes es calcula sobre la recta D_1 que passa per T i té direcció \vec{u}_1 , que és la direcció del segment $\overline{R_1R_2}$. Els altres tres plans, (SP_2 , SP_3 , SP_4) es defineixen seguint el mateix procediment considerant les altres parelles del contorn de la faceta, tal com es mostra a la Figura 4-3b, Figura 4-3c i Figura 4-3d. Si la font S no pertany al pla SP_n corresponent, que és el cas general, es defineix una font local auxiliar (S_n'), que és la projecció de S en el pla definit segons el que s'ha descrit en el capítol 3, considerant que es treballa en l'entorn de solucions aproximades ben condicionades.

L'algorisme bàsic de millora de corbes 2D, definit a la secció 4.1.2, s'aplica a cadascun dels plans SP_n ; com a resultat, s'obté una corba de Bézier per a cada pla que minimitza la funció de mèrit calculada sobre el diagrama d'impactes al voltant del punt objectiu T . Així, si s'utilitza la funció de mèrit (4.10), s'obté una corba de Bézier que tendeix a concentrar els impactes sobre T , mentre que la funció de mèrit (4.11) proporciona una corba de Bézier que escampa els impactes al voltant de T . En conseqüència, seguint aquest procediment, es troben quatre corbes de Bézier que defineixen el contorn de la faceta: les corbes $QH0$ i $QH3$ en la direcció dels vectors \vec{u}_1 i \vec{u}_2 (que anomenem direcció horitzontal) utilitzant els plans SP_1 , SP_2 i les corbes $QV0$ i $QV3$, que es troben en la direcció dels vectors \vec{u}_3 i \vec{u}_4 (que anomenem direcció vertical) utilitzant els plans SP_3 i SP_4 (Figura 4-4 a).

Per completar la construcció de la superfície de Bézier, cal definir dos plans auxiliars: SP_5 i SP_6 . Per definir-los, s'escullen dos valors del paràmetre t : t_1 i t_2 . Els parells de punts de les corbes Bézier ($QV0(t_1)$, $QV3(t_1)$) i ($QV0(t_2)$, $QV3(t_2)$) defineixen els extrems de les noves corbes de Bézier a calcular, i juntament amb T també determinen els plans auxiliars SP_5 i SP_6 on s'aplicaran els algorismes d'optimització bàsica 2D. Així s'obtenen dues corbes addicionals de Bézier en la direcció horitzontal: $QH1$ i $QH2$, tal com es veu a la Figura 4-4b i a la Figura 4-4c.

Les quaternes de punts de control de les quatre corbes horitzontals $QH0$, $QH1$, $QH2$ i $QH3$ són l'esquelet de la superfície de Bézier que es vol obtenir i es poden expressar a la matriu Q

$$Q = \begin{pmatrix} Q_{03} & Q_{13} & Q_{23} & Q_{33} \\ Q_{02} & Q_{12} & Q_{22} & Q_{32} \\ Q_{01} & Q_{11} & Q_{21} & Q_{31} \\ Q_{00} & Q_{10} & Q_{20} & Q_{30} \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

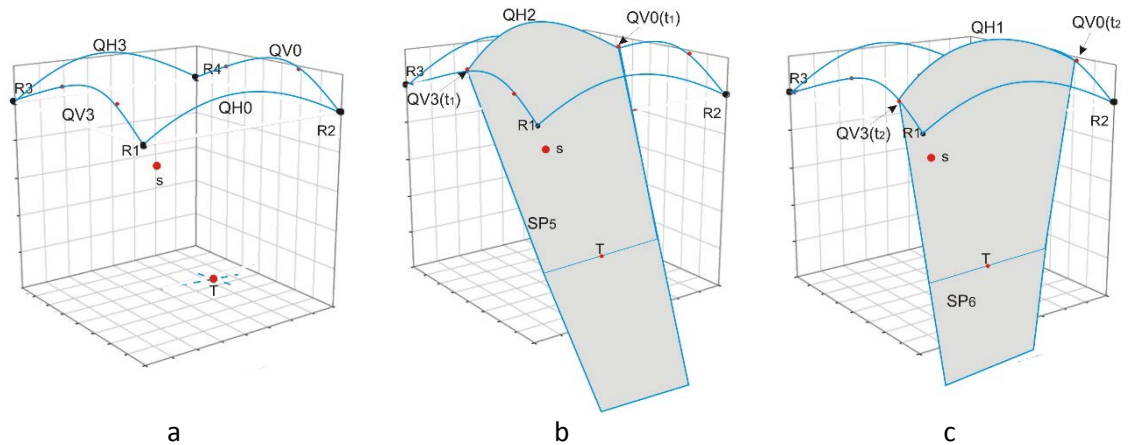


Figura 4-4. Construcció de dos plans auxiliars. a) Línies de contorn formades per corbes de Bézier obtingudes en els quatre plans de càlcul principals SP_1 , SP_2 , SP_3 , SP_4 . b) $QV0(t_1)$ i $QV3(t_1)$ són els extrems del nou pla de càlcul auxiliar SP_5 on s'apliquen els algorismes 2D per obtenir la corba de Bézier $QH1$. c) $QV0(t_2)$ i $QV3(t_2)$ són els extrems del nou pla de càlcul auxiliar SP_6 on s'apliquen els algorismes 2D per obtenir la corba de Bézier $QH2$.

4.1.4 Mètode constructiu per obtenir una superfície de Bézier cúbica

Una superfície de Bézier cúbica o de grau 3 està definida per un conjunt de 4×4 punts de control P_{ij} . En aquesta secció es presenta un mètode per obtenir una superfície de Bézier cúbica que contingui les 6 corbes de Bézier descrites a la secció 4.1.3 ($QH0$, $QH1$, $QH2$, $QH3$, $QV0$ i $QV1$). Abans de descriure el procés constructiu de la superfície reflectora de Bézier i per tal d'entendre millor el procés, s'expliquen algunes de les propietats dels tensors 3×3 de les superfícies de Bézier (Farin 2002).

L'equació paramètrica d'una superfície de Bézier cúbica és

$$P(s, t) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 P_{ij} B_i^3(s) B_j^3(t) = \sum_{i=0}^3 \left(\sum_{j=0}^3 P_{ij} B_i^3(s) \right) B_j^3(t) \quad (4.13)$$

on P_{ij} són els punts de control de la superfície $P(s, t)$ són els punts de la superfície, s i t són els paràmetres de la superfície i $B_i^3(s)$ i $B_j^3(t)$ són els polinomis de Bernstein, la fórmula general dels quals és

$$B_i^m(s) = \binom{m}{i} (1-s)^{m-i} s^i \quad (4.14)$$

sent el paràmetre s intercanviable per el paràmetre t

La xarxa de punts de control d'una superfície de Bézier 3×3 , està formada per 4×4 punts. Per tant, cada faceta bicúbica està determinada pels seus 4×4 punts de control P_{ij} que s'agrupen en una matriu MP de la manera següent

$$MP = \begin{bmatrix} P_{03} & P_{13} & P_{23} & P_{33} \\ P_{02} & P_{12} & P_{22} & P_{32} \\ P_{01} & P_{11} & P_{21} & P_{31} \\ P_{00} & P_{10} & P_{20} & P_{30} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Les funcions combinades corresponents per expressar les superfície mitjançant els paràmetres s i t , també es poden ordenar en forma de matriu de la manera següent

$$\begin{bmatrix} (1-s)^3 t^3 & 3s(1-s)^2 t^3 & 3s^2(1-s)t^3 & s^3 t^3 \\ (1-s)^3 3t^2(1-t) & 3s(1-s)^2 3t^2(1-t) & 3s^2(1-s)3t^2(1-t) & s^3 3t^2(1-t) \\ (1-s)^3 3t(1-t)^2 & 3s(1-s)^2 3t(1-t)^2 & 3s^2(1-s)3t(1-t)^2 & s^3 3t(1-t)^2 \\ (1-s)^3 (1-t)^3 & 3s(1-s)^2 (1-t)^3 & 3s^2(1-s)(1-t)^3 & s^3 (1-t)^3 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

En aquesta matriu, la suma dels elements de cada fila, o de cada columna, multiplicats pels punts de control corresponents, proporcionen corbes de Bézier iso-paramètriques. La superfície, com a conjunt, es pot pensar com una col·lecció de corbes iso-paramètriques: la construcció de les corbes iso-paramètriques es descriu en termes de **corbes de control**.

Les corbes de control són corbes auxiliars que, en general, no pertanyen a la superfície, i estan formades pels punts de control de les corbes iso-paramètriques que sí que hi pertanyen. Els punts de control de les corbes de control són els punts de control P_{ij} de la pròpia superfície que trobem a l'equació (4.13). Així, si es fixa un dels paràmetres de l'equació (4.13), per exemple $s=c$, s'obté una corba iso-paramètrica continguda en la superfície:

$$P(c,t) = \sum_{j=0}^3 \left[\sum_{i=0}^3 P_{ij} B_i^3(c) \right] B_j^3(t) = \sum_{j=0}^3 R_j(c) B_j^3(t) \quad (4.17)$$

Els punts $R_j(c)$ amb $j=0 \div 3$ són, per a cada c fixat, quatre punts de control que determinen la corba de Bézier $P(c,t)$. Hi ha tantes corbes com valors prengui c , per tant, infinites. I com que s'han obtingut com a seccions, formen part de la superfície de Bézier.

D'altra banda, la pròpia expressió de $R_j(c)$ deixa clar que es tracta també d'una corba de Bézier, de paràmetre c i punts de control P_{ij} amb $i=0\div 3$. D'aquestes corbes, però, a diferència de les anteriors, n'hi ha només 4 (tantes com valors pren l'índex j). A més, en general, no formen part de la superfície de Bézier. Són corbes formades pels punts de control de l'altra família, i per això les anomenem *corbes de control*.

Naturalment, es podria haver fixat el paràmetre $t=c$ i deixar variar s , i s'obtidrien els mateixos resultats, amb famílies de corbes diferents intercanviant-se els papers.

De la mateixa manera que s'obtenen les corbes de control definides pels punts de control P_{ij} amb $i=0\div 3$ (columnes de la matriu (4.16)) i parametritzades segons el paràmetre s , els punts de control P_{ij} amb $j=0\div 3$ (files de la matriu (4.16)) proporcionen les corbes de control generades pel paràmetre t .

De manera semblant al que passa amb les corbes de Bézier cúbiques del pla, en què els punts de control primer i darrer formen part de la corba (en són els punts extrems, corresponents als valors 0 i 1 del paràmetre), també hi ha corbes de control que sí que formen part de la superfície. Concretament, hi ha quatre corbes iso-paramètriques que en defineixen el contorn: $P(0;t)$, $P(1;t)$, $P(s;0)$ i $P(s;1)$. Són corbes de Bézier definides per les columnes o files de punts de control corresponents, per tant són corbes que es comporten com a corbes de control.

D'altra banda, els plans estratègics SP_1 , SP_2 , SP_3 , SP_4 , SP_5 i SP_6 definits a la secció 4.1.3 es poden pensar com a talls de l'angle sòlid format pel punt objectiu T i els extrems de la faceta (Figura 4-3). Les corbes de Bézier que defineixen el contorn de la faceta són les corbes $P(0;t)$, $P(1;t)$, $P(s;0)$ i $P(s;1)$ obtingudes segons l'equació(4.13) i representades a la Figura 4-4a. Aquestes corbes proporcionen els 12 punts de control perifèrics que es representen en negreta a la matriu (4.18); per tant, només falta trobar els quatre punts de control centrals que apareixen subratllats a l'equació(4.18) per tal d'obtenir la totalitat dels 4x4 punts de control de la superfície. En general, els únics punts de control que pertanyen a la superfície, són les quatre cantonades ($P_{00}, P_{03}, P_{30}, P_{33}$).

$$MP = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{03} & \mathbf{P}_{13} & \mathbf{P}_{23} & \mathbf{P}_{33} \\ \mathbf{P}_{02} & \underline{\mathbf{P}_{12}} & \underline{\mathbf{P}_{22}} & \mathbf{P}_{32} \\ \mathbf{P}_{01} & \underline{\mathbf{P}_{11}} & \underline{\mathbf{P}_{21}} & \mathbf{P}_{31} \\ \mathbf{P}_{00} & \mathbf{P}_{10} & \mathbf{P}_{20} & \mathbf{P}_{30} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Tenint en compte que els punts perifèrics de la matriu són a la vegada punts de control de la superfície i punts de control de les corbes iso-paramètriques que en delimiten el contorn, només es necessiten les quatre corbes QH per tal de trobar els quatre punts de control centrals de la superfície. Per tant, tal com es mostra a la taula, es pot establir una equivalència de punts quan es consideren els punts de control de Bézier de la matriu Q (equació (4.12)).

Corbes isoparamètriques	Punts de control Q_{ij} de les corbes de Bézier i la seva equivalència amb els punts de control P_{ij} de la superfície de Bézier			
QH3 amb $t = 1$	$Q_{03} = P_{03}$	$Q_{13} = P_{13}$	$Q_{23} = P_{23}$	$Q_{33} = P_{30}$
QH2 amb $t = 0.6$	$Q_{02} = P_{02}$	Q_{12}	Q_{22}	$Q_{32} = P_{31}$
QH1 amb $t = 0.3$	$Q_{01} = P_{01}$	Q_{11}	Q_{21}	$Q_{31} = P_{32}$
QH0 amb $t = 0$	$Q_{00} = P_{00}$	$Q_{10} = P_{10}$	$Q_{20} = P_{20}$	$Q_{30} = P_{30}$

Taula 4-1: Punts de control Q_{ij} de les corbes de Bézier i la seva equivalència amb els punts de control P_{ij} dels punts de control de la superfície de Bézier, donats quatre paràmetres t .

Així doncs, només queda trobar P_{12} , P_{22} , P_{11} , P_{21} que són els punts de control centrals de la superfície. Es troben utilitzant Q_{ij} , que són punts de control de les corbes, i mitjançant la construcció de les corbes de control (Figura 4-5c).

Tal com s'ha dit anteriorment, les corbes de control auxiliars són també corbes de Bézier i també estan definides per polinomis de Bernstein. Agafant el segon i tercer punt de control de les corbes QH , és a dir, els punts Q_{1i} , Q_{2i} amb $i=0\div 3$, es poden construir dues corbes de control. Aquestes dues corbes no pertanyen a la superfície, però els seus punts de control són punts de control de la superfície (Figura 4-5d).

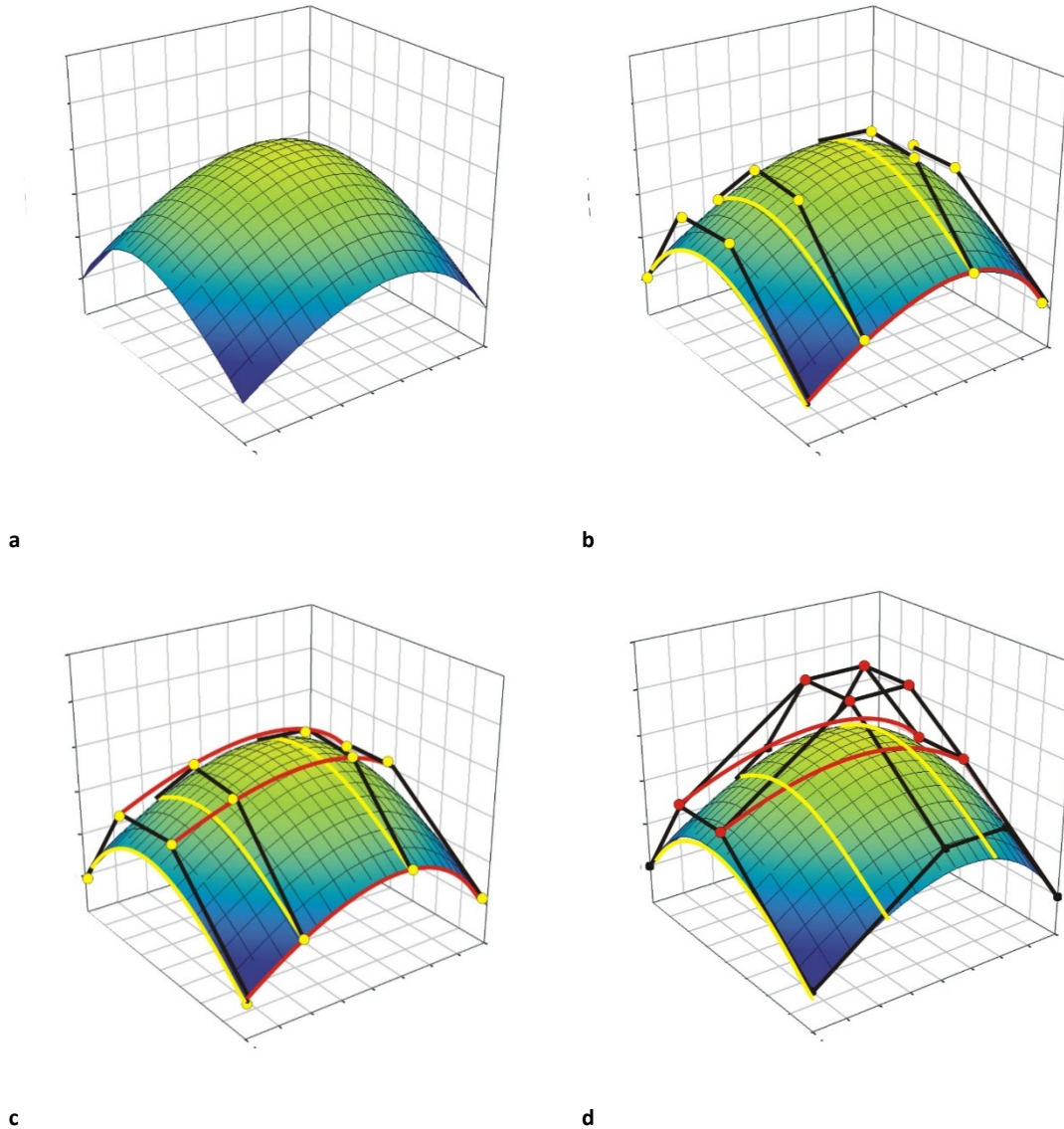


Figura 4-5: Mètode constructiu d'una superfície de Bézier mitjançant corbes de Bézier. a) Superfície de Bézier generada a partir de polinomis de Bernstein com a una superfície producte tensorial. b) En vermell les corbes iso-paramètriques verticals QV (valors fixats: $t=0$ i $t=1$). Els punts de la corba QV s'han utilitzat com a punts final de les corbes horitzontals QH . No s'han representat els punts de control de les corbes QV . En groc s'han representat les quatre corbes iso-paramètriques horitzontals QH , que pertanyen a la superfície i s'han generat fixant valors del paràmetre. Els punts de control de les corbes de Bézier QH també s'han representat en groc. c) En vermell, dues corbes de control centrals que no pertanyen a la superfície. Els punts de control de les corbes de Bézier QH pertanyen a les corbes de control. d) Els punts de control vermells són els punts de control de les corbes de control, que a la vegada són punts de control de la superfície. Els quatre punts de control centrals són els quatre punts de control calculats amb el sistema d'equacions.

Es pot obtenir una corba iso-paramètrica fixant paràmetres a l'equació. Així, per $s=c_k$ i considerant com a valors fixats $c_0=0$, $c_1=0.3$, $c_2=0.6$, $c_3=1$ es poden obtenir les equacions de les quatre corbes

$$P(c_k, t) = \sum_{i=0}^3 \left(\sum_{j=0}^3 P_{ij} B_i^3(c_k) \right) B_j^3(t) \quad (4.19)$$

D'altra banda, les quatre corbes de Bézier calculades aplicant l'algorisme 2D de la secció 4.1.3 es poden expressar amb la següent equació:

$$P(c_k, t) = \sum_{i=0}^3 Q_{kj} B_j^3(t) \quad (4.20)$$

Així, de les equacions (4.19) i (4.20), es pot establir la següent igualtat

$$Q_{kj} = \sum_{i=0}^3 P_{ij} B_j^3(c_k) \quad (4.21)$$

Els valors Q_{kj} són punts de control de Bézier (Taula 4-1) i els coeficients de Bernstein específics $B_j^3(c_k)$ es poden calcular mitjançant l'equació (4.14) amb els valors $c_0=0$, $c_1=0.3$, $c_2=0.6$, $c_3=1$:

$$B = \begin{pmatrix} B_0^3(0) & B_0^3(0.3) & B_0^3(0.6) & B_0^3(1) \\ B_1^3(0) & B_1^3(0.3) & B_1^3(0.6) & B_1^3(1) \\ B_2^3(0) & B_2^3(0.3) & B_2^3(0.6) & B_2^3(1) \\ B_3^3(0) & B_3^3(0.3) & B_3^3(0.6) & B_3^3(1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0.343 & 0.064 & 0 \\ 0 & 0.441 & 0.288 & 0 \\ 0 & 0.189 & 0.432 & 0 \\ 0 & 0.027 & 0.216 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

Establint la igualtat terme a terme amb les equacions (4.19) i (4.20), s'obté el conjunt d'equacions següents

$$c_0 = 0 \left\{ \begin{array}{l} j = 0 \rightarrow Q_{00} = P_{00} B_0^3(0) = P_{00} \\ j = 1 \rightarrow Q_{01} = P_{01} B_0^3(0) = P_{01} \\ j = 2 \rightarrow Q_{02} = P_{02} B_0^3(0) = P_{02} \\ j = 3 \rightarrow Q_{03} = P_{03} B_0^3(0) = P_{03} \end{array} \right. \quad (4.23)$$

$$c_1 = 0.3 \left\{ \begin{array}{l} j = 0 \rightarrow Q_{10} = P_{00} B_0^3(c_1) + P_{10} B_1^3(c_1) + P_{20} B_2^3(c_1) + P_{30} B_3^3(c_1) \\ j = 1 \rightarrow Q_{11} = P_{01} B_0^3(c_1) + P_{11} B_1^3(c_1) + P_{21} B_2^3(c_1) + P_{31} B_3^3(c_1) \\ j = 2 \rightarrow Q_{12} = P_{02} B_0^3(c_1) + P_{12} B_1^3(c_1) + P_{22} B_2^3(c_1) + P_{32} B_3^3(c_1) \\ j = 3 \rightarrow Q_{13} = P_{03} B_0^3(c_1) + P_{13} B_1^3(c_1) + P_{23} B_2^3(c_1) + P_{33} B_3^3(c_1) \end{array} \right. \quad (4.24)$$

$$c_2 = 0.6 \left\{ \begin{array}{l} j = 0 \rightarrow Q_{20} = P_{00} B_0^3(c_2) + P_{10} B_1^3(c_2) + P_{20} B_2^3(c_2) + P_{30} B_3^3(c_2) \\ j = 1 \rightarrow Q_{21} = P_{01} B_0^3(c_2) + P_{11} B_1^3(c_2) + P_{21} B_2^3(c_2) + P_{31} B_3^3(c_2) \\ j = 2 \rightarrow Q_{22} = P_{02} B_0^3(c_2) + P_{12} B_1^3(c_2) + P_{22} B_2^3(c_2) + P_{32} B_3^3(c_2) \\ j = 3 \rightarrow Q_{23} = P_{03} B_0^3(c_2) + P_{13} B_1^3(c_2) + P_{23} B_2^3(c_2) + P_{33} B_3^3(c_2) \end{array} \right. \quad (4.25)$$

$$c_3 = 1 \left\{ \begin{array}{l} j = 0 \rightarrow Q_{30} = P_{30} B_3^3(1) = P_{30} \\ j = 1 \rightarrow Q_{31} = P_{31} B_3^3(1) = P_{31} \\ j = 2 \rightarrow Q_{32} = P_{32} B_3^3(1) = P_{32} \\ j = 3 \rightarrow Q_{33} = P_{33} B_3^3(1) = P_{33} \end{array} \right. \quad (4.26)$$

On els punts en negreta P_{ij} són els punts que s'estan buscant, mentre que els punts subratllats \underline{P}_{ij} són els punts prèviament coneguts que corresponen a punts de control de la superfície de Bézier.

Això es pot expressar com a producte de matrius:

$$BS * PS = QS - B_c * P_c \quad (4.27)$$

On

$$BS = \begin{pmatrix} B_1^3(c_1) & B_2^3(c_1) \\ B_1^3(c_2) & B_2^3(c_2) \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

$$PS = \begin{pmatrix} \underline{P_{10}} & \underline{P_{11}} & \underline{P_{12}} & \underline{P_{13}} \\ \underline{P_{20}} & \underline{P_{21}} & \underline{P_{22}} & \underline{P_{23}} \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

$$QS = \begin{pmatrix} Q_{10} & Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} \\ Q_{20} & Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

$$B_c = \begin{pmatrix} B_0^3(c_1) & B_3^3(c_1) \\ B_0^3(c_2) & B_3^3(c_2) \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

$$P_c = \begin{pmatrix} P_{00} & P_{01} & P_{02} & P_{03} \\ P_{30} & P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{pmatrix} \quad (4.32)$$

Així doncs els punts de control de la superfície de Bézier, P_{12} , P_{22} , P_{11} , P_{21} es poden calcular resolent la següent equació matricial:

$$PS = BS^{-1} [QS - B_c * P_c] \quad (4.33)$$

obtenint així tots els punt de control necessaris per construir la superfície de Bézier, utilitzant l'equació (4.27).

4.2 Validació del mètode

Amb l'estratègia 2D emprada, s'obté la geometria d'una faceta expressant-la en termes de superfície de Bézier i també s'obté la mida de la taca de llum que es produeix sobre un pla objectiu (o pla d'il·luminació) prèviament parcel·lat, segons les funcions de mèrit aplicades. En els exemples que es mostren, s'ha utilitzat la funció de mèrit concentradora i la funció de mèrit expansora definides per les expressions (4.10) i (4.11) respectivament. En aquest apartat es volen validar les següents capacitats del mètode proposat utilitzant l'estratègia 2D:

- 1) La capacitat de crear una faceta que pugui minimitzar la taca de llum sobre un punt objectiu mitjançant una funció de mèrit concentradora.
- 2) La capacitat de crear una faceta que pugui formar una taca de llum d'una mida determinada (E) centrada en una parcel·la del pla objectiu mitjançant una funció de mèrit expansora.
- 3) La correlació de resultats entre el que s'ha previst aplicant l'estratègia 2D i els resultats obtinguts utilitzant la faceta resultant en el simulador de software comercial Zemaxtm.
- 4) La influència de la mida de la faceta en
 - a. la capacitat de concentració minimitzant la mida de la taca,
 - b. la capacitat expansora en fer una taca de la mida imposada (E),
 - c. la regularitat de la taca obtinguda quan es simula amb Zemaxtm,
 - d. la coincidència de mides entre la taca calculada aplicant l'estratègia 2D i la taca simulada amb Zemaxtm.
- 5) La influència del descentrament de la parcel·la objectiu respecte la faceta en
 - a. la capacitat de concentració minimitzant la mida de la taca,
 - b. la capacitat expansora en fer una taca de la mida imposada(E),
 - c. la regularitat de la taca obtinguda quan es simula amb Zemaxtm,
 - d. la coincidència de mides entre la taca calculada aplicant l'estratègia 2D i la taca simulada amb Zemaxtm.

4.2.1 Definició de termes

Es defineixen una sèrie de termes per tal de fer més entenedor el procés

Mida mètode (Mm): mida de la taca que es calcula aplicant l'estratègia 2D. Aquesta mida ve donada per la mida de les línies horitzontals i verticals (centrades en el centre del pla objectiu), que s'obtenen.

- **Mm_pla:** mida de la taca calculada utilitzant una faceta plana.
- **Mm_concen** mida de la taca calculada utilitzant una faceta construïda utilitzant la funció de mèrit concentradora.
- **Mm_expan_E** mida de la taca calculada utilitzant una faceta construïda utilitzant la funció de mèrit expansora per crear una taca de mida fixada (E).

Mida Zemaxtm (Mz): mida de la taca simulada utilitzant el programari de simulació òptica Zemaxtm. Aquesta mida ve donada per les dimensions màximes en els talls horitzontals i verticals (centrats en el centre de la parcel·la objectiu) que s'obtenen.

- **Mz_pla**: mida de la taca simulada utilitzant una faceta plana.
- **Mz_concen** mida de la taca simulada utilitzant una faceta construïda utilitzant la funció de mèrit concentradora.
- **Mz_expan_E** mida de la taca simulada utilitzant una faceta construïda utilitzant la funció de mèrit expansora per crear una taca de mida fixada (E).

Factor comparatiu (FC) Relació entre la mida de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D i la mida de la taca simulada amb el programari Zemaxtm. Aquest factor es calcula en els dos casos: faceta calculada amb funció concentradora o faceta calculada amb funció expansora.

$$\mathbf{FC_expan_E} = 100 \frac{Mz_expan_E}{Mm_expan_E} \quad (4.34)$$

$$\mathbf{FC_concen} = 100 \frac{Mz_concen}{Mm_concen} \quad (4.35)$$

Capacitat de concentració (CONC): Relació entre la mida de la taca de referència calculada amb mirall pla i la mida de la taca calculada amb la faceta quan s'ha aplicat la funció concentradora.

$$\mathbf{CONC_m} = 100 - 100 \frac{Mm_concen}{Mm_pla} \quad (4.36)$$

Capacitat expansió (EXPAN): Relació entre la mida de la taca calculada amb la faceta quan s'ha aplicat una funció concentradora respecte la mida que s'esperava (E).

$$\mathbf{EXPANm_E} = 100 \frac{Mm_expan_E}{E} \quad (4.37)$$

L és el paràmetre de forma i **K** el factor de progrés, i ambdues són variables de la funció de mèrit definides a (4.10) i (4.11).

Totes les unitats lineals es donen en mil·límetres (mm).

4.2.2 Metodologia

Fixades unes condicions de treball (posició de la font, posició de la parcel·la objectiu i mida de la faceta), s'aplica l'estratègia 2D amb una de les funcions de mèrit (concentradora o expansora) i s'obté la geometria de la faceta com a superfície de Bézier juntament amb un diagrama d'impactes de la distribució d'il·luminació que produeix en la parcel·la objectiu, del

que podem extreure les dimensions de la taca geomètrica. Amb la superfície de Bézier obtinguda, es fa una simulació amb el programari Zemaxtm, reproduint la posició de tots els elements i obtenint una taca de llum sobre la parcel·la objectiu.

Es compara la mida de la taca geomètrica obtinguda aplicant els dos mètodes: el càlcul mitjançant l'estratègia 2D i la simulació amb el programari Zemaxtm.

Es pren, de referència, la taca de llum que produeix un mirall pla de la mateixa mida i orientació que la faceta sotmesa a estudi.

Les facetes són quadrades i es dona la mida d'un costat. Les parcel·les objectius també són quadrades i sempre ens referim a elles per la posició del seu centre geomètric (T).

Per aplicar l'estratègia 2D sempre s'utilitza una font puntual, així que per comparar els resultats obtinguts amb la simulació amb Zemaxtm també s'utilitza una font puntual. El capítol 5 inclou un estudi del comportament del sistema quan s'utilitzen fonts extenses.

4.2.3 Parcel·la objectiu centrada

En aquest apartat es mostrarà la validació dels punts 1, 2, 3, 4 exposats a l'inici de la secció 4.2, segons la disposició d'elements de la Figura 2-1Figura 4-6 i en les següents condicions de treball

- S'utilitza una font puntual centrada respecte el centre de la faceta.
- La parcel·la objectiu està centrada respecte la faceta.
- S'utilitzen facetes quadrades de diverses mides: 5x5, 10x10, 20x20 i 40x40 mm.
- Quan s'aplica la funció de mèrit expansora, es fixen diferents mides de taca (E), que s'expressen en termes de percentatge en relació a la taca de referència produïda per el mirall pla: 20%, 40%, 60% i 80%.

En l'annex A, secció A1, A2, A3 i A4 es presenten els resultats dels càlculs i de les simulacions realitzades amb la parcel·la objectiu centrada respecte la faceta, i per quatre facetes de mides diferents: 5x5, 10x10, 20x20 i 40x40 mm (Figura 4-6). Per a cada cas es representa la gràfica amb les dimensions de la taca sobre la parcel·la objectiu, fruit dels càlculs realitzats amb Matlab, i les imatges amb la irradiància obtinguda amb la simulació amb Zemaxtm, tant els talls en X sobre la parcel·la objectiu (que actua de detector en la simulació) com el mapa en fals color que ens permet veure la forma real de la taca que produeix la faceta motiu d'estudi. Les mides obtingudes en aquestes gràfiques, que es presenten a les taules de l'annex A, són les

que s'ha utilitzat per analitzar i comparar el seu comportament en funció de la mida de la faceta.

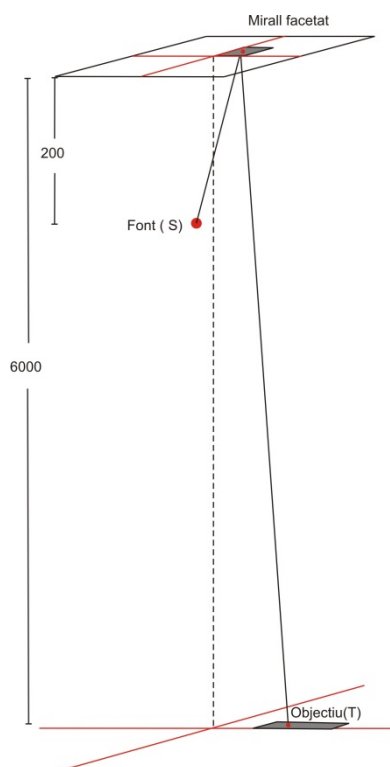


Figura 4-6: Disposició dels elements amb el que s'ha fet la simulació. Distàncies en mm.

A la Taula 4-2 hi ha el resum de resultats que es presenten en l'annex A.1, A.2, A.3 i A.4

	Faceta 5x5mm	Faceta 10x10 mm	Faceta 20x20 mm	Faceta 40x40 mm
	Valors en Taula A-1	Valors en Taula A-2	Valors en Taula A-3	Valors en Taula A-4
Pla	Figura A-1	Figura A-7	Figura A-13	Figura A-19
Funció Concent	Figura A-2	Figura A-8	Figura A-14	Figura A-20
Expan 20 %	Figura A-3	Figura A-9	Figura A-15	Figura A-21
Expan 40 %	Figura A-4	Figura A-10	Figura A-16	Figura A-22
Expan 60 %	Figura A-5	Figura A-11	Figura A-17	Figura A-23
Expan 80 %	Figura A-6	Figura A-12	Figura A-18	Figura A-24

Taula 4-2: Resum de les taules i figures on es representen les dimensions de la taca sobre la parcel·la objectiu, fruit dels càlculs realitzats amb Matlab, i les imatges amb la irradiància obtinguda amb la simulació amb Zemaxtm, tant els talls en X sobre la parcel·la objectiu com el mapa en fals color que ens permet veure la forma real de la taca que produeix la faceta motiu d'estudi. Per a cada mida de faceta, es presenta el cas de faceta plana (Pla), faceta obtinguda amb funció concentradora (Funció Concent) i facetes obtingudes amb funció expansora amb diferents mides de taca (E), que s'expressen en termes de percentatge en relació a la taca de referència produïda per el mirall pla: 20%, 40%, 60% i 80%.

4.2.3.1 *Anàlisi qualitativa: forma de la taca*

Tal com es veu en els mapes de fals color de la irradiància (annex A seccions A1, A2, A3 i A4), per a les mides de faceta de 5x5, 10x10, 20x20 i 40x40 mm, s'observen dos tipus de comportament en quant a la forma de la taca obtinguda i distribució de la llum en el pla objectiu. Per a les facetes més petites (5 i 10 mm) es produeix una distribució de llum que té més pes al centre de la imatge que a les bores i la distribució presenta patrons que no són uniformes. Per a facetes més grans (20 i 40 mm) la distribució de llum al pla objectiu és més uniforme. Quan la taca és petita, ja sigui perquè és fruit d'una funció concentradora que té per finalitat minimitzar la mida de la taca, com si és fruit d'una funció de mèrit expansiva amb la finalitat d'una mida E específica, la forma de la taca és quadrada. A mida que la mida de la taca creix, les bores es van arrodonint fins a assolir la forma circular que corresponen a la mida de la taca obtinguda amb mirall pla.

4.2.3.2 *Anàlisi quantitativa: capacitat de concentració respecte la taca de referència*

En aquest apartat es valora la capacitat de crear una faceta que pugui minimitzar la taca de llum sobre una parcel·la objectiu centrada amb una funció concentradora aplicada a facetes de diverses mides.

A la Taula 4-3 hi ha els valors del coeficient $CONC_m$ calculats per les facetes de 5x5, 10x10, 20x20 i 40x40 mm. Els valors de les taques obtingudes en cada cas es troben a les taules A1, A2, A3 i A 4 de l'annex A.

Segons l'equació (4.36), quan la taca obtinguda es minimitza respecte la taca de referència (obtinguda amb faceta plana) i Mm_{concen} tendeix a zero, el valor de $CONC_m$ tendeix a 100, per tant el que es desprèn de la Figura 4-7, és que la capacitat de concentració és notable, ja que el coeficient $CONC_m$ és proper a 100 per a totes les mides de facetes utilitzades, obtenint, en el pitjor dels casos un valor del coeficient $CONC_m$ de 98.78.

Mida faceta (mm)	CONC_m %
5x5	99,56
10x10	99,56
20x20	98,78
40x40	99,16

Taula 4-3: Capacitat de concentració segons la mida de la faceta calculat amb els valors de les taules A-1, A-2, A-3 i A-4 segons l'equació (4.36).

Capacitat concentració segons la mida de la faceta

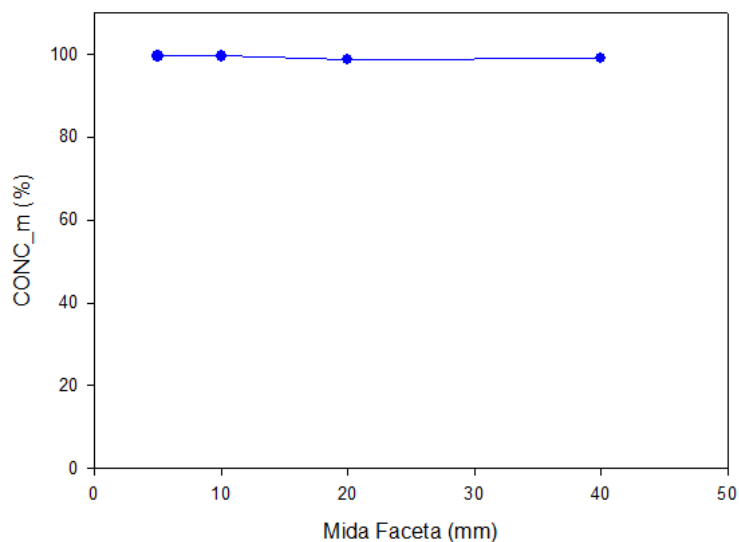


Figura 4-7: Capacitat de concentració segons la mida de la faceta segons els valors de la taula Taula 4-3.

4.2.3.3 Anàlisi quantitativa: capacitat expansió respecte la mida esperada

En aquest apartat es valora la capacitat de crear una faceta que pugui formar una taca de llum d'una mida determinada, centrada en una parcel·la del pla objectiu mitjançant una funció de mèrit expansora. Es fa amb diferents mides de faceta i per a cada faceta es fixa una mida de taca que es vol aconseguir (E) que s'expressa en termes de percentatge en relació a la taca de referència produïda per la faceta plana.

A la Taula 4-4 hi ha els valors del coeficient EXPANm_E calculats per les facetes de 5x5, 10x10, 20x20 i 40x40 mm amb valors de E corresponents al 20%, 40%, 60% 80 % de les respectives mides de referència. Els valors de les taques obtingudes en cada cas es troben a les taules A1, A2, A3 i A 4 de l'annex A.

La mida de les taques obtingudes no supera en cap cas el 15 % de la mida que s'esperava, i en la majoria de casos varia menys d'un 8%, sent el cas més desfavorable el que s'obté amb una faceta de 5x5mm quan es vol obtenir una taca del 20 % de la taca de referència. Així doncs

podem predir la mida de la taca que necessitem amb el sistema proposat, amb un percentatge raonable, i sigui quina sigui la mida de la faceta que utilitzem, tal com es mostra a la Taula 4-4 i a la Figura 4-8.

	Faceta 5x5 mm		Faceta 10x10 mm		Faceta 20x20 mm		Faceta 40x40 mm	
Referència	254 mm		509 mm		1019 mm		2039 mm	
	E (mm)	EXPANm_E (%)	E (mm)	EXPANm_E (%)	E (mm)	EXPANm_E (%)	E (mm)	EXPANm_E (%)
20%	50	86,00	101	95,02	203	99,49	407	97,44
40%	101	97,98	203	97,34	407	97,19	815	97,99
60%	152	96,68	305	98,26	611	97,86	1123	107,77
80%	203	96,04	407	98,73	815	95,53	1631	99,44

Taula 4-4: Capacitat d'expansió respecte la mida esperada per facetes de 5x5, 10x10, 20x20 i 40x40 mm. Referència és la mida de la taca de referència obtinguda amb una faceta plana. E és el valor que es vol obtenir de la taca, que en cada cas correspon al 20%, 40% 60% i 80% de la taca de referència de segons la mida de la faceta. EXPANm_E es calcula segons la fórmula(4.37) amb els valors extrets de les taules A-1, A-2, A-3 i A-4 de l'annex A.

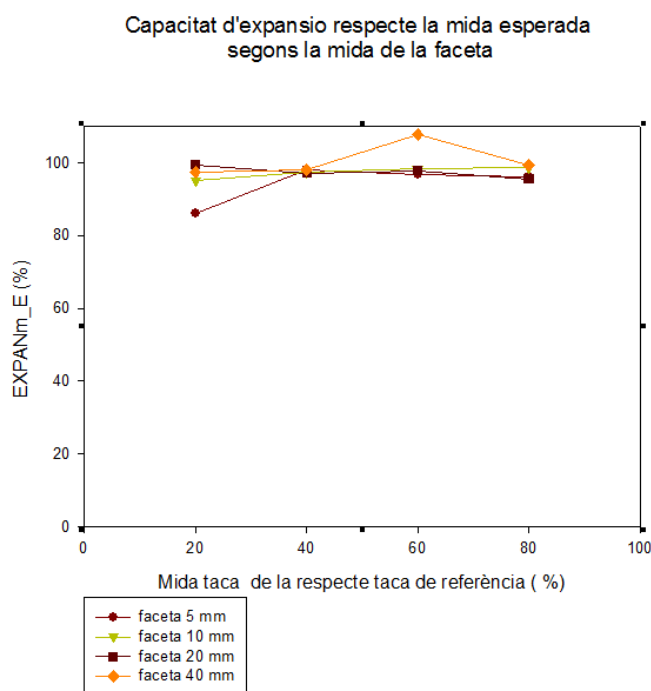


Figura 4-8: Capacitat d'expansió respecte la mida esperada, expressat en % respecte la taca de referència, per facetes de 5x5, 10x10, 20x20 i 40x40 mm segons els valors de la Taula 4-4

4.2.3.4 Anàlisi quantitativa: factor comparatiu

S'ha definit el factor comparatiu segons l'equació (4.34) corresponent a la funció expansora (FC_expan_E) segons l'equació (4.35) corresponent a la funció concentradora (FC_concen). En ambdós casos és una relació entre la mida de taca calculada amb l'estratègia 2D i la mida simulada amb Zemaxtm. Si el valor obtingut és proper al 100 estem en condicions de dir que l'estratègia 2D prediu el comportament de la faceta amb fiabilitat.

- ***Funció concentradora***

En aquest apartat es presenten els resultats del paràmetre *factor comparatiu* calculat utilitzant les facetes de diferents mides obtingudes amb la funció concentradora.

Per a totes les mides de facetes provades, es presenta una variació en el factor FC_concen menor del 5%, tal com es mostra a la Taula 4-5 i a la Figura 4-9.

Mida faceta (mm)	FC concen %
5x5	104,46
10x10	104,87
20x20	101,61
40x40	104,09

Taula 4-5: Factor comparatiu per a facetes de 5x5, 10x10, 20x20 i 40x40 mm obtingudes aplicant la funció concentradora. FC_concen es calcula segons la fórmula (4.35) amb els valors de les taules A-1, A-2, A-3 i A-4 de l'annex A.

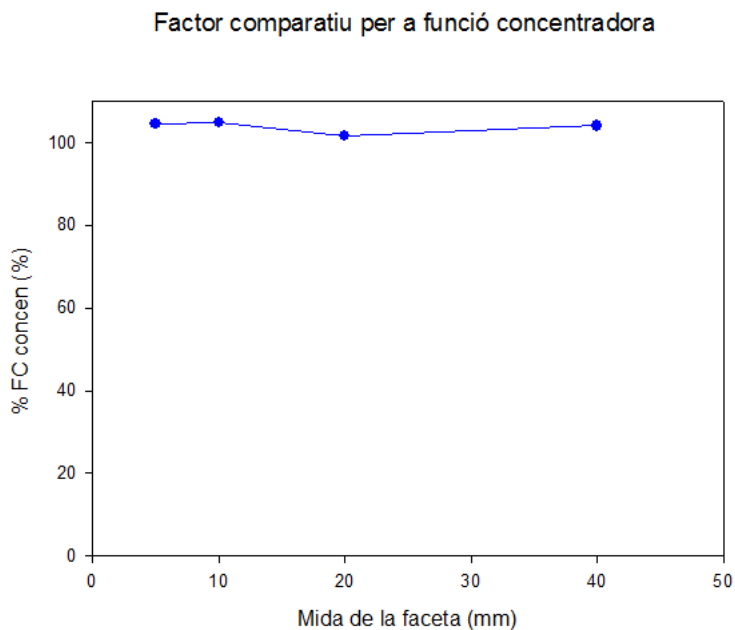


Figura 4-9: Factor comparatiu per facetes de 5x5, 10x10, 20x20 i 40x40 mm obtingudes aplicant la funció concentradora segons els valors de laTaula 4-5.

- ***Funció expansora.***

En aquest apartat es presenten els resultats del paràmetre *factor comparatiu* calculat utilitzant les facetes de diferents mides obtingudes amb la funció expansora i amb parcel·les objectius de diferents mides que corresponen al 20%, 40%, 60% i 80%, de la mida de la taca de referència, obtinguda amb faceta plana. Tal com es mostra a la Taula 4-6 i a la Figura 4-10, per a totes les mides de facetes, i per tots els valors de mida objectiu, la variació que es presenta del factor FC_expan_E és sempre menor al 10 %.

	Faceta 5x5 mm		Faceta 10x10 mm		Faceta 20x20 mm		Faceta 40x40 mm	
Refer	254 mm		509 mm		1019 mm		2039 mm	
	E (mm)	FC_expan_E (%)	E (mm)	FC_expan_E (%)	E (mm)	FC_expan_E (%)	E (mm)	FC_expan_E (%)
20%	50	93,02	101	104,20	203	100,51	407	102,37
40%	101	101,05	203	101,21	407	102,63	815	102,68
60%	152	102,75	305	101,11	611	96,17	1123	101,46
80%	203	101,55	407	100,29	815	91,45	1631	98,65

Taula 4-6: Factor comparatiu calculat amb facetes obtingudes amb funció expansora, per a facetes de 5x5, 10x10, 20x20 i 40x40 mm. E és el valor que es vol obtenir de la taca, que en cada cas correspon al 20%, 40% 60% i 80% de la taca de referència de segons la mida de la faceta. FC_expan_E es calcula segons la fórmula(4.34) amb els valors extrets de les taules A-1, A-2, A-3 i A-4 de l'annex A.

Factor comparatiu per a funció expansora

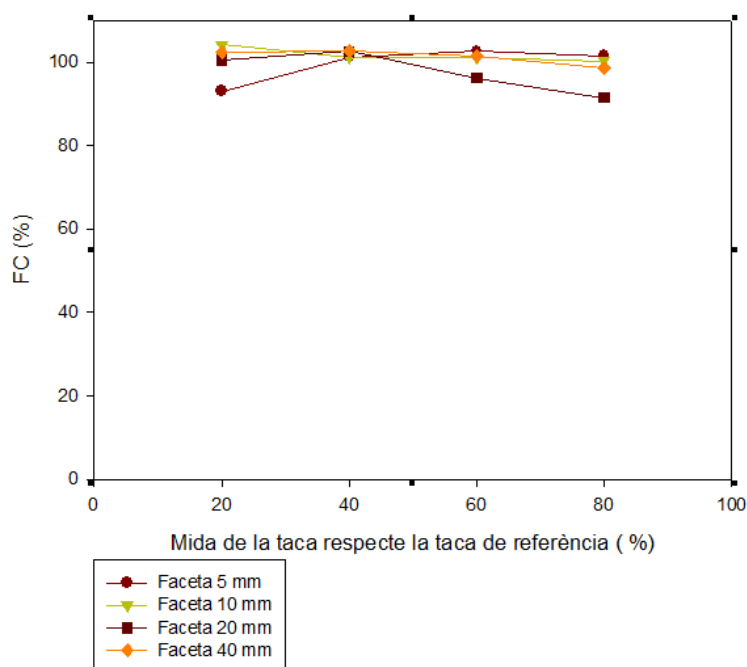


Figura 4-10: Factor comparatiu calculat amb facetes obtingudes amb funció expansora, segons els valors de la Taula 4-6.

4.2.4 Parcel·la objectiu descentrada

En aquest apartat es mostra la validació del punt 5 exposat a l'inici de la secció 4.2 en les següents condicions de treball:

- S'utilitza una font puntual centrada respecte el centre de la faceta.
- S'utilitzen facetes quadrades de diverses mides: 5x5, 10x10, 20x20 i 40x40 mm.
- Quan s'aplica la funció de mèrit expansora, es fixa una mida de taca (E), que correspon al 20% de la taca de referència produïda per la faceta plana.
- La parcel·la objectiu està descentrada respecte la faceta, introduint descentraments de 10° 20° i 40°.

En aquestes condicions es fa la mateixa anàlisi que per a facetes centrades.

En l'annex A, seccions A5,A6, A7 i A8, es presenten els resultats dels càlculs i de les simulacions realitzades amb la parcel·la objectiu amb diversos angles de descentrament (10° 20° i 40°) respecte la faceta, i per quatre facetes de mides diferents: 5x5, 10x10, 20x20 i 40x40 mm. Per a cada cas es representa la gràfica amb les dimensions de la taca sobre la parcel·la objectiu, fruit dels càlculs realitzats amb Matlab, i les imatges amb la irradiància obtinguda amb la simulació amb Zemaxtm, tant els talls en X i Y sobre la parcel·la objectiu (que actua de detector en la simulació) com el mapa en fals color que ens permet veure la forma real de la taca que produeix la faceta motiu d'estudi. Les mides obtingudes en aquestes gràfiques, que es presenten a les taules A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11 i A12 de l'annex A, són les que s'han utilitzat per analitzar i comparar el seu comportament en funció de la mida de la faceta.

A la **Taula 4-7** hi ha el resum de resultats que es presenten en l'annex A.5.

	Faceta 5x5mm		Faceta 10x10 mm		Faceta 20x20 mm		Faceta 40x40 mm	
	Concen valors en taula A-5	Expan valors en taula A-6	Concen valors en taula A-7	Expan valors en taula A-8	Concen valors en taula A-9	Expan valors en taula A-10	Concen valors en taula A-11	Expan valors en taula A-12
10°	Fig A-25	Fig A-28	Fig A-31	Fig A-34	Fig A-37	Fig A-40	Fig A-43	
20°	Fig A-26	Fig A-29	Fig A-32	Fig A-35	Fig A-38	Fig A-41	Fig A-44	Fig A-46
40°	Fig A-27	Fig A-30	Fig A-33	Fig A-36	Fig A-39	Fig A-42	Fig A-45	Fig A-47

Taula 4-7: Resum de les taules i figures on es representen les dimensions de la taca sobre la parcel·la objectiu, fruit dels càlculs realitzats amb Matlab, i les imatges amb la irradiància obtinguda amb la simulació amb Zemaxtm, tant els talls en X i Y sobre la parcel·la objectiu com el mapa en fals color que ens permet veure la forma real de la taca que produeix la faceta motiu d'estudi. Per a cada mida de faceta, es presenta el cas de faceta obtinguda amb funció concentradora i facetes obtingudes amb funció expansora amb mida d'ela taca (E) corresponent al 20% de la taca de referència produïda per el mirall pla. Per a cada cas es presenten els valors obtinguts amb diferents descentraments (10°, 20° i 40°).

Tal com es mostra a la Figura 4-11, per a cada cas es desplaça la faceta objectiu en el pla XY de manera que queda descentrada respecte el centre de la faceta. Per a cada descentrament es calcula la taca que es produeix amb les facetes obtingudes mitjançant les funcions concentradora i expansora. En el cas de la funció expansora, l'objectiu és que la taca obtinguda sigui de la mida que correspon al 20% de la taca produïda amb la faceta de referència.

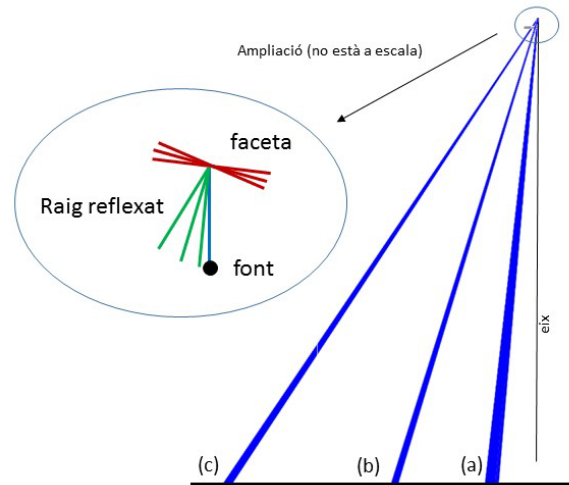


Figura 4-11: Descentrament de la parcel·la objectiu a) Parcel·la objectiu descentrada 10°, b) Parcel·la objectiu descentrada 20°, c) Parcel·la objectiu descentrada 40°.

4.2.4.1 Anàlisi qualitativa: forma de la taca

Tal com es veu en els mapes de fals color de la irradiància (annex A, seccions A5, A6, A7 i A8), per a les mides de faceta de 5x5, 10x10, 20x20 i 40x40 mm, s'observen dos tipus de comportament en quant a la forma de la taca obtinguda i distribució de la llum en el pla objectiu segons es tracti de facetes obtingudes aplicant la funció concentradora o obtingudes aplicant la funció expansora. En el cas de la funció concentradora, l'efecte del descentrament es fa molt evident, ja que la taca es deforma a mida que augmenta el descentrament, sent l'efecte més evident quan s'utilitzen les facetes més petites de 5x5 i 10x10 mm, tal com es veu a les figures A-25, A-26, A-27, A-31, A-32, A-33. En el cas de la funció expansora també es produeix aquest efecte, però no és tan evident. La forma de la taca es conserva quadrangular en la majoria dels casos. També s'observa que els comportament amb les facetes petites (5x5 i 10x10 mm) és més irregular que amb les facetes més grans (20x20 i 40x40 mm).

4.2.4.2 Anàlisi quantitativa: capacitat de concentració respecte la faceta de referència

En aquest apartat es valora la capacitat de crear una faceta que pugui minimitzar la taca de llum sobre una parcel·la objectiu descentrada amb facetes de diverses mides obtingudes aplicant la funció concentradora descrita a l'equació(4.36). Així doncs, segons aquesta equació, quan la taca obtinguda es minimitza respecte la taca de referència (obtinguda amb faceta plana) i Mm_concen tendeix a zero, el valor de $CONC_m$ tendeix a 100. Així, el que es desprèn

de la Figura 4-12 i de la Taula 4-8 és que la capacitat de concentració és notable, ja que el coeficient CONC_m és proper a 100 per a totes les mides de facetes utilitzades i per a tots els descentraments proposats, obtenint, en el pitjor dels casos un valor del coeficient CONC_m de 91.78, amb una diferència de menys d'un 10% de la situació ideal. S'observa que el pitjor comportament es dona amb els valors més baixos del coeficient, que corresponen a un descentrament elevat (40°).

	Faceta 5x5 mm	Faceta 10x10 mm	Faceta 20x20 mm	Faceta 40x40 mm
	CONC_m (%)	CONC_m (%)	CONC_m (%)	CONC_m (%)
0°	99,56	99,56	99,5568	99,1617
10°	99,49	99,51	99,51	
20°	99,22	98,82	98,82	98,93
40°	91,4	96,67	96,67	99,16

Taula 4-8: Capacitat de concentració en funció del descentrament de la parcel·la objectiu segons la mida de la faceta calculat amb els valors de les taules A-5, A-7, A-9 i A-11 segons l'equació (4.36).

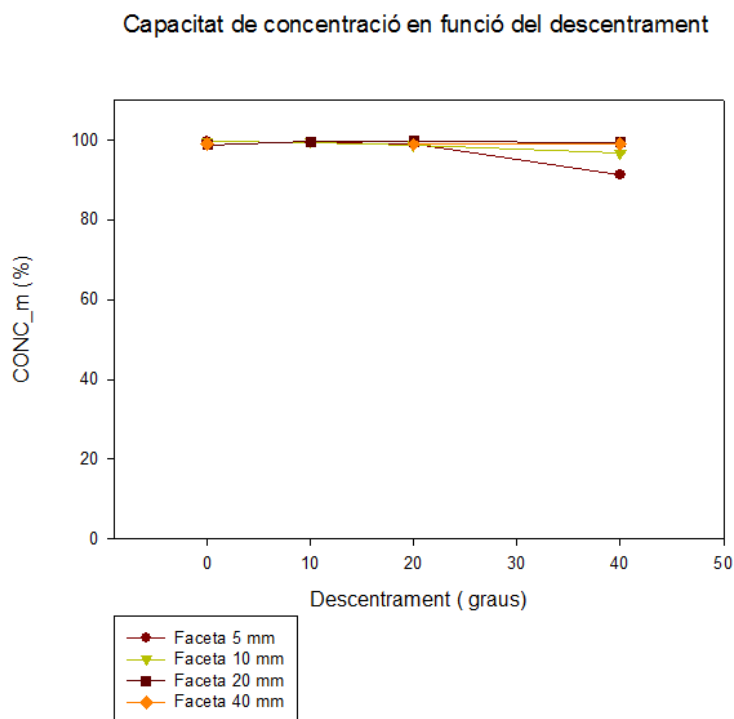


Figura 4-12: Capacitat de concentració en funció del descentrament de la parcel·la objectiu segons la mida de la faceta Taula 4-8.

4.2.4.3 Anàlisi quantitativa: capacitat d'expansió respecte la mida esperada

En aquest apartat es valora la capacitat de crear una faceta mitjançant una funció de mèrit expansora, que pugui formar una taca de llum d'una mida determinada, en una parcel·la del

pla objectiu descentrat, segons les condicions descrites anteriorment per el que fa a la mida de les facetes i el descentrament.

A la Taula 4-9 hi ha els valors del coeficient EXPANm_E calculats per les facetes de 5x5, 10x10, 20x20 i 40x40 mm amb valors de E corresponents al 20% de les respectives mides de referència i per valors de descentrament de 10°, 20° i 40°. Els valors de les taques obtingudes en cada cas es troben a les taules A-6, A-8, A-10 i A 12 de l'annex A.

La mida de les taques obtingudes en algun cas supera el 20% respecte la mida que s'esperava, però en la majoria de casos varia menys d'un 15%. Els casos més desfavorables són els que s'obtenen amb els descentraments extrems de 40°. Així doncs podem predir la mida de la taca que necessitem amb el sistema proposat, amb un percentatge que oscil·la al voltant del 15% i sigui quina sigui la mida de la faceta que utilitzem, tal com es mostra a la Taula 4-9 i a la Figura 4-13.

	Faceta 5x5 mm		Faceta 10x10 mm		Faceta 20x20 mm		Faceta 40x40 mm	
Referència	254 mm		509 mm		1019 mm		2039 mm	
	E (mm)	EXPANm_E (%)	E (mm)	EXPANm_E (%)	E (mm)	EXPANm_E (%)	E (mm)	EXPANm_E (%)
0°	50	85,28	101	97,96	203	96,16	407	97,44
10°	50	86,4	101	98,60	203	79,87	407	
20°	50	92,00	101	90,00	203	94,50	407	104,56
40°	50	92,00	101	79,00	203	79	407	98,00

Taula 4-9: Capacitat d'expansió respecte la mida esperada en funció del descentrament de la parcel·la objectiu: per a facetes de 5x5, 10x10, 20x20 i 40x40 mm. Referència és la mida de la taca de referència obtinguda amb una faceta plana. E és el valor que es vol obtenir de la taca, que correspon al 20%, de la taca de referència de segons la mida de la faceta. EXPANm_E es calcula segons la fórmula(4.37) amb els valors extrems de les taules A6, A8, A10 i A12 de l'annex A.

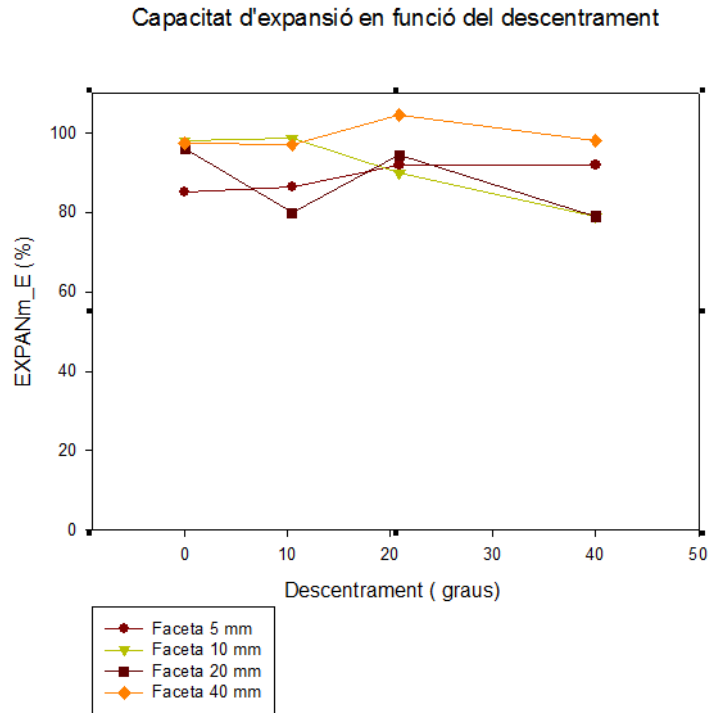


Figura 4-13. Capacitat d'expansió respecte la mida esperada en funció del descentrament de la parcel·la objectiu, per facetes de 5x5, 10x10, 20x20 i 40x40 mm segons els valors de la Taula 4-9

4.2.4.4 Anàlisi quantitativa: factor comparatiu

S'ha definit el factor comparatiu segons l'equació (4.34) corresponent a la funció expansora (FC_expan_E) i segons l'equació (4.35) corresponent a la funció concentradora (FC_concen). En ambdós casos és una relació entre la mida de taca calculada amb l'estratègia 2D i la mida simulada amb Zemaxtm. Si el valor obtingut és proper al 100 estem en condicions de dir que l'estratègia 2D prediu el comportament de la faceta amb fiabilitat.

- **Funció concentradora**

En aquest apartat es presenten els resultats del paràmetre *factor comparatiu* calculat utilitzant les facetes de diferents mides obtingudes amb la funció concentradora i amb la parcel·la objectiu descentrada.

El factor comparatiu de la funció concentradora presenta una gran dispersió de valors. S'observa que la dispersió és major a mida que augmenta l'angle, i que també presenta pitjors resultats per a facetes petites, sent el cas de la faceta de 5 mm un comportament no desitjat.

	Faceta 5x5 mm	Faceta 10x10 mm	Faceta 20x20 mm	Faceta 40x40 mm
	FC Conc (%)	FC Conc (%)	FC Conc (%)	FC Conc (%)
0°	104,46	104,87	101,61	104,09
10°	100,77	101,44	97,34	119,58
20°	95,00	115,00	74,67	119,58
40°	25,50	125,88	94,00	84,62

Taula 4-10: Factor comparatiu per facetes de 5x5, 10x10, 20x20 i 40x40 mm obtingudes aplicant la funció concentradora per parcel·les objectiu descentrades FC_concen es calcula segons la fórmula (4.35) amb els valors de les taules A5, A7, A9 i A11 de l'annex A.

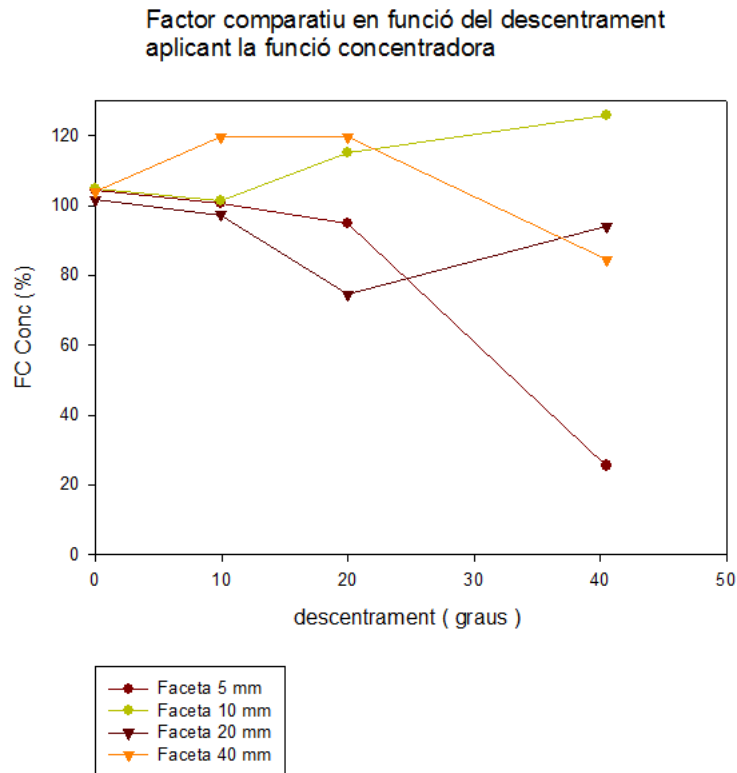


Figura 4-14 Factor comparatiu per facetes de 5x5, 10x10, 20x20 i 40x40 mm obtingudes aplicant la funció concentradora per parcel·les objectiu descentrades segons els valors de la Taula 4-10.

- **Funció expansora**

En aquest apartat es presenten els resultats del paràmetre factor comparatiu calculat utilitzant les facetes de diferents mides obtingudes amb la funció expansora i amb parcel·les objectius descentrades 10°, 20° i 40° i una mida que corresponen al 20%, de la mida de la taca de referència, obtinguda amb faceta plana. A la Taula 4-11 i a la Figura 4-15 s’observa que la dispersió de resultats es dona per el major descentrament (40°), sent el comportament de la faceta de 5 mm el menys satisfactori, tant en aquesta cas com per els altres valors de descentrament. Per a valors de descentrament fins a 20°, i les facetes de 10x10, 20x20 i 40x40 mm els valors no s’aparten més d’un 4 % del valor desitjat.

	Faceta 5x5 mm		Faceta 10x10 mm		Faceta 20x20 mm		Faceta 40x40 mm	
Referència	254 mm		509 mm		1019 mm		2039 mm	
	E (mm)	EXPANm_E (%)	E (mm)	EXPANm_E (%)	E (mm)	EXPANm_E (%)	E (mm)	EXPANm_E (%)
0°	50	106,39	101	100,61	203	100,61	407	99,57
10°	50	103,93	101	102,68	203	102,58	407	99,80
20°	50	99,68	101	103,96	203	99,64	407	99,80
40°	50	24,70	101	82,87	203	89,87	407	94,41

Taula 4-11: Factor comparatiu en funció del descentrament aplicant la funció expansora. Factor comparatiu calculat amb facetes obtingudes amb funció expansora, per a facetes de 5x5, 10x10, 20x20 i 40x40 mm i parcel·la objectiu descentrada. E és el valor que es vol obtenir de la taca, que correspon al 20%, de la taca de referència. FC_expan_E es calcula segons la fórmula(4.34) amb els valors extrets de les taules A6, A8, A10 i A12 de l’annex A.

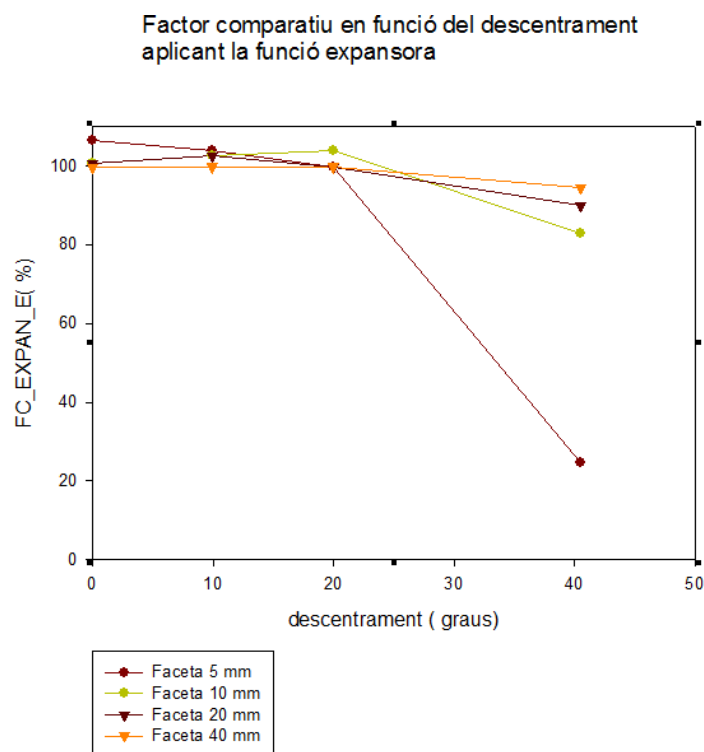


Figura 4-15 Factor comparatiu calculat amb facetes obtingudes amb funció expansora, per a facetes de 5x5, 10x10, 20x20 i 40x40 mm i parcel·la objectiu descentrat segons els valors de la Taula 4-11.

Resum

En el present capítol s'ha presentat la contribució principal de la present tesis doctoral; com, a partir d'una estratègia 2D, es poden generar facetes individuals expressades com a superfícies de Bezier bicúbiques amb una xarxa de punts de control 4x4.

El procés d'elecció dels plans 2D òptims on aplicar l'estratègia s'ha fonamentat en les conclusions extretes del capítol 3. S'ha introduït el concepte de funció de millora per obtenir solucions plausibles que responguin a propòsits diversos, com ara concentrar o distribuir la llum al voltant dels punts objectius triats. Aplicant la formulació de la llei de Snell en corbes de Bézier situades en els plans estratègicament escollits, s'ha definit el mètode per calcular els punts de control que defineixen la superfície de Bézier que dona solució al problema plantejat.

També s'ha validat el mètode de treball i les solucions obtingudes comparant les distribucions de llum predites pel mètode amb les obtingudes quan s'empren un software comercial. Aquesta verificació s'ha efectuat per a funcions concentradores i expansores, per mides originals de facetes que van dels 5x5 mm als 40x40 mm i per inclinacions relatives de fins a 40 graus, i amb la restricció de considerar la font de llum com a puntual.

En tots els casos les discrepàncies han estat menors del 15% (casi sempre menors del 8%) i així es pot concloure que el mètode proposat de generar superfícies 3D a partir d'estratègies 2D dona un resultat satisfactori per utilitzar les superfícies proposades com a punt de partida d'un procés d'optimització més completa.

En el capítol següent es mostra la viabilitat del mètode utilitzant fonts extenses.

Capítol 5 Segmentació i mapatge

L'objectiu d'aquest capítol es establir un mètode de segmentació i mapatge per tal de poder donar la mida i orientació de les facetes de forma lliure en el procés de disseny d'un reflector.

Tal com s'ha esmentat anteriorment, il·luminar no és altra cosa que distribuir la llum d'una manera determinada sobre una superfície seguint un patró pre-establert. Il·luminar implica, per tant, un transport d'energia de manera ordenada, i en el present cas, amb un reflector d'una sola superfície. Per tal de guanyar graus de llibertat en el disseny es proposa segmentar el reflector en múltiples superfícies, obtenint una superfície facetada. La necessitat i avantatges de treballar amb superfícies facetades ja s'han apuntat prèviament (Capítol 4) i un dels avantatges principals és que es pot modificar localment una zona del reflector sense que això afecti al disseny globalment, això és, permet el grau de flexibilitat necessari per il·luminar una superfície segons un patró objectiu donat, ja que cada faceta pot donar resposta a requeriments diferents en quan a intensitat i zona a il·luminar.

La segmentació no només es planteja per el reflector, sinó que es planteja com una metodologia de treball de tres etapes diferents inter-relacionades de manera indestriable a través del procés de mapatge. En la primera etapa es descriu el procés de segmentació de la

superfície a il·luminar, també anomenada pla objectiu, convertint aquesta superfície en un conjunt d'objectius individuals independents, que anomenem parcel·les o parcel·les objectiu. En la segona etapa es descriu el procés de segmentació de la font que inclou la segmentació del flux emès segons la direcció. La manera com es segmenta la font porta a la tercera etapa que és la segmentació del reflector en facetes, ja que segons el flux, es definiran les facetes del reflector de manera que cadascuna d'aquestes contribueixin a la il·luminació de forma energèticament equitativa.

Per completar un disseny, una vegada obtinguts els segments de la font, les parcel·les de la superfície objectiu i les facetes del reflector, i abans d'aplicar el mètode per donar forma a les facetes, es segueixen tres processos: un procés d'assignació d'elements o mapatge, que és la funció que relaciona individualment els tres elements (font, objectiu, faceta), un procés d'orientació de les facetes i per últim un procés d'ajust de la posició de les facetes. El mètode per donar forma a les facetes, explicat en el capítol 4, no té en compte les relacions de veïnatge entre facetes, és a dir, s'aplica faceta a faceta individualment, però és necessari que hi hagi una preparació prèvia de les facetes per tal de minimitzar les possibles discontinuïtats entre facetes.

5.1 Criteris de segmentació.

Per il·luminar, es parteix d'una distribució de llum que proporciona la font, que s'ha de traslladar, mitjançant el reflector, al pla objectiu segons el patró d'il·luminació donat. Si es treballa amb superfícies facetades, per tal que cada faceta contribueixi de la mateixa manera al procés global d'il·luminació, també s'han de segmentar tant la font com l'objectiu de manera correlacionada. És per això que s'han d'establir uns criteris per a la segmentació que siguin vàlids per els tres elements en joc: pla objectiu, font i superfície reflectora. Donat que ni l'emissió de flux de la font ni la distribució d'il·luminació en l'objectiu no són, en general, regulars, s'estableix un màxim de variabilitat entre elements de manera que no hi pot haver un canvi energètic major d'un determinat percentatge entre elements de flux de la font o entre la quantitat d'il·luminació que reben les diferents parcel·les de l'objectiu. El valor d'aquest percentatge depèn del tipus de dissenys que afrontem i de la tolerància permesa en els resultats. Es parteix, com a valor de referència, d'un 5%, valor que s'ha d'ajustar segons les circumstàncies del disseny i criteri del dissenyador.

Aquests criteris energètics lligats a la font i a l'objectiu porten, de manera natural, a delimitar el nombre de facetes, i com a conseqüència, n'estableixen la mida tal com es veurà en les seccions següents.

5.2 Segmentació del pla objectiu.

El procés de segmentació del pla objectiu en parcel·les es porta a terme per tal de poder fer una aproximació de distribució d'energies que compleixi els objectius d'il·luminació del disseny. La distribució de llum al pla objectiu pot estar definida de diverses maneres, com per exemple, mitjançant una funció de distribució o amb una distribució discreta d'intensitats al pla objectiu. Per tal de poder fer una aproximació de distribució d'energies es proposa segmentar el pla objectiu en parcel·les, determinar un punt de referència en cada parcel·la i definir un sistema de disseny punt a punt. Per disseny punt a punt s'entén relacionar un punt de la font amb el punt de referència de la parcel·la objectiu a través del punt central d'una faceta del reflector.

Per fer la segmentació del pla objectiu, primerament s'ha de tenir el mapa d'il·luminació en el que s'ha d'indicar la distribució d'il·luminació desitjada sobre la superfície a il·luminar. Sobre aquest mapa, s'aplica el criteri de segmentació general descrit anteriorment, és a dir, quan hi ha canvis d'il·luminació majors d'un 5%, s'ha de fer una nova parcel·la. La partició que es derivi d'aquest procés acaba determinant una distribució de parcel·les en un pla. Per referenciar cada parcel·la s'agafa el seu punt central que s'anomena **punt objectiu**.

La limitació en número de parcel·les ve donada per el número de facetes del reflector. El número de parcel·les ha de ser igual o menor al número de facetes del reflector ja que una parcel·la pot rebre llum de més d'una faceta, però una faceta només es pot dirigir a una sola parcel·la. Que la relació sigui 1: 1 o 1: n dependrà de la regularitat de distribució d'il·luminació que es requereixi en el pla objectiu, punt que es discutirà a la secció 5.5 (mapatge).

5.3 Segmentació de la font

La font es segmenta segons dos conceptes: mida i flux. Com a resultat de la segmentació per mida, s'obtenen diverses sub-fonts que es tracten, cadascuna d'elles, com a font puntal, i se'n segmenta el seu flux.

5.3.1 Segmentació de la mida

Partint de que en les fonts LED, el 90% del flux es concentra en un angle d'emissió de 45°, considerem que la font és puntual quan l'angle que subtendeix des dels extrems del reflector és menor de 45°. En cas que l'angle sigui major, es segmenta la font i s'estableixen tantes zones del reflector com calgui de manera que cadascuna subtendeixi 45° des de la font. A cada zona del reflector així determinada se li assigna una part de la font. D'aquesta manera, a cada zona del reflector se li assigna una sub-font que actua com a font puntual.

5.3.2 Segmentació del flux

Partint de la distribució de luminància de la font es proposa un mètode de segmentació del flux en feixos, que és la base per a la segmentació del reflector. La segmentació en feixos es basa en la distribució de flux d'una font real en dos meridians amb la finalitat d'obtenir un sistema que afavoreixi una distribució regular de les facetes a la superfície reflectora.

Partint de la distribució d'il·luminació de la font (Figura 5-1), es tenen en compte els dos meridians perpendiculars.

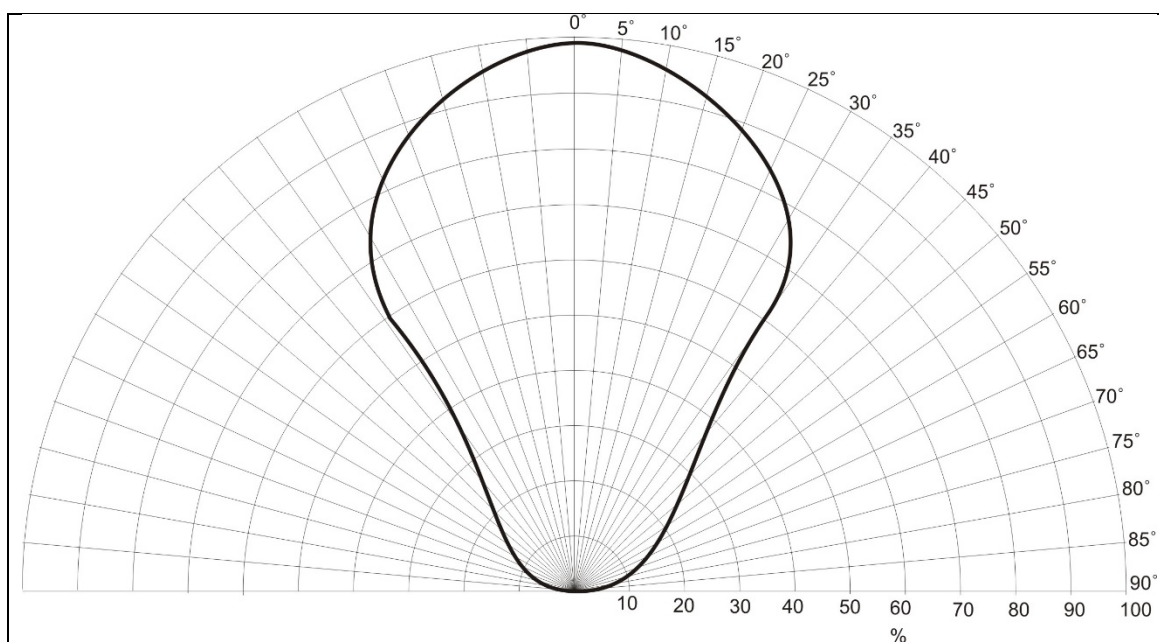


Figura 5-1. Exemple de la distribució de flux d'una font en un meridià. Es mostra que a 45° s'emet quasi el 90% del flux.

Segons els criteri de segmentació proposat, les particions no poden diferir en més d'un percentatge, fixat en un 5% com a valor de referència. Així, per a cadascun dels meridians, es fa la selecció d'angles que resulta d'imposar que la diferència d'intensitat entre una part i la següent no sigui major que percentatge establert. Aquest procés proporciona una figura

continguda en un pla (XY), amb una col·lecció d'eixos verticals disposats en forma de ventall, en que la separació angular dels eixos no és regular i depèn de la distribució energètica (Figura 5-2).

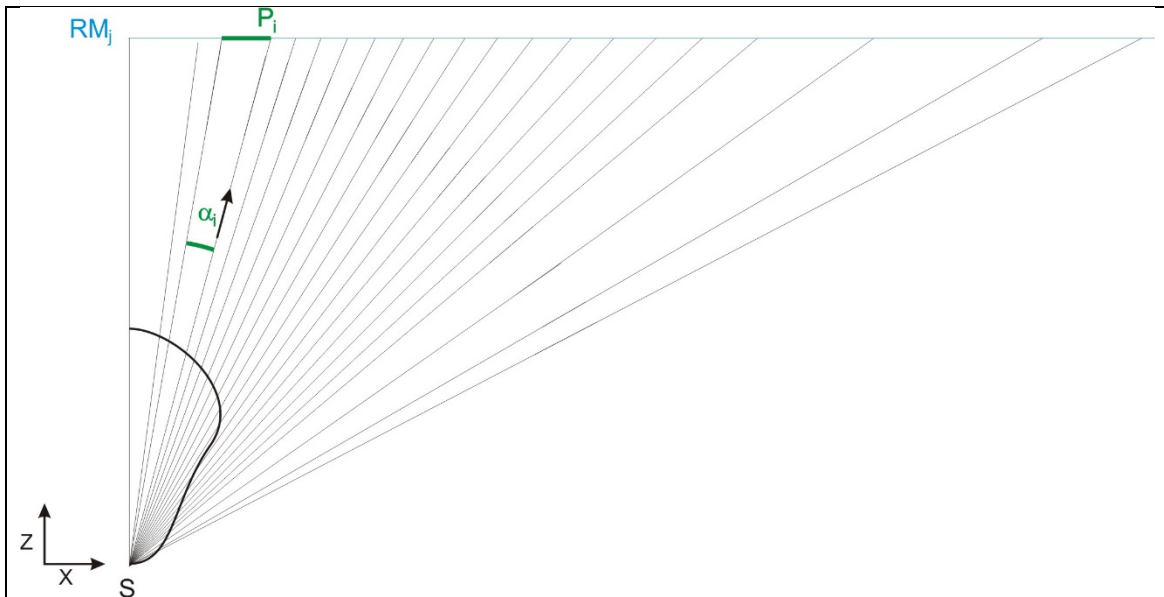


Figura 5-2 Distribució dels eixos a partir de la distribució de flux de la font en un meridià mostrada a la Figura 5-1. El meridià talla el pla RM per l'eix RM_j . S és la font, α_j és l'angle entre eixos i P_i és la mida de la faceta si aquesta es trobés a l'alçada que marca el pla RM.

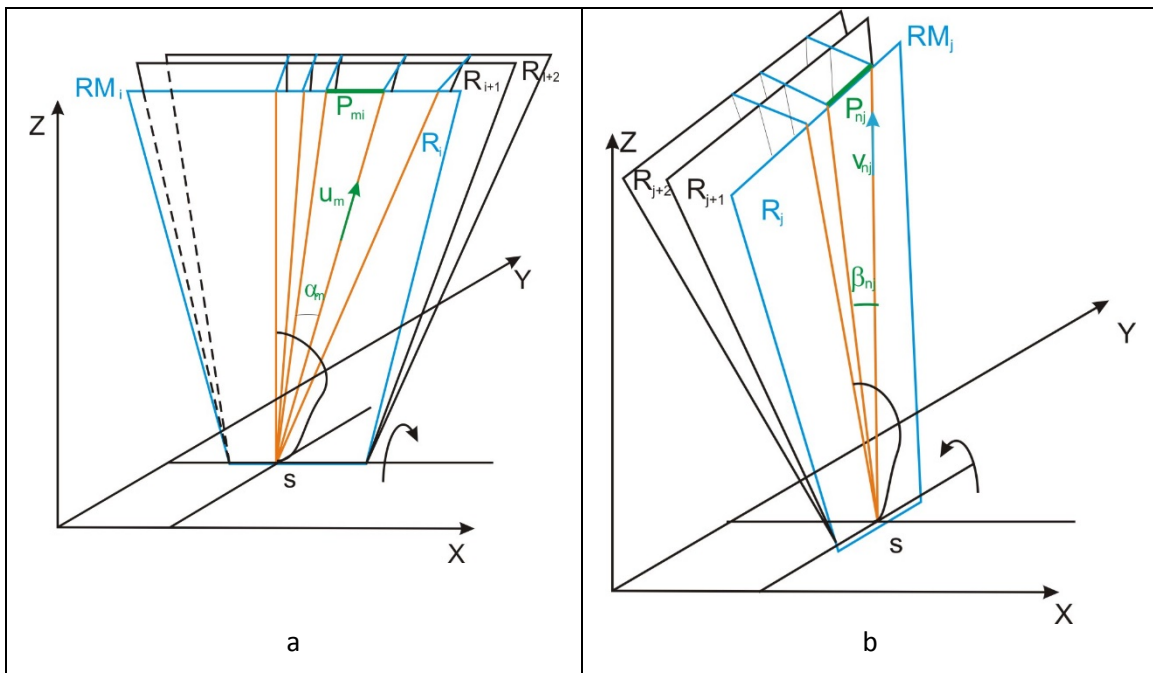


Figura 5-3: Representació de la distribució de feixos en dos plans perpendiculars. S és la font. 5-3 a. - Obtenció de diversos plans R_i fent rotar un pla paral·lel al pla XZ per un eix paral·lel a l'eix X. En cada pla hi ha els eixos determinats per el flux de la font segons els angles α . P_i és el segment que es determina a l'alçada marcada per el pla M Les rectes RM_i són la intersecció de cadascun dels plans generats R_i amb un pla M que conté el reflector 5-3 b. - Obtenció de diversos plans R_j fent rotar un pla paral·lel al pla YZ per un eix paral·lel a l'eix Y. En cada pla hi ha els eixos determinats per el flux de la font segons els angles α . P_j és el segment que es determina a l'alçada marcada per el pla M Les rectes RM_j són la intersecció de cadascun dels plans generats R_j amb un pla M que conté el reflector

Si es fa rotar el pla XY (sobre el que s'han generat els eixos) respecte l'eix de les X, es genera un feix de plans a l'espai. Es segueix el mateix procediment per el meridià perpendicular, fent una rotació del pla YZ i una rotació respecte l'eix de les Z, obtenint un altre feix de plans. La intersecció dels plans genera un feix d'eixos l'espai tal com es pot veure a la Figura 5-3.

En un pla M que talla el feix d'eixos que s'ha definit, queda descrita una quadrícula, que serà més o menys regular segons la distribució de flux inicial de la font en cadascun dels meridians. En primera aproximació, el pla M és el pla on es situa el reflector i és un pla paral·lel al pla XY, però el mètode és vàlid per a qualsevol pla que talli el feix de plans. El que s'obté en el pla de tall RM és el que s'observa a la Figura 5-4, on les línies RM estan contingudes en el pla M.

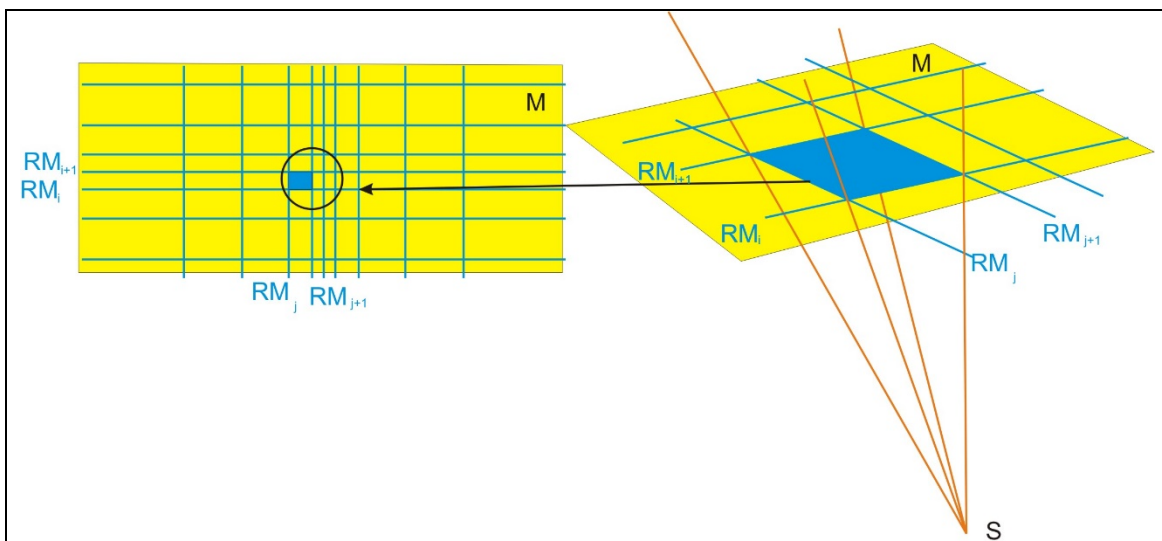


Figura 5-4 Representació de la quadrícula resultants de la segmentació del flux de la font. La quadrícula obtinguda en el pla M (pla del reflector) és fruit de les interseccions de les rectes RM. Els vèrtex de cada rectangle que es forma són els vèrtex de cadascuna de les facetes a dissenyar.

Cada quadre marcat en el pla contribueix a construir una faceta del reflector, és més, el extrems de cada quadre delimiten el contorn de la faceta plana a la que posteriorment s'ha de donar forma com a superfície de Bézier segons el procés descrit en el capítol 4.

5.4 Segmentació del reflector

Tal com s'ha apuntat en l'apartat anterior, el procés de segmentació de la superfície reflectora és fruit de la segmentació del flux de la font, que defineix els contorns de les facetes del reflector. El procés de segmentació proposat proporciona facetes quadrangulars, que és una geometria que s'adapta molt be a la geometria de les superfícies de Bézier que es construeixen posteriorment.

Segons el procés d'ajust entre facetes que es proposi s'assolirà una segmentació que permetrà la construcció d'una superfície de forma lliure (freeform) o una superfície facetada. El cas que es proposa és el d'una superfície facetada composta per facetes de forma lliure. El procés d'ajust entre les facetes comporta una discontinuïtat entre facetes, els efectes de la qual és pràcticament inapreciable. Donat que el mètode que proposem és per donar unes condicions inicials de disseny, l'aproximació és suficient per complir els objectius definits.

Processos d'alta o baixa segmentació

En funció del criteri de segmentació general que s'hagi pres, es derivaran processos d'alta o baixa segmentació. Si s'agafa com a valor de referència un percentatge baix per el que fa a la diferència energètica màxima entre segments, la segmentació de la font portarà a una segmentació del reflector en facetes petites. Per el contrari, si el valor de referència és alt, s'obtindran facetes més grans. Així doncs, definim

- **Procés d'alta segmentació:** és el procés que dona com a resultat una segmentació de moltes facetes i aquestes són petites. La superfície global que s'obté amb aquest procés presenta discontinuïtats, és difícil de fabricar. És una assignació directa de flux a cada faceta i el pes del disseny recau, majoritàriament, en l'orientació de la faceta. La geometria de la faceta contribueix molt poc a la distribució final de llum. Quan s'apliquen processos d'alta segmentació, la llum rebuda sobre cada parcel·la objectiu només està afectada per una sola faceta, és a dir, la relació és un a un, cada parcel·la només rep energia d'una sola faceta $N_f = N_t$.
- **Procés de baixa segmentació:** és el procés que dona com a resultat una segmentació de poques facetes i aquestes són grans. En aquest cas, la geometria de la superfície de la faceta tindrà un gran pes en la distribució de llum. La reducció del número de segments en facilita la construcció i afavoreix que hi hagi menys discontinuïtat entre facetes. En aquest cas diverses facetes poden contribuir a enviar energia a un segment de la faceta objectiu. $N_f > N_t$.

El tipus de segmentació és sobretot un criteri general de disseny, ja sigui per raons estètiques o funcionals. En general, com a resultat del procés descrit s'obtenen facetes discontinues, per tant s'obté una superfície final facetada.

5.5 Relacions entre el reflector i l'objectiu: mapatge i orientació de facetes.

Tal com s'ha esmentat a l'inici del capítol, per completar un disseny i abans d'aplicar el mètode per donar forma a les facetes explicat en el capítol 4, es segueixen tres processos: un procés d'assignació d'elements o mapatge, un procés d'orientació de les facetes i per últim un procés d'ajust de la posició entre facetes.

5.5.1 Procés d'assignació d'elements: mapatge

El procés de mapatge és el procés que assigna cada faceta del reflector a una parcel·la objectiu per tal d'establir les relacions que permeten fer un disseny punt a punt.

Tal com s'ha indicat en l'apartat 5.3 en la segmentació de la mida de la font, si la font no és puntual, es defineixen zones de proximitat natural entre la font i el reflector i es fa una primera assignació de font amb una zona del reflector. Així, es segmenta la font considerant cada segment de la font com una font puntual, i s'aplica una assignació per proximitat natural relacionant cadascun dels segments de la font amb una zona del reflector. D'aquesta manera es redueix qualsevol cas al cas d'una font puntual.

Per el que fa a l'assignació d'elements faceta-parcel·la, s'ha de tenir en compte que el mètode de disseny serveix només si es defineixen els tres punts inicials: font, parcel·la i faceta, que es poden relacionar així:

- Una font pot dirigir llum a múltiples facetes .
- Una parcel·la objectiu pot rebre llum de múltiples facetes.
- Una faceta pot rebre llum d'una font i emetre-la cap a una única parcel·la de l'objectiu.

Aquest procés obre un ventall de possibilitats segons com es relacionin i es poden establir relacions $l: n: m$, on l és el nombre de fonts puntuals, n és el nombre de facetes del reflector i m és el nombre de parcel·les objectiu, amb $m \leq n$. Segons sigui el mapa d'il·luminació requerit al pla objectiu, les relacions entre font, la faceta i les parcel·les objectiu varien. Així es pot definir un mapatge en el que cada faceta cobreixi l'àrea corresponent a una parcel·la de l'objectiu ($l: n: n$) o be que diverses facetes cobreixin una parcel·la de l'objectiu, ($l: n: m$) adaptant així les necessitats d'il·luminació del pla objectiu. Per tant, és essencial fer una assignació faceta -parcel·la, que es fa per proximitat geomètrica. En el cas $l: n: n$, s'aplica un procés d'assignació assistit. En el cas $l: m: n$, el procés és més específic i manual. En qualsevol

dels casos, al final s'obté una assignació unívoca de les ternes de font-faceta-parcel·la objectiu que permet començar el procés d'orientació.

El mapatge també ha d'incloure el procés d'assignació de les funcions de mèrit descrites al capítol 4. Aquesta assignació ve determinada per el mapa objectiu que s'hagi de complir, podent combinar ambdós tipus de funcions en un mateix disseny.

5.5.2 Orientació de les facetes.

El procés d'orientació de les facetes del reflector permet una primera aproximació al disseny i és conseqüència del procés de mapatge. Així, una vegada establertes les ternes font-faceta-parcel·la objectiu, que es poden reduir a parelles faceta-segment objectiu si reduïm la font a un únic punt, les facetes s'han d'orientar de manera que la major part de llum es dirigeixi cap a una zona propera al punt de referència dels segments objectiu assignats. Aquesta primera aproximació és, evidentment, molt grollera, ja que les facetes són planes i encara no se'ls ha donat forma, per tant no tenen assignades les funcions de mèrit que en determinaran la geometria final. La orientació és independent del tipus de funció de mèrit que s'apliqui al disseny.

S'ha vist, en el procés de definició de la geometria de les facetes, que el procés és sensible a la orientació i els millors resultats s'aconsegueixen quan es parteix de facetes ben orientades, fet que reforça la idea de que els processos d'optimització obtenen millors resultats quan parteixen de condicions inicials ben definides.

5.5.3 Ajust entre facetes.

Una vegada fet el mapatge i la orientació de les facetes, cal també un procés de reubicació de les facetes per tal que les relacions de veïnatge entre facetes portin a minimitzar les zones de transició entre elles, ja que la presència d'aquestes zones, que no han estat pre-dissenyades amb criteris òptics, podria introduir dificultats en el procés final d'optimització. Aquest procés es fa canviant l'alçada a la que estan les facetes de la següent manera: començant per una de les facetes, es re-situa la contigua de manera que almenys un dels extrems és coincident. És un procés successiu que recorre totes les facetes i s'aconsegueix una seqüència de facetes ben orientades i amb una proximitat que s'ha demostrat suficient per els objectius descrits.

5.6 Validació del mètode en condicions reals de treball.

Fins ara, hem suposat que la font utilitzada és puntual i que el feix de la font està orientat al centre de la faceta, tant per aplicar l'estratègia 2D per obtenir la faceta i calcular la taca produïda, com per fer la simulació pertinent amb Zemaxtm. Això ens ha servit per donar unes condicions inicials simplificades que han portat a l'obtenció de la superfície de Bézier com a facetes de forma lliure. Aquesta simplificació ha permès obtenir uns resultats, que, com s'ha vista al capítol 4, són satisfactoris tant per el que fa als objectius marcats de les funcions aplicades (respecte a la capacitat de concentració com a la d'expansió) com a la capacitat de predicció de la mida de la taca, una vegada s'ha comparat la taca calculada amb la taca simulada amb Zemaxtm.

Quan s'han fet les simulacions i validacions del capítol 4 no s'han tingut en compte les condicions de contorn i veïnatge de les facetes ni s'ha tingut en compte que en els dissenys reals les font són extenses. En aquest apartat volem veure l'efecte que te aplicar fonts extenses a les facetes calculades amb les condicions de font puntual i volem veure com afecta el fet de treballar amb diverses facetes contigües, tan quan les facetes presenten discontinuïtat com quan se'ls aplica un suavitzat per facilitar la seva construcció. S'ha de tenir en compte que el suavitzat que s'aplica no es fa amb consideracions òptiques i en conseqüència no hi ha control sobre aquesta darrera etapa de manufactura que implica lleugeres discrepàncies entre el disseny nominal i el producte final.

En aquest apartat es fan diversos estudis amb els que es vol veure que:

- tot i aplicar l'estratègia 2D en condicions molt simplificades, els resultats obtinguts són prou vàlids com a condicions inicials per fer una simulació d'un reflector,
- tot i que el mètode porta a facetes de forma lliure discontinues, aquestes discontinuïtats són molt menors que les mides de les facetes, (menors del 1%) per els processos de mapatge que s'han provat, i en conseqüència a l'aplicar un suavitzat, l'efecte en la taca no s'aprecia quan es treballa en condicions reals de font extensa.

5.6.1 Resultats amb font extensa.

En aquest apartat es vol veure el comportament de les facetes (calculades aplicant l'estratègia 2D, per tant suposant que la font és puntual) quan s'utilitza una font que no és puntual, així doncs es compara la mida de la taca simulada amb Zemaxtm emprant una font puntual i la mida

simulada quan s'utilitza una font extensa. L'estudi es fa amb facetes calculades tant amb la funció concentradora com amb la funció expansora, per diverses mides de facetes i per diferents graus de descentrament de la parcel·la objectiu.

S'ha fet l'estudi per diverses mides de facetes (5x5, 10x10, 20x20 i 40x40 mm) amb la parcel·la objectiu centrada, i amb una faceta de 20x20 mm per diferents descentraments de la parcel·la objectiu (0°, 10°, 20° i 40°). Per a cada cas s'ha fet la simulació amb Zemaxtm amb fonts extenses de tres mides diferents (1x1, 2x2 i 4x4 mm). La mida de la font que es pot utilitzar i l'angle d'obertura d'aquesta, venen limitades per la mida de la faceta. En tots els casos s'han utilitzat mides i obertures que subtendeixen el màxim angle i mida possible, sense sobrepassar la mida de la faceta.

En l'annex B, per a cadascun dels casos, es presenta la simulació de la taca que es produeix al pla objectiu utilitzant una font puntual i la simulació de la taca que es produeix al pla objectiu utilitzant fonts extenses per tal de veure com canvia la mida i la distribució de llum sobre la parcel·la objectiu. Per a cada cas es mostra la irradiància obtinguda amb la simulació amb Zemaxtm, (tall en la coordenada X) sobre la parcel·la objectiu (que actua de detector en la simulació) i el mapa en fals color que permet veure la forma real de la taca que produeix la faceta motiu d'estudi. Les mides obtingudes en aquestes gràfiques són les que s'han utilitzat per analitzar i comparar el seu comportament en funció de la mida de la faceta, el descentrament i la mida de la font.

A partir d'aquestes mides, s'ha determinat una relació entre la mida de la taca obtinguda amb la font puntual respecte la mida obtinguda amb la font extensa, de manera que a l'hora de fer el disseny i mapatge del sistema aplicant aquesta relació, es pot preveure la mida de la taca amb font extensa tot calculant la faceta utilitzant l'estratègia 2D per font puntual.

Quan s'utilitza funció concentradora, la relació és la següent:

$$t_{calcon} = m \cdot y_{font} \cdot k \quad (5.1)$$

Quan s'utilitza funció expansora, la relació és la següent:

$$t_{calcexp} = E \cdot k \quad (5.2)$$

on

- $k = \frac{100}{(100 - c)}$
- $c = |100 - FC|$,
- E és la mida de la taca esperada amb la funció expansora.
- FC és el factor comparatiu, és a dir, el percentatge de variació entre la taca calculada amb el mètode i la taca simulada amb Zemaxtm utilitzant la font puntual,
- y_{font} és la mida de la font,
- i m és la relació de distàncies entre la font i la faceta (s) i la faceta i la taca (s') $m = \frac{s'}{s}$

S'ha definit la taca relativa (t) com la relació entre la mida taca real obtinguda i la mida de la taca calculada, prevista segons les relacions definides anteriorment per funció concentradora a l'equació (5.1) i per la funció expansora a l'equació (5.2),

$$t = \frac{t_{calc}}{t_{real}} \quad (5.3)$$

A la Taula 5-1 hi ha el resum dels resultats que es presenten en els apartats B1, B2, B3 i B4 de l'Annex B.

Objectiu centrat	Funció Concentradora	Funció expansora
Faceta 5x5 mm	Taula B-1 / Figura B-1	Taula B-5 / Figura B-5
Faceta 10x10 mm	Taula B-2 / Figura B-2	Taula B-6 / Figura B-6
Faceta 20x20 mm	Taula B-3 / Figura B-3	Taula B-7 / Figura B-7
Faceta 40x40 mm	Taula B-4 / Figura B-4	Taula B-8 / Figura B-8

Taula 5-1: Resum de les taules i figures on es representen les dimensions de la taca sobre la parcel·la objectiu de les imatges amb la irradiància obtinguda amb la simulació amb Zemaxtm utilitzant font extensa, tant els talls en X sobre la parcel·la objectiu com el mapa en fals color Per a cada mida de faceta, es presenta el cas de faceta obtinguda amb funció concentradora i de faceta obtinguda amb funció expansora amb mida de la taca (E) corresponent al 20% de la taca de referència produïda per el mirall pla. Tots els casos es presenten amb la parcel·la objectiu centrada.

Objectiu descentrat Faceta 20x20	Funció Concentradora	Funció expansora
0	Taula B-3 / Figura B-3	Taula B-7 / Figura B-7
10	Taula B-9 / Figura B-9	Taula B-12 / Figura B-12
20	Taula B-10 / Figura B-10	Taula B-13 / Figura B-13
40	Taula B-11 / Figura B-11	Taula B-14 / Figura B-14

Taula 5-2: Resum de les taules i figures on es representen les dimensions de la taca sobre la parcel·la objectiu de les imatges amb la irradiància obtinguda amb la simulació amb Zemax[™] utilitzant font extensa i parcel·la objectiu descentrada de 20x20: Es presenten tant els talls en X sobre la parcel·la objectiu com el mapa en fals. Per a descentrament, es presenta el cas de faceta obtinguda amb funció concentradora i de faceta obtinguda amb funció expansora amb mida de la taca (E) corresponent al 20% de la taca de referència produïda per el mirall pla.

A continuació es presenten les gràfiques on es mostra el valor de la taca relativa per a cada cas i es pot, per tant, visualitzar com s'ajusta la predicció de la mida de la taca calculada amb la mida de la taca real obtinguda.

5.6.1.1 Parcel·la objectiu centrada. Funció concentradora

Mida Font (mm)	Faceta 5mm			Faceta 10mm		
	$t_{\text{calc conc}}$ (mm)	t_{real} (mm)	t	$t_{\text{calc conc}}$ (mm)	t_{real} (mm)	t
1x1	52, 83	52, 36	1, 01	50, 28	56, 50	0, 89
2x2	105, 66	86, 80	1, 22	100, 56	108, 00	0, 93
4x4	-	-	-	201, 13	184, 50	1, 09
Mida Font (mm)	Faceta 20mm			Faceta 40mm		
	$t_{\text{calc conc}}$ (mm)	t_{real} (mm)	t	$t_{\text{calc conc}}$ (mm)	t_{real} (mm)	t
1x1	50, 82	61, 20	0, 83	52, 13	70, 00	0, 74
2x2	101, 64	109, 90	0, 92	104, 27	121, 00	0, 86
4x4	203, 28	198, 90	1, 02	208, 54	219, 00	0, 95

Taula 5-3: Valors obtinguts de les simulacions mostrades a les taules B1, B2,B3 i B4 de l'Annex B. Resultats referents a la simulació amb font puntual i fonts extenses de 1x1, 2x2, i 4x4 mm, per parcel·la objectiu centrada i per diverses mides de faceta. Facetes obtingudes aplicant funció concentradora. t_{calcconc} es el valor esperat, t_{real} és el valor obtingut per simulació i t és la taca relativa, relació entre ambdós valors.

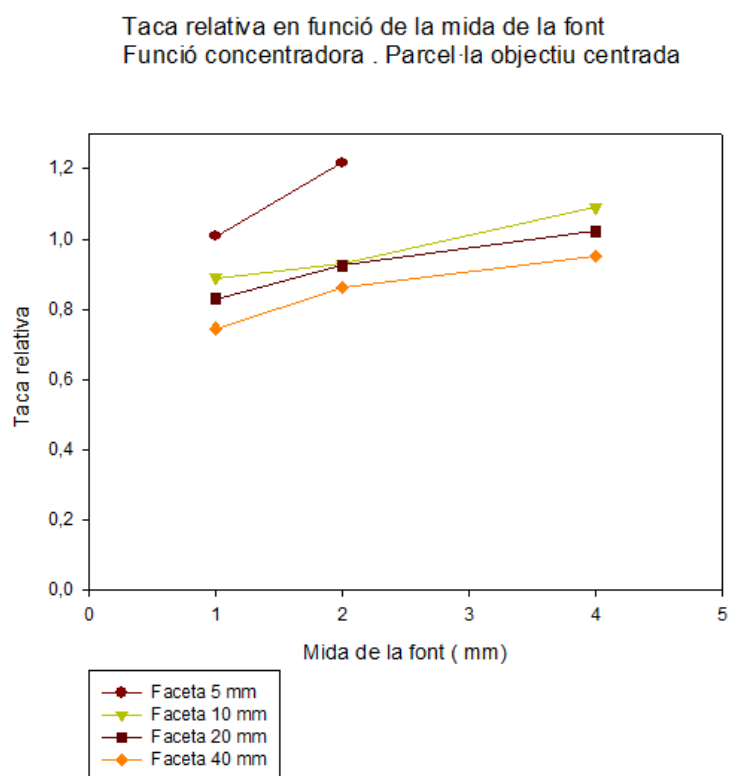


Figura 5-5: Gràfica de la taca relativa en funció de la mida de la font segons les dades de la Taula 5-3. Taques obtingudes mitjançant simulació amb fonts extenses de 1x1, 2x2 i 4x4 mm, per parcel·la objectiu centrada i per diverses mides de faceta. Facetes obtingudes aplicant funció concentradora.

Quan es fa la simulació amb facetes obtingudes utilitzant la funció concentradora, tal com es mostra a les taules B-1, B-2, B-3 i B-4 de l'Annex B, la mida de la taca creix a mida que creix la mida de la font segons la relació que hem expressat a l'equació (5.1): la mida de la taca que es forma és directament proporcional a la mida de la font i a la relació de distàncies font/parcel·la objectiu.

De la Figura 5-5 es desprèn que el comportament la mida de la taca esperada està sempre dins d'un marge menor del 25 %, sent la faceta de 5 mm la que s'allunya més del comportament esperat. S'observa que la mida relativa presenta un ajust millor a la unitat per a facetes grans i fonts grans.

5.6.1.2 Parcel·la objectiu centrada. Funció expansora.

Faceta 5mm E=50 mm				Faceta 10mm E=100mm		
Mida Font (mm)	$t_{\text{calc exp}}$ (mm)	t_{real} (mm)	t	$t_{\text{calc conc}}$ (mm)	t_{real} (mm)	t
1x1	46,65	46,90	0,99	96,53	99,58	0,97
2x2	46,65	45,90	1,02	96,53	101,30	0,95
4x4				96,53	85,00	1,14
Faceta 20mm E=200mm				Faceta 40mm E=400mm		
Mida Font (mm)	$t_{\text{calc conc}}$ (mm)	t_{real} (mm)	t	$t_{\text{calc conc}}$ (mm)	t_{real} (mm)	t
1x1	201,44	214,30	0,94	405,27	434,00	0,93
2x2	201,44	210,00	0,96	405,27	460,00	0,88
4x4	201,44	188,47	1,07	405,27	436,00	0,93

Taula 5-4: Valors obtinguts de les simulacions mostrades les taules B5,B6, B7 i B8 de l'Annex B. Resultats referents a la simulació amb font puntual i fonts extenses de 1x1, 2x2, i 4x4 mm, per parcel·la objectiu centrada i per diverses mides de faceta. Facetes obtingudes aplicant funció expansora amb diferents valors de E segons la mida de la faceta. t_{calcconc} es el valor esperat, t_{real} és el valor obtingut per simulació i t és la taca relativa, relació entre ambdós valors.

Taca relativa en funció de la mida de la font.
Funció Expansora.Parcel·la objectiu centrada

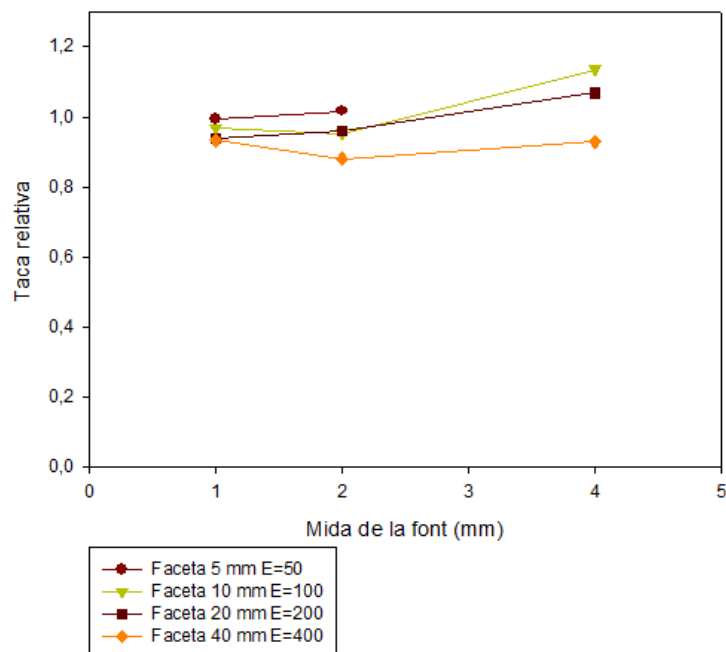


Figura 5-6: Gràfica de la taca relativa en funció de la mida de la font segons les dades de la Taula 5-3. Taques obtingudes mitjançant simulació amb fonts extenses de 1x1, 2x2 i 4x4 mm, per parcel·la objectiu centrada i per diverses mides de faceta. Facetes obtingudes aplicant funció expansora amb diferents valors de E segons la mida de la faceta.

Si s'utilitza la funció expansora tal com es mostra a les taules B5, B6, B7 i B8 de l'Annex B, la mida de la taca només depèn de la mida E i del factor K segons la relació que hem expressat a l'equació (5.2) i la mida de la taca obtinguda no té una relació directa amb la mida de la font. En referència a la forma, s'observa que per les facetes grans (20 i 40 mm) a mida que la font creix es perd la nitidesa de les vores de la taca.

De la Figura 5-6 es desprèn que el comportament de la mida de la taca esperada està sempre dins d'un marge menor del 15 %, sent la faceta de 10 mm la que s'allunya més del comportament esperat amb la font de 4x4 mm. S'observa que la mida relativa presenta un ajust millor a la unitat per a facetes grans i fonts grans. No s'aprecien diferències significatives en el comportament de la simulació en funció de la mida de la faceta.

5.6.1.3 Parcel·la objectiu descentrada. Funció concentradora.

Mida Font (mm)	Faceta 20mm descentrament 0°			Faceta 20mm descentrament 10°		
	$t_{\text{calc conc}}$ (mm)	t_{real} (mm)	t (mm)	$t_{\text{calc conc}}$ (mm)	t_{real} (mm)	t (mm)
1x1	50,82	61,20	0,83	50,97	54,30	0,94
2x2	101,64	109,90	0,92	101,94	104,99	0,97
4x4	203,28	198,90	1,02	203,87	199,70	1,02
Mida Font (mm)	Faceta 20mm descentrament 20°			Faceta 20mm descentrament 40°		
	$t_{\text{calc conc}}$ (mm)	t_{real} (mm)	t (mm)	$t_{\text{calc conc}}$ (mm)	t_{real} (mm)	t (mm)
1x1	66,96	58,19	1,15	53,19	75,80	0,70
2x2	133,93	110,68	1,21	106,38	137,80	0,77
4x4	267,86	0,00	1,27	212,77	266,30	0,80

Taula 5-5: Valors obtinguts de les simulacions mostrades a les taules B3, B9, B10 i B11 de l'Annex B. Resultats referents a la simulació amb font puntual i fonts extenses de 1x1, 2x2, i 4x4 mm, per parcel·les objectiu descentrades en diversos valors utilitzant una faceta de 20 mm. Facetes obtingudes aplicant funció concentradora. $t_{\text{calc conc}}$ és el valor esperat, t_{real} és el valor obtingut per simulació i t és la taca relativa, relació entre ambdós valors.

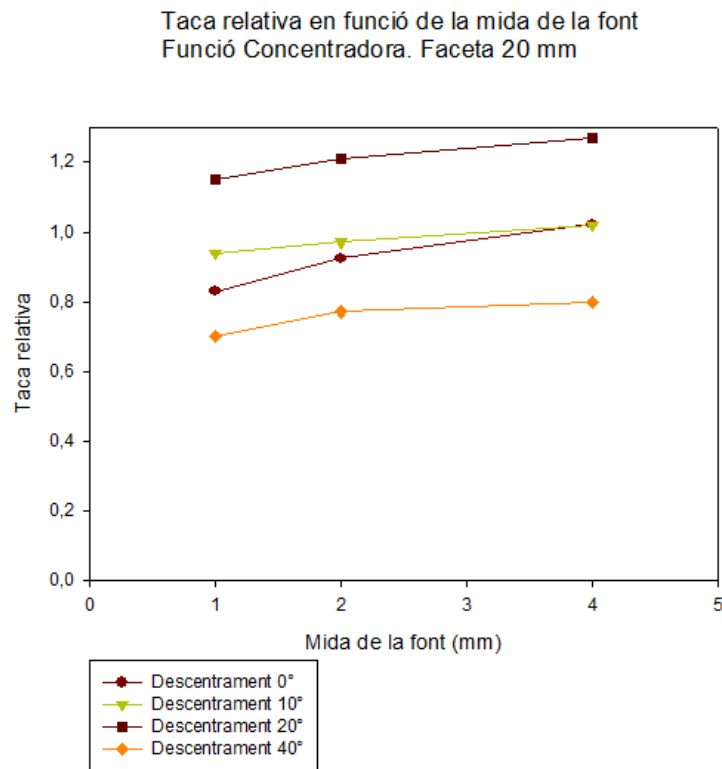


Figura 5-7: Gràfica de la taca relativa en funció de la mida de la font segons els valors de la Taula 5-5. Taques obtingudes mitjançant simulació amb fonts extenses de 1x1, 2x2 i 4x4 mm, per parcel·la objectiu descentrades per una faceta de 20 mm. Facetes obtingudes aplicant la funció concentradora.

Si s'utilitza la funció concentradora amb objectiu descentrat, tal com es mostra a les taules B3, B9, B10 i B11 de l'Annex B, la mida de la taca creix a mida que creix la mida de la font segons la relació que hem expressat a l'equació (5.1) Te un comportament molt similar al comportament amb la faceta centrada.

De la Figura 5-7 es desprèn que el comportament la mida de la taca esperada està dins d'un marge menor del 30 %, una mica superior al comportament observat utilitzant la faceta centrada. Els descentraments majors (20 i 40 °) amb les fonts més grans són els casos que més s'aparten del comportament esperat.

5.6.1.4 Parcel·la objectiu descentrada. Funció expansora.

Faceta 20mm descentrament 0°				Faceta 20mm descentrament 10°		
Mida Font (mm)	$t_{\text{calc exp}}$ (mm)	t_{real} (mm)	t (mm)	$t_{\text{calc exp}}$ (mm)	t_{real} (mm)	t (mm)
1x1	201,44	214,30	0,94	152,47	216,20	0,71
2x2	201,44	210,00	0,96	152,47	213,20	0,72
4x4	201,44	188,47	1,07	152,47	193,70	0,79
Faceta 20mm descentrament 20°				Faceta 20mm descentrament 40°		
Mida Font (mm)	$t_{\text{calc exp}}$ (mm)	t_{real} (mm)	t (mm)	$t_{\text{calc exp}}$ (mm)	t_{real} (mm)	t (mm)
1x1	194,74	213,00	0,91	198,02	234,00	0,85
2x2	194,74	213,00	0,91	198,02	247,00	0,80
4x4	194,74	202,00	0,96	198,02	251,00	0,79

Taula 5-6: Valors obtinguts de les simulacions mostrades a les taules B7,B12,B13 i B14 de l'Annex B. Resultats referents a la simulació amb font puntual i fonts extenses de 1x1, 2x2, i 4x4 mm, per parcel·les objectiu descentrades en diversos valors utilitzant una faceta de 20 mm. Facetes obtingudes aplicant funció expansora amb $E=200$ mm. $t_{\text{calc exp}}$ és el valor esperat, t_{real} és el valor obtingut per simulació i t és la taca relativa, relació entre ambdós valors.

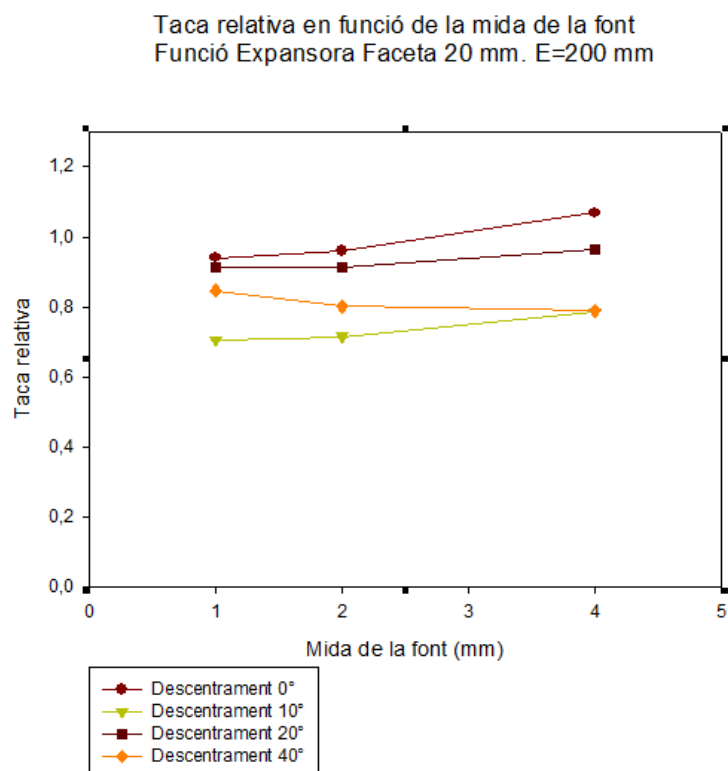


Figura 5-8: Gràfica de la taca relativa en funció de la mida de la font segons els valors de la Taula 5-6. Taques obtingudes mitjançant simulació amb fonts extenses de 1x1, 2x2 i 4x4 mm, per parcel·la objectiu descentrades per una faceta de 20 mm. Facetes obtingudes aplicant funció expansora.

Si s'utilitza la funció expansora tal com es mostra a les taules B-7, B-12, B-13 i B-14 de l'Annex B, la mida de la taca només depèn de la mida E i del factor K segons la relació que hem

expressat a l'equació (5.2) i té un comportament molt similar al comportament amb la faceta centrada. En referència a la forma, s'observa que per descentraments grans i a mida que creix la mida de la font, es produeix una petita rotació de la taca a la vegada que es perd nitidesa a les seves vores.

De la Figura 5-8 es desprèn que el comportament la mida de la taca esperada està sempre dins d'un marge menor del 30%.

5.6.2 Resultats amb conjunt de facetes.

Fins ara s'han presentat simulacions amb facetes aïllades en diferents condicions de treball. En aquest apartat volem veure com afecta el fet de treballar amb diverses facetes contigües, tan quan les facetes presenten discontinuïtat com quan se'ls aplica un suavitzat per facilitar la seva construcció.

Per validar el mètode s'han donat condicions de treball diverses per testejar els resultats en un conjunt de 9 facetes disposades en 3 files i 3 columnes. Aquesta disposició és la mínima per comprovar l'efecte de veïnatge en facetes contigües ja que es disposa de la faceta central totalment rodejada per altres facetes.

Per assolir aquets objectius s'ha simulat

- la taca produïda en el pla objectiu per un conjunt de facetes discontinues emprant una font puntual dirigida a la faceta central,
- la taca produïda en el pla objectiu per un conjunt de facetes discontinues emprant una font extensa dirigida a la faceta central,
- la taca produïda en el pla objectiu per un conjunt de facetes a les que s'ha aplicat un suavitzat per tal de tenir una peça unitària, emprant una font puntual dirigida a la faceta central,
- la taca produïda en el pla objectiu per un conjunt de facetes a les que s'ha aplicat un suavitzat per tal de tenir una peça unitària, emprant una font extensa dirigida a la faceta central.

Per als quatre casos descrits s'ha emprat una funció concentradora i una funció expansora, així com s'han pres diverses mides de faceta (5x5, 10x10, 20x20 i 40x40 mm)

Les gràfiques amb les simulacions es presenten en l'apartat B5 de l'Annex B i a la Taula 5-7hi ha un resum dels resultats .

	5x5 concen	5x5 expan
Facetes separades	Taula B-15 / Figura B-15	Taula B-19 / Figura B-23
Facetes suavitzades	Figura B-16	Figura B-24
	10x10 concen	10x10 expan
Facetes separades	Taula B-16 / Figura B-17	Taula B-20 / Figura B-25
Facetes suavitzades	Figura B-18	Figura B-26
	20x20 concen	20x20 expan
Facetes separades	Taula B-17 / Figura B-19	Taula B-21 / Figura B-27
Facetes suavitzades	Figura B-20	Figura B-28
	40x40 concen	40x40 expan
Facetes separades	Taula B-18 / Figura B-21	Taula B-22 / Figura B-29
Facetes suavitzades	Figura B-22	Figura B-30

Taula 5-7: Resum de les taules i figures de l'apartat B5 de l'annex B on es troben els valors i mapes d'il·luminació per tots els casos estudiats amb el conjunt de 9 facetes disposades en 3 files i 3 columnes tan quan les facetes presenten discontinuïtats com quan sel's aplica un suavitzat per facilitar la seva construcció.

Per el conjunt de 9 facetes de 5x5 mm obtingudes mitjançant la funció concentradora, observant la taula B-15 i les gràfiques B-15 i B-16 de l'annex B, es pot deduir que:

- en utilitzar la font puntual, que és una sola font centrada i amb un obertura de 2.4° , el comportament individual de cada faceta varia molt poc. Les taques individuals que es produeixen no presenten canvis significatius en quant a forma i mida respecte a les que s'obtenen treballant amb les facetes individuals.
- en utilitzar la font puntual, el fet d'unir les facetes amb un suavitzat de CAD, pràcticament no afecta al mapa d'il·luminació.
- utilitzant fonts extenses el comportament de cada faceta és similar al comportament de cada faceta individual, de manera que cada faceta produeix un augment de la mida de la taca corresponent, i en solapar-se les taques provinents de les diferents facetes es produeix un efecte sumatori que acaba produint taques d'il·luminació regular en el centre de l'objectiu.
- utilitzant fonts extenses, el fet d'unir les facetes amb un suavitzat de CAD, pràcticament no afecta al mapa d'il·luminació, per a totes les mides de font.

Per el conjunt de 9 facetes de 5x5 mm obtingudes mitjançant la funció expansora, observant la taula B-19 i les gràfiques B-23 i B-24 de l'annex B, es pot deduir que:

- en utilitzar la font puntual, que és una sola font centrada i amb un obertura de 2.4° , el comportament individual de cada faceta varia molt poc. Les taques individuals que es produeixen no presenten canvis significatius en quant a forma i mida respecte a les que s'obtenen treballant amb les facetes individuals, exceptuant el vinyetatge que es produeix en les facetes extremes,
- en utilitzar la font puntual el fet d'unir les facetes amb un suavitzat de CAD, pràcticament no afecta al mapa d'il·luminació,
- utilitzant fonts extenses el comportament de cada faceta és similar al comportament de cada faceta individual, de manera que cada faceta produeix un augment de la mida de la taca corresponent, i en solapar-se les taques provinents de les diferents facetes es produeix un efecte sumatori que acaba produint taques d'il·luminació regular en el centre de l'objectiu,
- utilitzant fonts extenses el fet d'unir les facetes amb un suavitzat de CAD, pràcticament no afecta al mapa d'il·luminació, per a totes les mides de font.

Per el conjunt de 9 facetes de la resta de mides (10x10mm, 20x20mm, 40x40mm) tant obtingudes mitjançant la funció concentradora com amb la funció expansora, els resultats són molt similars als obtinguts amb les facetes de 5x5 mm, de manera que podem dir que no hi ha una variació significativa de comportament degut a la mida de les facetes.

Mirant els resultats obtinguts, veiem que la regularitat i mida de la taca central pot ser similar segons la mida de la font quan s'utilitzen facetes generades amb la funció concentradora o quan s'utilitzen facetes generades amb funció expansora i una E escollida. La taca mínima que es pot obtenir és del mateix ordre que la mida de la font quan s'utilitzen facetes generades amb la funció concentradora, així doncs a l'hora de generar les facetes es pot triar la funció expansora o funció concentradora segons al mida de la taca que vulguem en relació a la mida de la font.

Resum

Amb aquest capítol s'acaba el recorregut per tal d'obtenir facetes reflectores 3D a partir d'una estratègia 2D. En els capítols anteriors s'ha demostrat que es poden obtenir solucions 3D vàlides emprant estratègies 2D i que els resultats son comparables amb els proporcionats pel software comercial si les fonts es consideren puntuals. Ara, s'hi pot afegir que si la font no es puntual, com passa en tota aplicació real, el mètode continua essent vàlid tot i que és necessari incloure una estratègia que contempla la mida de la font i el tipus de funció que es vol implementar.

En aquest capítol s'ha avaluat el pes de la segmentació dels tres elements involucrats, font, superfície reflectora i superfície destí i el fet de construir superfícies contínues a partir del conjunt de superfícies que, tot i molt properes, son discontinúes entre elles. El conjunt de simulacions que s'han realitzat per validar els resultats ens permet d'afirmar que es compleix la condició inicial de suficiència que perseguíem, i només en alguns dels casos més extrem es troben discrepàncies del voltant del 30%.

No es pot oblidar que el procediment que es presenta en aquesta tesis doctoral, senzill i ràpid, és un mètode per generar condicions inicials vàlides en el disseny de superfícies reflectores que posteriorment han de ser sotmeses a una darrera etapa de optimització global. Com millors siguin aquestes condicions inicials més probabilitats hi ha d'obtenir un disseny final òptim tant des del punt de vista òptic com el de la seva manufactura

Capítol 6 Conclusions i treballs futurs

6.1 Conclusions

En aquesta tesi es presenta una estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure. Hem presentat les bases teòriques per dissenyar les facetes de forma lliure com a part d'un reflector facetat i el mètode per obtenir les condicions inicials per el disseny d'un reflector facetat complet. Per tal de fer les conclusions més entenedores les hem dividit en 9 punts independents. En tot cas, només presentem un resum dels objectius aconseguits ja que els detalls s'han presentat la llarg de la memòria.

1. S'ha desenvolupat un mètode per dissenyar facetes reflectores d'una sola superfície de forma lliure mitjançant una estratègia 2D. El desenvolupament s'ha fet com a part del procediment per el disseny de reflectors facetats.
2. S'ha descrit un mètode heurístic per proporcionar una família de corbes a l'espai que proporciona una solució plausible i que no estan lluny de pertànyer a la superfície solució exacte.
 - a. S'ha vist que aquest mètode proporciona bones aproximacions inicials. Prenent l'el·lipsoide com a solució exacte s'ha trobat la relació entre els focus de l'el·lipsoide i els de l'el·lipse que es forma en un pla de treball que el talla.

- b. Aquestes projeccions són aproximacions dels focus de l'el·lipse resultant del tall, sent l'el·lipse la solució bidimensional. Les projeccions han permès traslladar la font i el punt objectiu al pla de treball. Aquests punts són clau per aplicar algorismes de marxa de rajos 2D.
3. S'ha plantejat i s'ha resolt el problema de trobar solucions aproximades, plausibles des d'un punt de vista aplicat, treballant amb superfícies de forma lliure. Aquestes solucions les donen superfícies de Bézier de tercer ordre, que comparteixen llenguatge computacional amb les eines CAD, amb les eines d'optimització i les eines de simulació de sistemes òptics. Les superfícies de Bézier han donat resposta a la necessitat de dissenys que defineixen la distribució de llum en el pla de treball mitjançant funcions de mèrit.
4. S'ha descrit un mètode constructiu per trobar les superfícies de forma lliure basades en superfícies de Bézier aplicant algorismes de càlcul 2D a corbes de Bézier. El mètode proporciona una heurística per a problemes d'il·luminació amb funcions de mèrit i consisteix en la reducció d'un problema de reflexió tridimensional a un conjunt de problemes en el pla. Per implementar el mètode:
 - a. S'ha descrit i implementat la marxa paraxial de rajos a través de corbes de Bézier en el pla.
 - b. S'ha definit un procés de cerca simplificada per obtenir la corba de Bézier que millor compleix els objectius de disseny, basat en funcions de mèrit. S'han presentat dues funcions de mèrit: una de concentradora i una d'expansora. Ambdues comparteixen la característica que necessiten molt pocs rajos per trobar una solució. (menys de 15).
 - c. S'ha descrit i implementat un mètode per fer la transició de les corbes de Bézier 2D superfícies de Bézier 3D partint dels punts de control de diverses corbes de Bézier calculades en plans estratègicament escollits.
5. S'ha validat el mètode per trobar reflectors emprant superfícies de Bézier: s'han comparat els valors obtinguts aplicant l'heurística amb els valors simulats amb el programa de càlcul proposat i els obtinguts amb el programa comercial de simulació de sistemes òptics Zemaxtm. S'han donat els límits d'ús d'una sola faceta pel que fa a la seva mida i al seu angle d'inclinació respecte la font.
6. S'ha descrit un mètode que permet generar configuracions inicials vàlides per al disseny global de sistemes no formadors d'imatges format per múltiples facetes. Per implementar el mètode, s'han seguit els següents passos:

- a. S'ha descrit un mètode de segmentació de la font i de la superfície objectiu aplicant criteris energètics.
 - b. S'ha descrit un mètode de segmentació del reflector basat en la distribució de luminància de la font.
 - c. S'han definit els criteris de mapatge i relació entre els tres elements bàsics de la luminària (font, reflector i objectiu) per tal de poder donar la mida i orientació de les facetes de forma lliure que s'utilitzen en el procés de disseny del reflector.
7. S'ha validat el mètode de crear condicions inicials per el disseny d'un reflector facetat format per superfícies de Bézier tenint en compte les condicions de contorn i veïnatge de les facetes. En particular,
- a. S'ha analitzat l'efecte que te aplicar fonts extenses a les facetes calculades amb les condicions de font puntual
 - b. S'ha analitzat com afecta el fet de treballar amb diverses facetes contigües, tan quan les facetes presenten discontinuïtat com quan se'ls aplica un suavitzat per facilitar la seva construcció.
8. S'han trobat relacions entre les mides de les taques obtingudes amb font puntual i les mides obtingudes amb fonts extenses de diferents mides. Conegut l'objectiu de disseny en quant a mida de taca, aquestes relacions permeten estimar la mida de la taca final quan ho simplifiquem amb una font puntual tot aplicant el mètode simplificat 2D.
9. En el procés de validació tenint en compte les condicions de contorn, s'ha constatat que,
- a. tot i aplicar l'estratègia 2D en condicions molt simplificades, els resultats obtinguts són prou vàlids com a condicions inicials per fer una simulació d'un reflector,
 - b. tot i que el mètode porta a facetes de forma lliure discontinues, aquestes discontinuïtats són molt menors que les mides de les facetes, (menors del 1%) i en conseqüència, a l'aplicar un suavitzat, l'efecte en la taca no s'aprecia quan es treballa en condicions reals de font extensa.

6.2 Treballs futurs

El treball presentat proposa una estratègia capaç de generar configuracions inicials pel disseny de reflectors amb facetes de forma lliure, i ens obre el camí a moltes millores en el camp del disseny òptic, especialment en les fases prèvies a la optimització, ja que amb bones configuracions inicials s'augmenten les possibilitats d'obtenir dissenys finals amb bones prestacions i industrialitzables.

Entre els molts camins que cal recórrer creiem que les millores més rellevants es poden generar en el camp dels mapatges vinculats a la geometria de les fonts; en la introducció de noves estratègies que vagin més enllà dels límits de la solució proposada i en l'ús de processos automàtics per obtenir grans poblacions inicials aptes per a mètodes d'optimització basats en algoritmes genètics.

Bibliografia

- Anurag Gupta, Junwon Lee, and R. John Koschel. 2001. "Design of Efficient Lightpipes for Illumination by an Analytical Approach," *Applied Optics* (40):3640–48.
- Ashdown, I., W. E. Brackett, and M. Sikkens. 1994. "Nonimaging Optics Design Using Genetic Algorithms." *Journal of the Illuminating Engineering Society* 23(1):12–21.
- Baeuerle, Axel, Adrien Bruneton, Rolf Wester, Jochen Stollenwerk, and Peter Loosen. 2012. "Algorithm for Irradiance Tailoring Using Multiple Freeform Optical Surfaces." *Optics Express* 20(13):14477–85.
- Bartell, F. O. 1989. "Projected Solid Angle and Blackbody Simulators." *Applied Optics* 28(6):1055–57.
- Bass, M. 1995. *Handbook of Optics Volume I*. edited by M Bass, E W Van Stryland, D R Williams, and W Woltche. New York: Mc Graw Hill Inc.
- Benitez, Pablo, Ruben Mohedano, and Juan C. Miñano. 1999. "Design in 3D Geometry with the Simultaneous Multiple Surface Design Method of Nonimaging Optics." *Proc. SPIE* 3781:12–21.
- Blanco, P., A. Cifuentes, J. Arasa, C. Pizarro, and S. Royo. 2007. "Efficient LED Spatial Measurement to Improve Optical Modeling" *Proc. SPIE* 6616: Art. No. 661648.
- Bociort, F. 2010. "Why Are There so Many System Shapes in Lens Design?" *Proc. SPIE* 7849: Art. No. 78490D.
- Born, M. and E. Wolf. 1999. *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Caffarelli, L. A., S. Kochenguin, and V. Oliker. 1999. "On the Numerical Solutions of the Problem of Reflector Design with given Far Field Scattering Data." *Contemporary mathematics* 226:13–32.
- Canavesi, Cristina, William J. Cassarly, and Jannick P. Rolland. 2012. "Direct Calculation Algorithm for Two-Dimensional Reflector Design." *Optics Letters* 37(18):3852–54.
- Cassarly, W. J. 2003. *Taming Light Using Nonimaging Optics*. *Proc. SPIE* 5185:1-5.
- Cassarly, W. J., S. R. David, D. G. Jenkins, A. P. Riser, and T. L. Davenport. 2000. "Automated Design of a Uniform Distribution Using Faceted Reflectors." *Optical Engineering* 39(7):1830–39.
- Cassarly, W. J. and M. J. Hayford. 2002. *Illumination Optimization: The Revolution Has Begun*. *Proc. SPIE* 4832:258-269.
- Cassarly, William J. 2007. "Illumination Merit Functions" *Proc. SPIE* 6670: Art. No. 66700K.

- Cheng, Y. K. & Chern, J. L. 2006. "Irradiance Formations in Hollow Straight Light Pipes with Square and Circular Shapes." *Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision*, 23(2):427–34.
- Cuevas, Francisco et al. 2006. "Genetic Algorithms Applied to Optics and Engineering." *Proc. SPIE* 6046: Art. No. 60461K.
- Davenport, T. L. R. 2002. "3D NURBS Representation of Surfaces for Illumination" *Proc. SPIE* 4832:293–301.
- David, S. R., C. T. Walker, and W. J. Cassarly. 1998. *Faceted Reflector Design for Uniform Illumination*. *Proc. SPIE* 3482: 437-446.
- Doyle, S., D. Corcoran, and J. Connell. 1999. "Automated Mirror Design Using an Evolution Strategy." *Optical Engineering* 38(2):323–33.
- Dross, O. et al. 2004. "Review of SMS Design Methods and Real World Applications" *Proc. SPIE* 5529:35–47.
- Fang, Yi-Chin and Chen-Mu Tsai. 2008. "Miniature Lens Design and Optimization with Liquid Lens Element via Genetic Algorithm." *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics* 10(7):075304.
- Farin, Gerald. 2002. *Curves and Surfaces For CAGD (5th Edition)*. San Francisco: Morgan Kaufmann.
- Forbes, G. W. 2012. "Characterizing the Shape of Freeform Optics." *Optics Express* 20:2483–99.
- Fournier, Florian R. 2011. "A Review of Beam Shaping Strategies for LED Lighting" *Proc. SPIE* 8170: Art. No. 817007.
- Fournier, Florian R., William J. Cassarly, and Jannick P. Rolland. 2010a. "Fast Freeform Reflector Generation Using Source-Target Maps." *Optics Express* 18(5):5295–5304.
- Fournier, Florian R., William J. Cassarly, and Jannick P. Rolland. 2010b. "Freeform Reflector Design Using Integrable Maps" *Proc. SPIE* 7652: Art. No. 765221.
- Glimm, T. and V. Olikier. 2004. "Optical Design of Two-Reflector Systems, the Monge-Kantorovich Mass Transfer Problem and Fermat's Principle." *Indiana University Mathematics Journal* 53(5):1255–77.
- Gordon, J. M., P. Kashin, and A. Rabl. 1992. "Nonimaging Reflectors for Efficient Uniform Illumination." *Applied Optics* 31(28):6027–35.
- Gordon, J. M. and A. Rabl. 1998. "Reflectors for Uniform Far-Field Irradiance: Fundamental Limits and Example of an Axisymmetric Solution." *Applied Optics* 37(1):44–47.
- Guiying, Yu, Ding Shushu, Jin Ji, and Guo Tiantai. 2011. "A Free-Form Total Internal Reflection (TIR) Lens for Illumination" *Proc. SPIE* 8321: Art. No.832110.

- Heßling, Thomas, Ulf Geyer, Ansgar Hellwig, and Marc C. Hübner. 2012. "Free-Form Glass Reflectors for Non-Trivial Illumination Applications with Extended Sources." *Proc. SPIE* 8485: Art. No. 84850G.
- Jacobson, B. A. and R. D. Gengelbach. 2001. *Lens for Uniform LED Illumination: An Example of Automated Optimization Using Monte Carlo Ray-Tracing of an LED Source*. *Proc. SPIE* 4446: 121-128.
- Jansson, T., J. Jansson, and R. Winston. 1985. "Nonimaging Optics and Lommel Optics in Long-Path Optical Guiding Applications." *Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision* 2(13):66.
- Jenkins, D. and M. Kaminski. 1997. *Using Computers to Design Nonimaging Illumination Systems*. *Proc. SPIE* 3130: 196-203.
- Jenkins, D. and R. Winston. 1996a. "Integral Design Method for Nonimaging Concentrators." *Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision* 13(10):2106–16.
- Jenkins, D. and R. Winston. 1996b. "Tailored Reflectors for Illumination." *Applied Optics* 35(10):1669–72.
- Jester, Philipp, Christoph Menke, and Karsten Urban. 2011. "B-Spline Representation of Optical Surfaces and Its Accuracy in a Ray Trace Algorithm." *Applied Optics* 50(6):822–28.
- Jiang, Jinbo, Sandy To, W. B. Lee, and Benny Cheung. 2010. "Optical Design of a Freeform TIR Lens for LED Streetlight." *Optik* 121(19):1761–65.
- Kochengin, Sergey A., Vladimir I. Oliker, and Oliver von Tempksi. 1998. "On the Design of Reflectors with Prespecified Distribution of Virtual Sources and Intensities." *Inverse Problems* 14(3):661–78.
- Kong, L. B. and C. F. Cheung. 2011. "Design, Fabrication and Measurement of Ultra-Precision Micro-Structured Freeform Surfaces." *Computers & Industrial Engineering* 61(1):216–25.
- Kong, L. B., C. F. Cheung, D. Gao, W. B. Lee, and S. To. 2006. "Theoretical and Experimental Evaluation of Surface Quality for Optical Freeform Surfaces." *Proc. SPIE* 220(9):1439–48.
- Kong, L. B., C. F. Cheung, J. B. Jiang, S. To, and W. B. Lee. 2011. "Characterization of Freeform Optics in Automotive Lighting Systems Using an Optical-Geometrical Feature Based Method." *Optik* 122(4):358–63.
- Koshel, R. J. 2005. "Simplex Optimization Method for Illumination Design." *Optics Letters* 30(6):649–51.
- Koshel, R. John. 2008. "Fractional Optimization of Illumination Optics" edited by R J Koshel, G G Gregory, J D Moore, and D H Krevor. *Proc. SPIE* 7061: Art. No. 70610F.
- Kudaev, Sergey and Peter Schreiber. 2006. "Parametric Design of Non-Imaging Collimators - Art. No. 634212" *Proc. SPIE* 6342: Art. No.634212.

- Leutz, R. and H. Ries. 2003. *Squaring the Circle - The Use of Microstructures for Converting and Homogenizing Beam Patterns*. *Proc. SPIE* 5186: 106-112.
- Li, K., S. Inatsugu, and S. Sillyman. 2004. *Design and Optimization of Tapered Light Pipes*. *Proc. SPIE* 5522: Art. No. 48-57.
- Li, Lei and Allen Y. Yi. 2010. "Design and Fabrication of a Freeform Prism Array for 3D Microscopy." *Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision* 27(12):2613–20.
- Li, Likai and Allen Y. Yi. 2011. "Design and Fabrication of a Freeform Microlens Array for Uniform Beam Shaping." *Microsystem Technologies-Micro-and Nanosystems-Information Storage and Processing Systems* 17(12):1713–20.
- Littlejohn, R. G. and R. Winston. 1993. "Corrections to Classical Radiometry." *Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision* 10(9):2024–37.
- Michaelis, D., P. Schreiber, and A. Braeuer. 2011. "Cartesian Oval Representation of Freeform Optics in Illumination Systems." *Optics Letters* 36(6):918–20.
- Michaelis, Dirk et al. 2008. "Incoherent Beam Shaping with Freeform Mirror" *Proc. SPIE* 7059: Art. No. 705905.
- Miñano, JC and JC Gonzalez. 1992. "NEW METHOD OF DESIGN OF NONIMAGING CONCENTRATORS." *Applied Optics* 31(16):3051–60.
- Miñano, Juan C., Pablo Benítez, and Asunción Santamaría. 2010. "Free-Form Optics for Illumination." *Optical Review* 16(2):99–102.
- Moiseev, M. A. A. and L. L. L. Doskolovich. 2010. "Design of Refractive Spline Surface for Generating Required Irradiance Distribution with Large Angular Dimension." *Journal of Modern Optics* 57(7):536–44.
- Oliker, V. 1993. "The Ray-Tracing and Energy-Conservation Equations for Mirror Systems with 2 Reflecting Surfaces." *Computers & Mathematics with Applications* 26(7):9–18.
- Oliker, V. 2003. *Mathematical Aspects of Design of Beam Shaping Surfaces in Geometrical Optics*. edited by M Kirkilionis, S Kromker, R Rannacher, and F Tomi.
- Oliker, Vladimir. 2011. "Designing Freeform Lenses for Intensity and Phase Control of Coherent Light with Help from Geometry and Mass Transport." *Archive for Rational Mechanics and Analysis* 201(3):1013–45.
- Ong, P. T., J. M. Gordon, A. Rabl, and W. Cai. 1995. "Tailored Edge-Ray Designs for Uniform Illumination of Distant Targets." *Optical Engineering* 34(6):1726–37.
- Ott, Peter. 2008. "Optic Design of Head-up Displays with Freeform Surfaces Specified by NURBS" *Proc. SPIE* 7100: Art. No. 71000Y.
- Parkyn, WA. 1999. "Segmented Illumination Lenses for Steplighting and Wall-Washing." *Proc. SPIE* 3779: 363-370.

- Pelka, D. G. and K. Patel. 2003. *An Overview of LED Applications for General Illumination*. *Proc. SPIE* 5186: 15-26.
- Pohl, W. et al. 2003. "Complex 3D-Tailored Facets for Optimal Lighting of Facades and Public Places". *Proc. SPIE* 5186: 133-142.
- Rabl, A. and J. M. Gordon. 1994. "Reflector Design for Illumination with Extended Sources - the Basic Solutions." *Applied Optics* 33(25):6012–21.
- Rabl, A., J. M. Gordon, O. P. Teng, H. Ries, and R. Winston. 1996. *Tailored Edge-Ray Design for Illumination with Extended Sources*. *Proc. SPIE* 2863: 246-261.
- Rabl, A., P. T. Ong, J. M. Gordon, and W. Cai. 1995. *Iterative Algorithm for Reflector Design for Non-Isotropic Sources*. *Proc. SPIE* 2538: 16-23.
- Rayces, J. L. and M. Rosete-Aguilar. 2004. "A Discontinuity in the Constrained Damped Least Squares (DLS) Method of Optimization." *Novel Optical Systems Design and Optimization VII* 5524:250–60.
- Ries, H. and J. Muschaweck. 2001. *Tailoring Freeform Lenses for Illumination*. *Proc. SPIE* 4442: 4350.
- Ries, H. and J. Muschaweck. 2002. "Tailored Freeform Optical Surfaces." *Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision* 19(3):590–95.
- Ries, H. R. and R. Winston. 1994. "Tailored Edge-Ray Reflectors for Illumination." *Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision* 11(4):1260–64.
- Schreiber, Peter, Sergey Kudaev, Peter Dannberg, and Andreas Gebhardt. 2006. "Microoptics for Homogeneous LED-Illumination" *Proc. SPIE* 6196: Art. No. 61960P.
- Serebriakov, A., F. Bociort, and J. Braat. 2005. "Finding New Local Minima by Switching Merit Functions in Optical System Optimization." *Optical Engineering* 44(10):100501.
- Siegel, M. W. and R. D. Stock. 1996. "General near-Zone Light Source Model and Its Application to Computer-Automated Reflector Design." *Optical Engineering* 35(9):2661–79.
- Smestad, G., H. Ries, R. Winston, and E. Yablonoitch. 1990. "The Thermodynamic Limits of Light Concentrators." *Solar Energy Materials* 21(2-3):99–111.
- Su, ZP, Donling Xue, and Zhicheng Ji. 2012. "Designing LED Array for Uniform Illumination Distribution by Simulated Annealing Algorithm." *Optics Express* 20 (23) A843–55.
- Timinger, A., J. Unterhinninghofen, S. Junginger, and A. Hofmann. 2011. "Tolerancing Free Form Optics for Illumination" *Proc. SPIE* 8170: Art. No.817006.
- Tomás, Núria and Josep Arasa. 2012. "Strategy to Obtain Initial Configurations for Free Form Reflectors Design." *Proc. SPIE* 8550: Art. No 85502V .
- Tomás, Núria and Josep Arasa. 2015. "Construction Method of Tailored Facets for Use in Freeform Reflectors Design." *Leukos* 11(3):125–40.

- Turner, Mary G. and Kevin J. Garcia. 2008. "Optimization Using Rational Bezier Control Points and Weighting Factors" *Proc. SPIE* 7061: Art. No. 70610H.
- Wang, Kai et al. 2011. "New Reversing Design Method for LED Uniform Illumination." *Optics Express* 19(14):A830–40.
- Wang, L. P., K. Qian, and Yi Luo. 2007. "Discontinuous Free-Form Lens Design for Prescribed Irradiance." *Applied Optics* 46(18):3716–23.
- Welford, W. T. and R. Winston. 1978. "On the Problem of Ideal Flux Concentrators." *Journal of the Optical Society of America* 68(4):531. Retrieved May 27, 2015.
- Welford, W. T. and R. Winston. 1979. "2-Dimensional Nonimaging Concentrators with Refracting Optics." *Journal of the Optical Society of America* 69(6):917–19.
- Welford, W. T. and R. Winston. 1982. "Upper Bound on the Efficiency of Certain Non-Imaging Concentrators in the Physical-Optics Model." *Journal of the Optical Society of America* 72(9):1244–48.
- Welford, WT. 1968. "A Note on Skew Invariant of Optical Systems." *Optica Acta* 15(6):621 – &.
- Wester, R. et al. 2014. "Designing Optical Free-Form Surfaces for Extended Sources." *Optics express* 22 (5):A552–60.
- Winston, R. 1976. "Dielectric Compound Parabolic Concentrators." *Applied optics* 15(2):291–92.
- Winston, R. 1976. "Principles of Solar Collector Design." *Journal of the Optical Society of America* 66(10):1059–1059.
- Winston, R. 1978. "Cone Collectors for Finite Sources." *Applied optics* 17(5):688–89.
- Winston, R. 1984. "Development of Nonimaging Optics." *Proc. SPIE* 441: 34–39.
- Winston, R. and W. T. Welford. 1982. "Efficiency of Non-Imaging Concentrators in the Physical-Optics Model." *Journal of the Optical Society of America* 72(12):1725.
- Winston, Roland and Harald Ries. 1993. "Nonimaging Reflectors as Functionals of the Desired Irradiance." *Journal of the Optical Society of America A* 10(9):1902.
- Wu, Rengmao, Zhenrong Zheng, Haifeng Li, and Xu Liu. 2011. "Constructing Optical Freeform Surfaces Using Unit Tangent Vectors of Feature Data Points." *Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision* 28(9):1880–88..
- Yabe, Akira. 2012. "Representation of Freeform Surfaces Suitable for Optimization." *Applied Optics* 51(15):3054–58.
- Yang, Bo, Yongtian Wang, Yue Liu, Jose Sasian, and John Koshel. 2009. "Efficient Ray-Tracing for Free-Form Reflectors." *Optik* 120(1):40–44.

Zhao, Shuang, Kai Wang, Fei Chen, Dan Wu, and Sheng Liu. 2011. "Lens Design of LED Searchlight of High Brightness and Distant Spot." *Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision* 28(5):815–20.

A. Gràfiques resultants de les simulacions amb font puntual

En aquest annex s'hi han agrupat totes les gràfiques i imatges que han resultat de les simulacions que han servit per validar el mètode amb font puntual del capítol 4. És sobre aquestes gràfiques sobre les que s'han pres les mides de les taques formades en el pla objectiu. S'han agrupat a l'annex per tal de no interrompre el discurs de raonaments al llarg del present treball

Es presenten els resultats dels càlculs i de les simulacions realitzades en les següents condicions:

- S'utilitza una font puntual centrada respecte el centre de la faceta.
- La parcel·la objectiu està centrada respecte la faceta.
- S'utilitzen facetes quadrades de diverses mides: 5x5, 10x10, 20x20 i 40x40 mm
- Quan s'aplica la funció de mèrit expansora, es fixen diferents mides de taca (E), que s'expressen en termes de percentatge en relació a la taca de referència produïda per el mirall pla: 20%, 40%, 60% i 80%.

Per a cada cas es representa la gràfica amb les dimensions de la taca sobre la parcel·la objectiu, fruit dels càlculs realitzats amb Matlab, i les imatges amb la irradiància obtinguda amb la simulació amb Zemaxtm, tant els talls en X i Y sobre la parcel·la objectiu (que actua de detector en la simulació) com el mapa en fals color que ens permet veure la forma real de la taca que produeix la faceta motiu d'estudi. Les mides obtingudes en aquestes gràfiques són les que s'ha utilitzat per analitzar i comparar el seu comportament en funció de la mida de la faceta en el capítol 4 .Totes les mides s'expressen en mm

Definició de termes

Mida mètode (Mm): mida de les línies horitzontals i verticals (centrades en el centre del pla objectiu) de la taca que es calcula aplicant l'estratègia 2D,

- **Mm_pla:** mida de la taca calculada utilitzant una faceta plana.
- **Mm_concen** mida de la taca calculada utilitzant una faceta construïda utilitzant la funció de mèrit concentradora.
- **Mm_expan_E** mida de la taca calculada utilitzant una faceta construïda utilitzant la funció de mèrit expansora per crear una taca de mida E.
- **Mida Zemaxtm (Mz):** mida de les dimensions màximes en els talls horitzontals i verticals (centrats en el centre de la parcel·la objectiu) de la taca simulada utilitzant el programari de simulació òptica Zemaxtm.
- **Mz_pla:** mida de la taca simulada utilitzant una faceta plana.
- **Mz_concen** mida de la taca simulada utilitzant una faceta construïda utilitzant la funció de mèrit concentradora.
- **Mz_expan_E** mida de la taca simulada utilitzant una faceta construïda utilitzant la funció de mèrit expansora per crear una taca de mida E.

Factor comparatiu (FC) Relació entre la mida de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D i la mida de la taca simulada amb el programari Zemaxtm. Aquest factor es calcula en els dos casos: faceta calculada amb funció concentradora o faceta calculada amb funció expansora

- **FC_expan_E** = $100 * Mz_expan_E / Mm_expan_E$
- **FC_concen** = $100 * Mz_concen / Mm_concen$

Capacitat de concentració (CONC) : Relació entre la mida de la taca de referència calculada amb mirall pla i la mida de la taca calculada amb la faceta quan s'ha aplicat la funció concentradora.

- **CONC_m** = $100 - (Mm_concen * 100 / Mm_pla)$

Capacitat expansió (EXPAN): Relació entre la mida de la taca calculada amb la faceta quan s'ha aplicat una funció concentradora respecta la mida que s'esperava (E).

- **EXPANm_E** = $Mm_expan_E * 100 / E$

L és el paràmetre de forma i K el factor de progrés, són variables de la funció de mèrit definides a l'apartat 4.1.1 del capítol 4

A.1 Parcel·la objectiu centrada . Mida de la faceta 5x5 mm

FACETA 5x5 mm	K	L	E (mm)	Mm (X) (mm)	Mz (X) (mm)	FC %	CONC %	EXPANm%
Pla				254.99	219.2	85.96		
F.Concent	0.001	0.16		1.12	1.18	106.7	99.56	
F.Expan 20 %	0.001	0.1	50	43	40	93.021		86
F.Expan 40 %	0.001	0.1	101	98.96	100	101.05		97.98
F. Expan 60 %	0.001	0.1	152	146.96	151	102.75		96.68
F.Expan 80 %	0.001	0.1	203	194.97	198	101.55		96.04

Taula A-1 Valors obtinguts amb diverses facetes centrades de 5 x 5 mm. Pla: Faceta plana. F.Concen: faceta obtinguda utilitzant funció concentradora. F.Expan X%: facetes obtingudes amb funció expansora amb objectius de diferents mides expressades en funció de la mida de la taca obtinguda amb la faceta plana. K: factor de progrés. L: paràmetre de forma. E: mida de l'objectiu. Mm(X): mida, en el meridià X, de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D. Mz(X) mida, en el meridià X, de la taca simulada amb Zemax[™]. FC factor comparatiu: relació entre la mida de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D i la mida de la taca simulada amb el programari Zemax[™]. CONC capacitat de concentració: relació entre la mida de la taca de referència calculada amb mirall pla i la mida de la taca calculada amb la faceta quan s'ha aplicat la funció concentradora. EXPANm capacitat d'expansió: relació entre la mida de la taca calculada amb la faceta quan s'ha aplicat una funció concentradora respecta la mida que s'esperava (E).

Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure

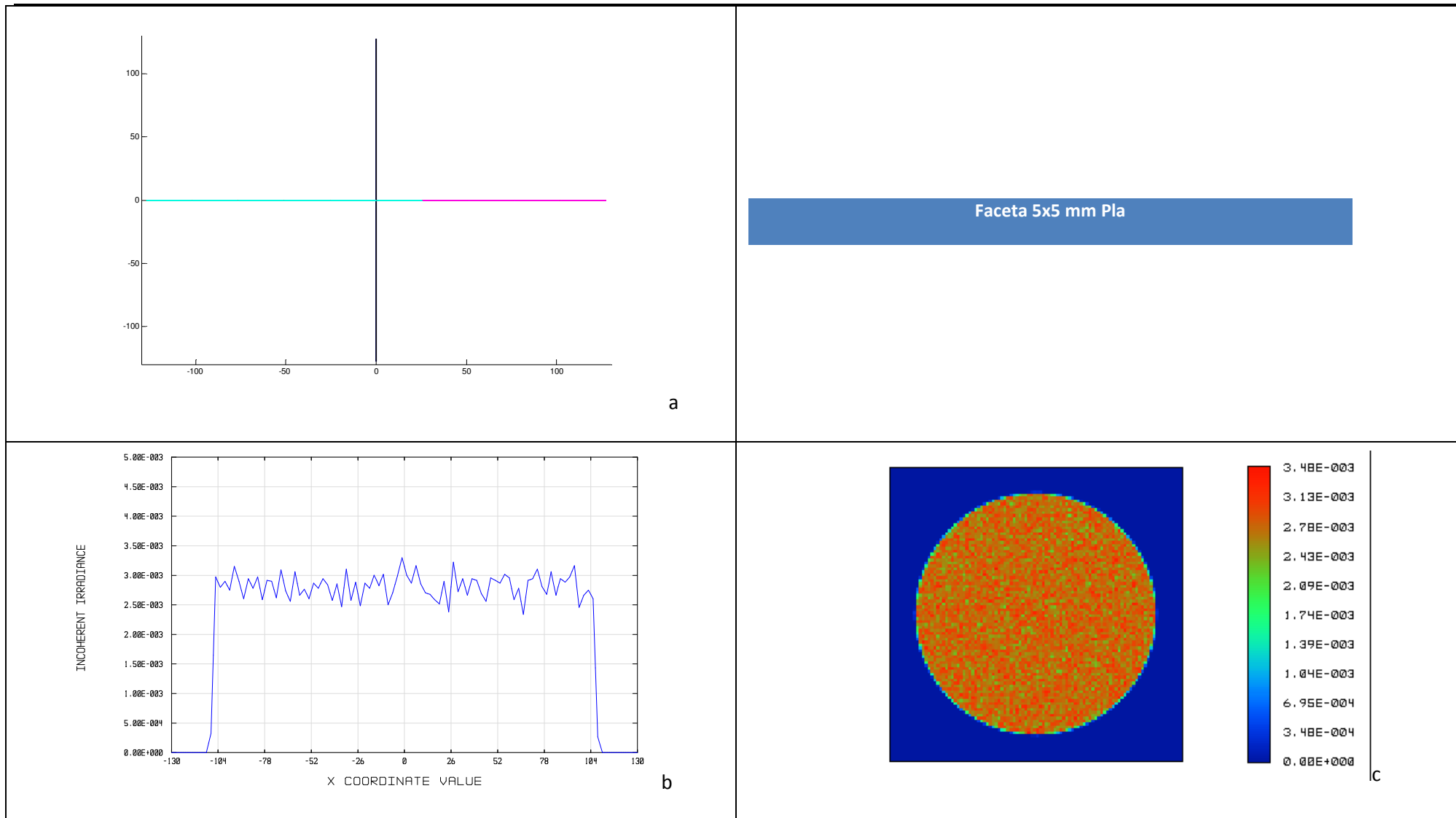


Figura A-1 Resultats de la simulació per faceta plana de 5x5mm en les condicions definides en la Taula A-1. a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global. b) Irradiància (Zemax™): tall en el meridià X, mides expressades en mm. c) Irradiància (Zemax™): mapa en fals color.

Annex A.- Gràfiques resultants de les simulacions amb font puntual

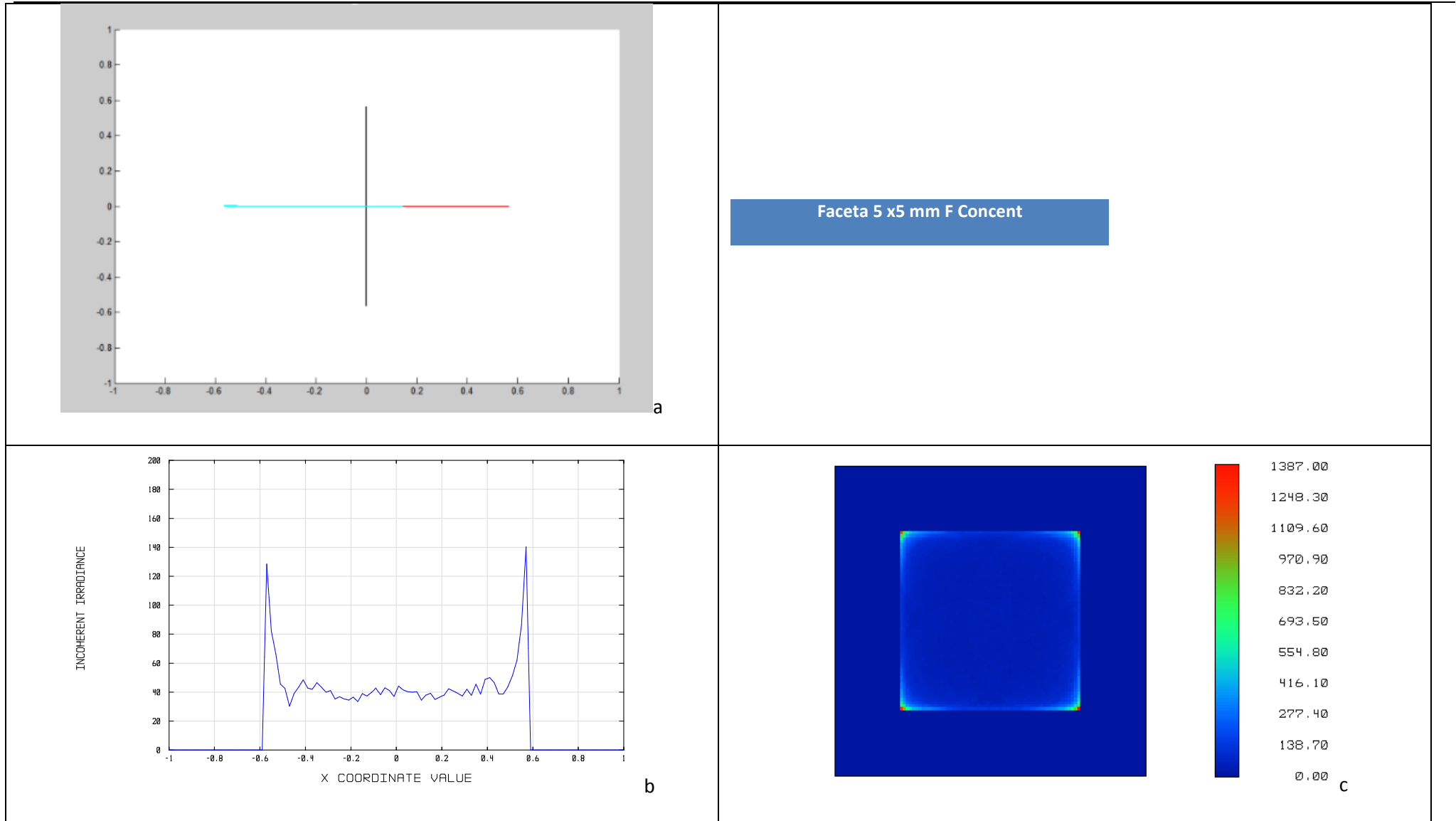


Figura A-2 Resultats de la simulació per faceta de 5x5 mm obtinguda amb funció concentradora en les condicions definides en la Taula A-1. a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global. b) Irradiància (Zemaxtm): tall en el meridià X, mides expressades en mm. c) Irradiància (Zemaxtm): mapa en fals color

Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure

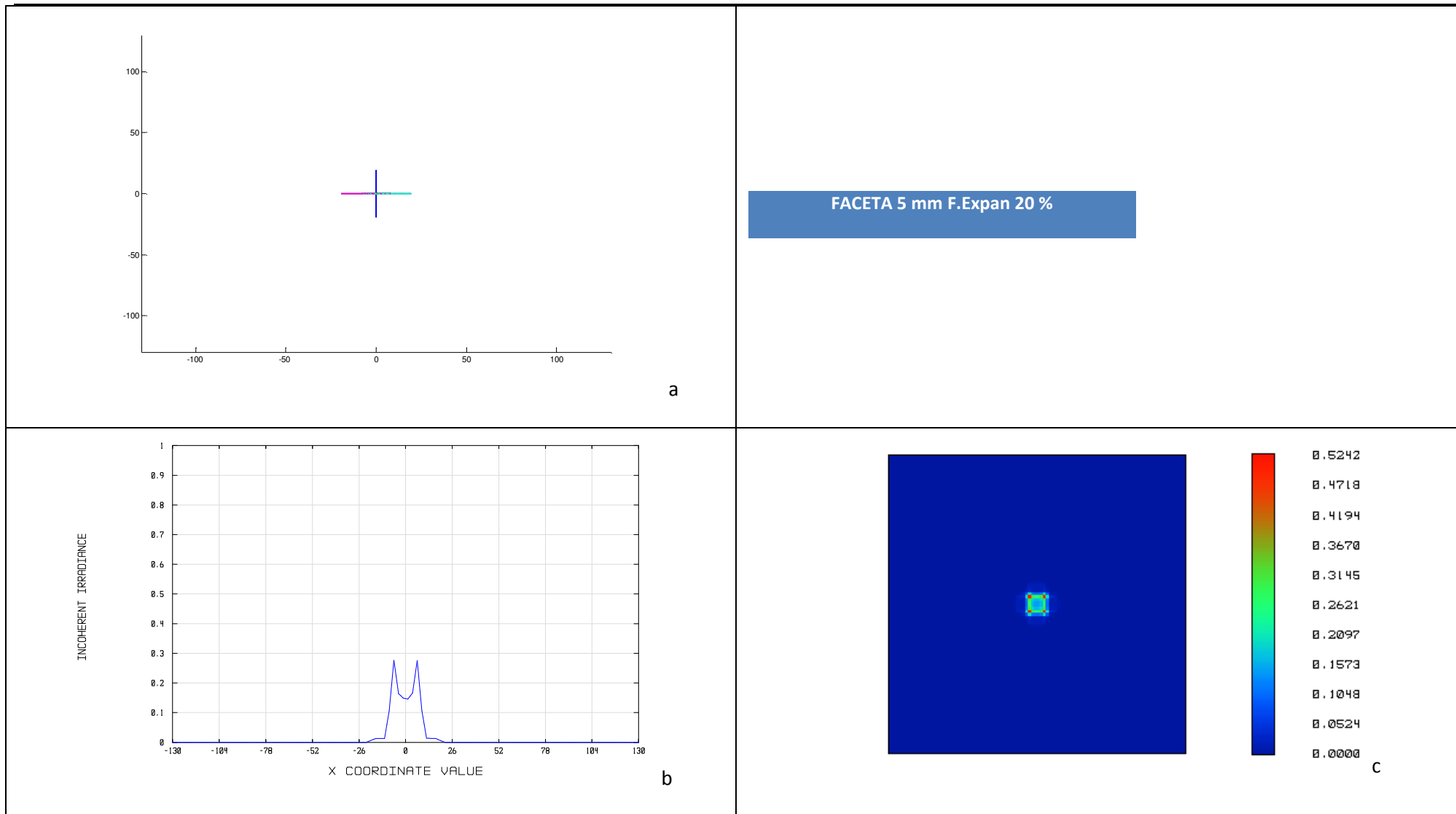


Figura A-3 Resultats de la simulació per faceta de 5x5 mm obtinguda amb funció expansora 20% en les condicions definides en la Taula A-1. a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global. b) Irradiància (Zemax[™]): tall en el meridià X, mides expressades en mm. c) Irradiància (Zemax[™]): mapa en fals color

Annex A.- Gràfiques resultants de les simulacions amb font puntual

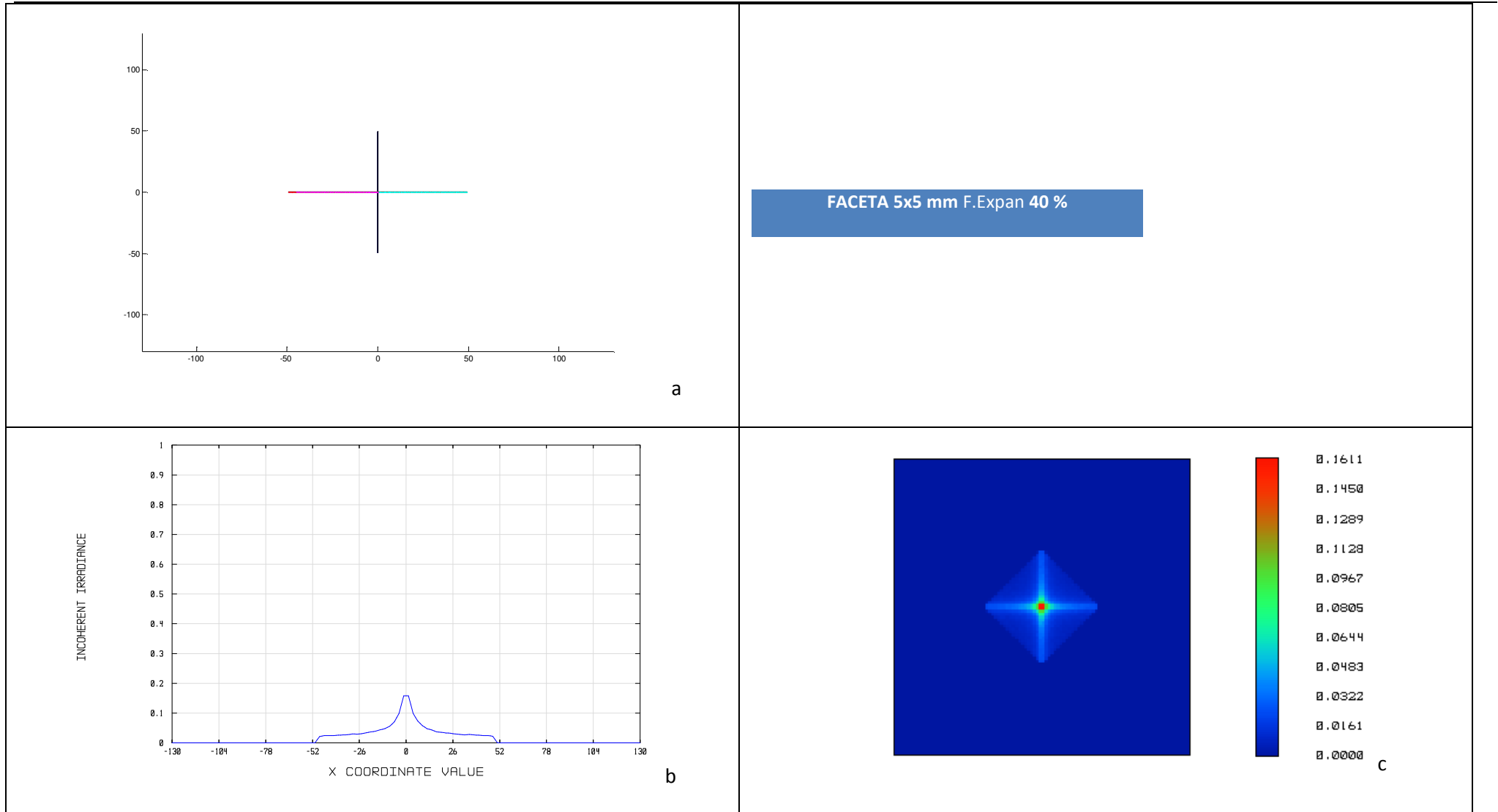


Figura A-4 Resultats de la simulació per faceta de 5x5 mm obtinguda amb funció expansora 40% en les condicions definides en la Taula A-1. . a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global. b) Irradiància (Zemaxtm): tall en el meridià X, mides expressades en mm. c) Irradiància (Zemaxtm): mapa en fals color

Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure

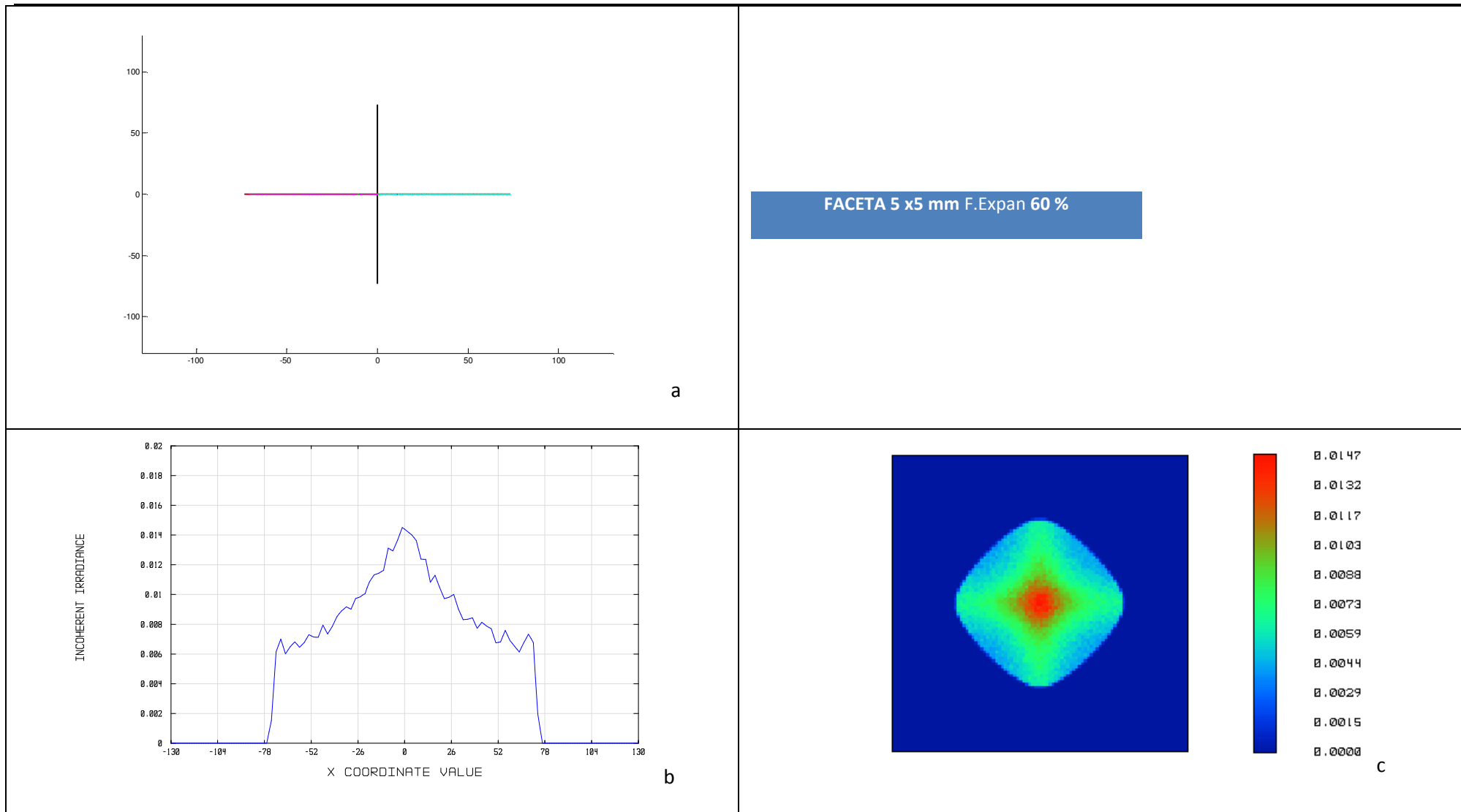


Figura A-5 Resultats de la simulació per faceta de 5x5 mm obtinguda amb funció expansora 60% en les condicions definides en la Taula A-1. a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global. b) Irradiància (Zemaxtm): tall en el meridià X, mides expressades en mm. c) Irradiància (Zemaxtm): mapa en fals color

Annex A.- Gràfiques resultants de les simulacions amb font puntual

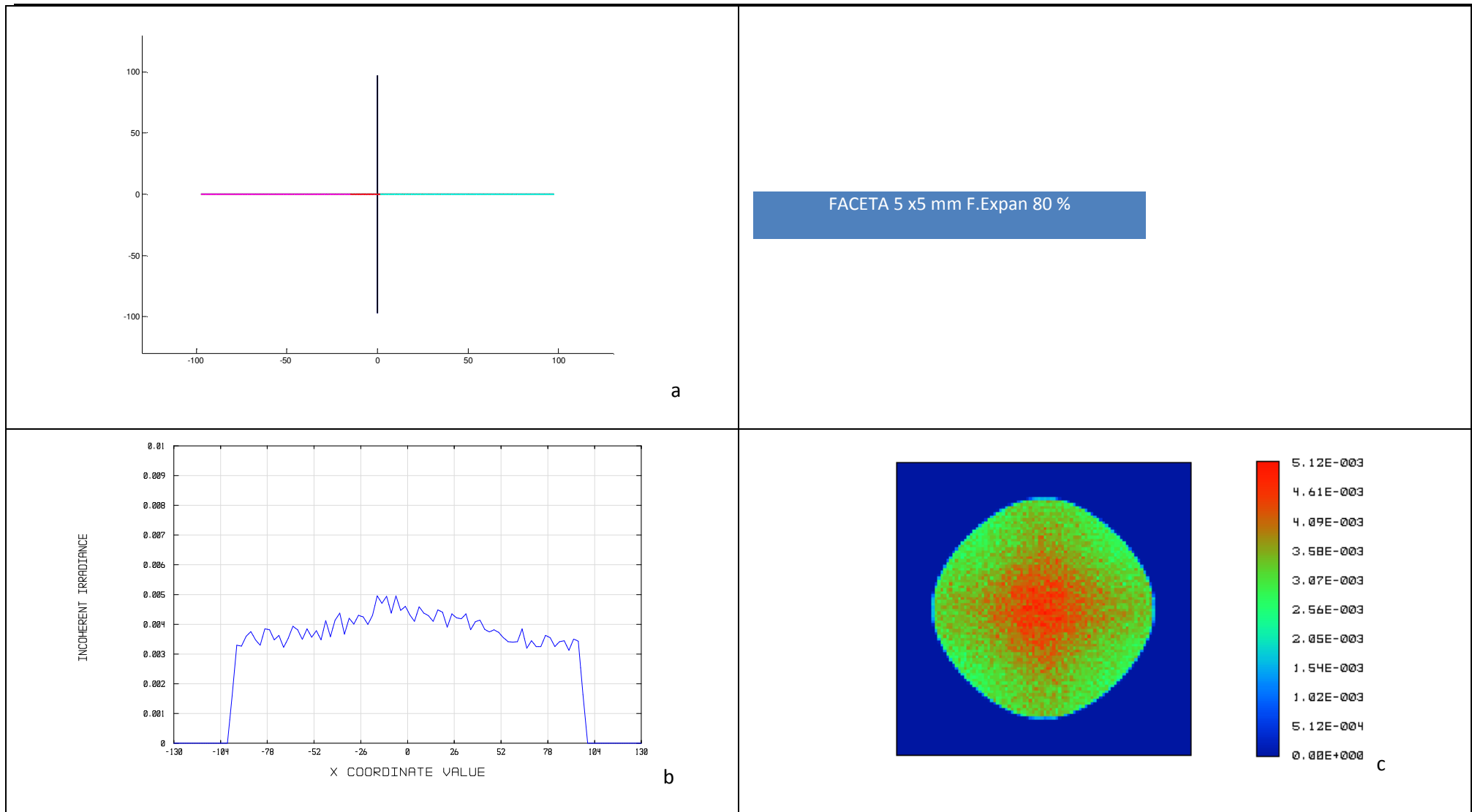


Figura A-6 Resultats de la simulació per faceta de 5x5 mm obtinguda amb funció expansora 80% en les condicions definides en la Taula A-1. . a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2 D, en mm sobre objectiu global. b) Irradiància (Zemaxtm): tall en el meridià X, mides expressades en mm. c) Irradiància (Zemaxtm): mapa en fals color

A.2 Parcel·la objectiu centrada . Mida de la faceta 10x10 mm.

FACETA 10x010 mm	K	L	E (mm)	Mm (X) (mm)	Mz (X) (mm)	FC %	CONC%	EXPANm%
Pla				509.98	521.4	102.24		
F Concent	0.01	0.17		2.26	2.36	104.87	99.56	
F Expan 20 %	0.001	0.1	101	95.97	100	104.20		95.02
F Expan 40 %	0.001	0.1	203	197.61	200	101.21		97.34
F Expan 60 %	0.001	0.1	305	299.68	303	101.11		98.25
F Expan 80 %	0.001	0.1	407	401.83	403	100.29		98.73

Taula A-2 Valors obtinguts amb diverses facetes centrades de 10 x10 mm. Pla: Faceta plana. F.Concen: faceta obtinguda utilitzant funció concentradora. F.Expan X%: facetes obtingudes amb funció expansora amb objectius de diferents mides expressades en funció de la mida de la taca obtinguda amb la faceta plana. K: factor de progrés. L: paràmetre de forma. E: mida de l'objectiu. Mm(X): mida, en el meridià X, de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D. Mz(X) mida, en el meridià X, de la taca simulada amb Zemax[™]. FC factor comparatiu: relació entre la mida de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D i la mida de la taca simulada amb el programari Zemax[™]. CONC capacitat de concentració: relació entre la mida de la taca de referència calculada amb mirall pla i la mida de la taca calculada amb la faceta quan s'ha aplicat la funció concentradora. EXPANm capacitat d'expansió: relació entre la mida de la taca calculada amb la faceta quan s'ha aplicat una funció concentradora respecta la mida que s'esperava (E).

Annex A.- Gràfiques resultants de les simulacions amb font puntual

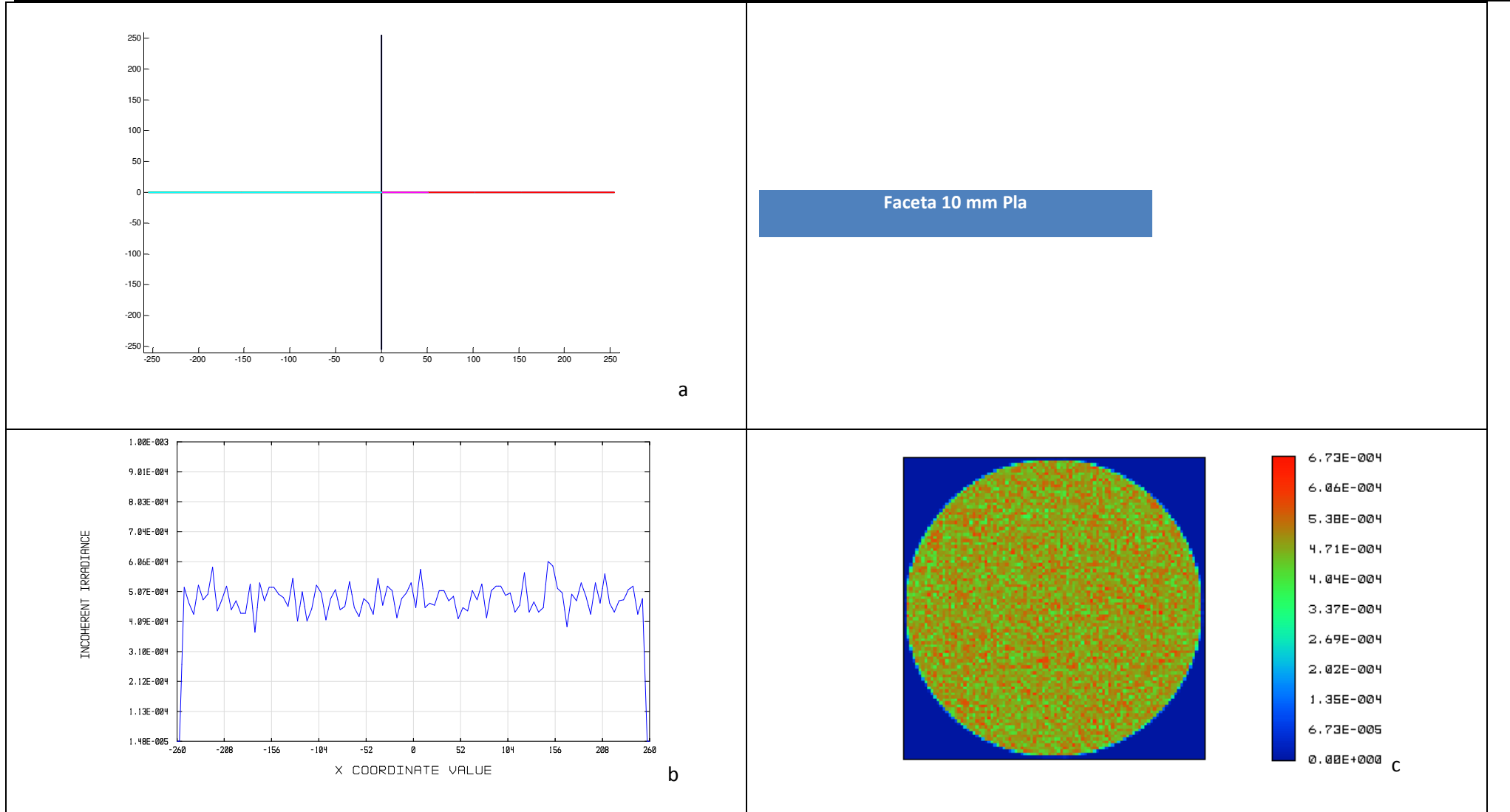


Figura A-7 Resultats de la simulació per faceta plana de 10x10 mm en les condicions definides en la Taula A-2. a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global. b) Irradiància (Zemaxtm): tall en el meridià X, mides expressades en mm. c) Irradiància (Zemaxtm): mapa en fals color

Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure

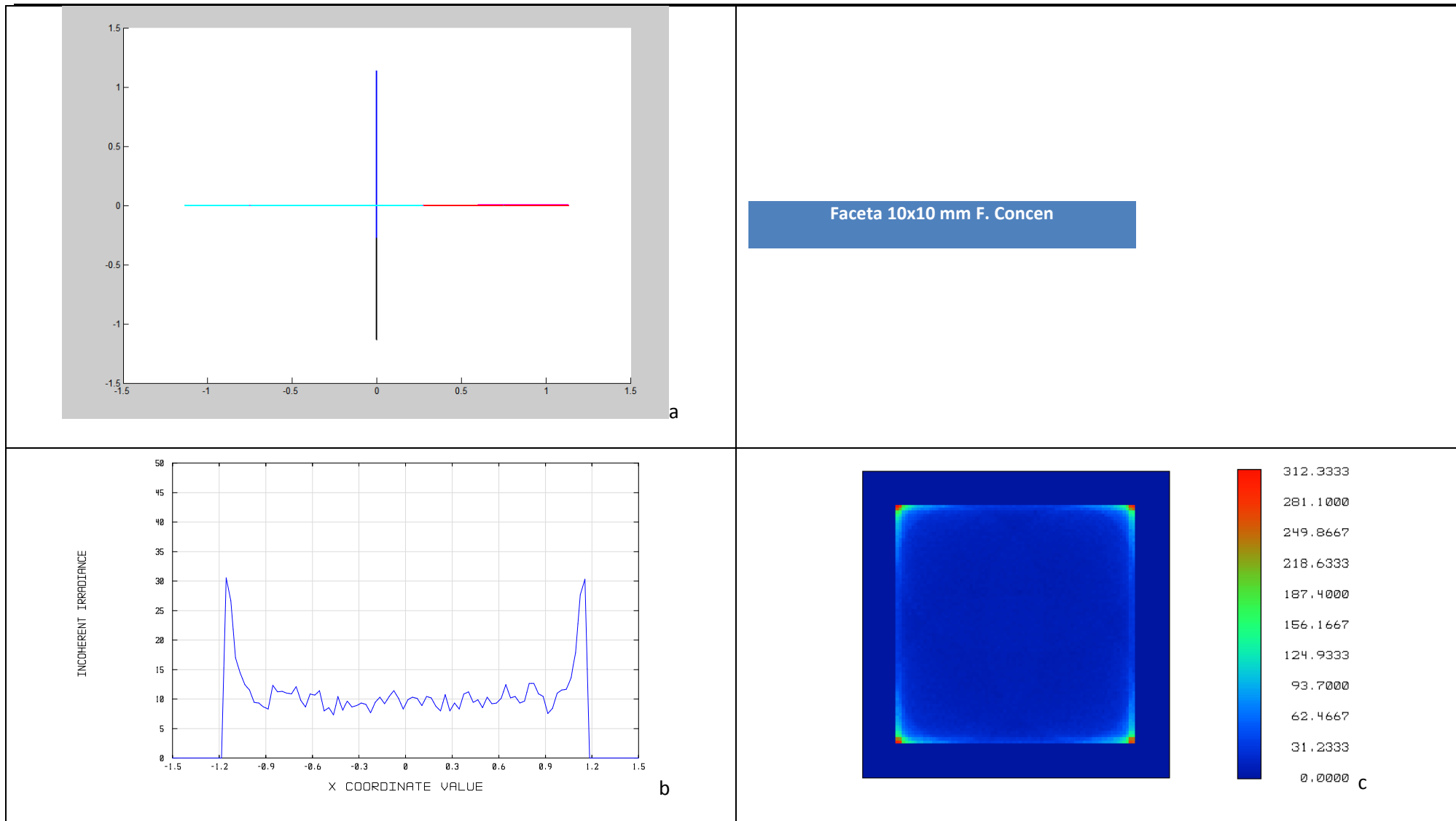


Figura A-8 Resultats de la simulació per faceta de 10x10 mm obtinguda amb funció concentradora en les condicions definides en la Taula A-2. . a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global. b) Irradiància (Zemaxtm): tall en el meridià X, mides expressades en mm. c) Irradiància (Zemaxtm): mapa en fals color

Annex A.- Gràfiques resultants de les simulacions amb font puntual

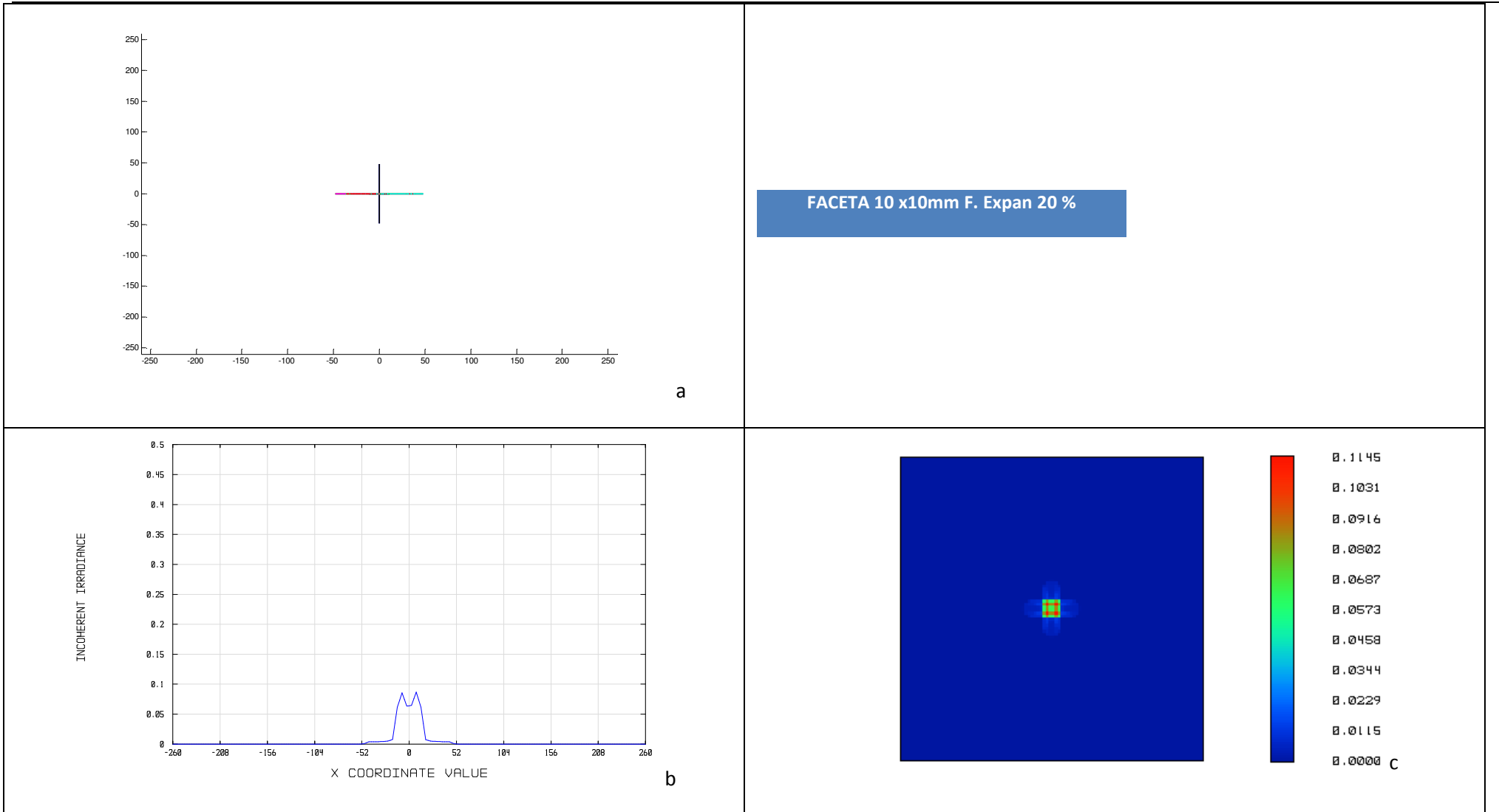


Figura A-9 Resultats de la simulació per faceta de 10x10 mm obtinguda amb funció expansora 20% en les condicions definides en la Taula A-2Taula A-1. a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global. b) Irradiància (Zemax™): tall en el meridià X, mides expressades en mm. c) Irradiància (Zemax™): mapa en fals color

Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure

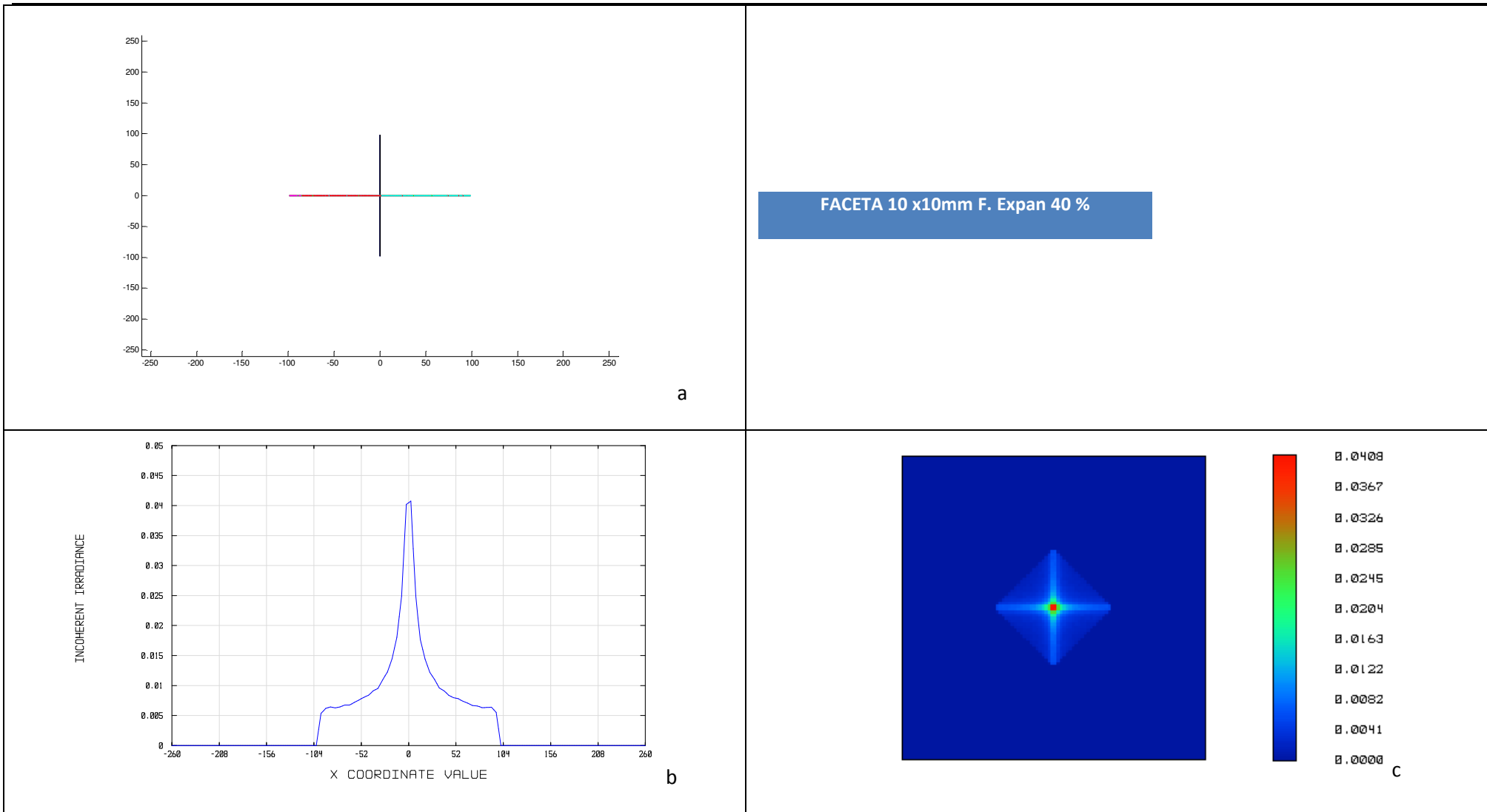


Figura A-10 Resultats de la simulació per faceta de 10x10 mm obtinguda amb funció expansora 40% en les condicions definides en la Taula A-2 a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global. b) Irradiància (Zemaxtm): tall en el meridià X, mides expressades en mm. c) Irradiància (Zemaxtm): mapa en fals color

Annex A.- Gràfiques resultants de les simulacions amb font puntual

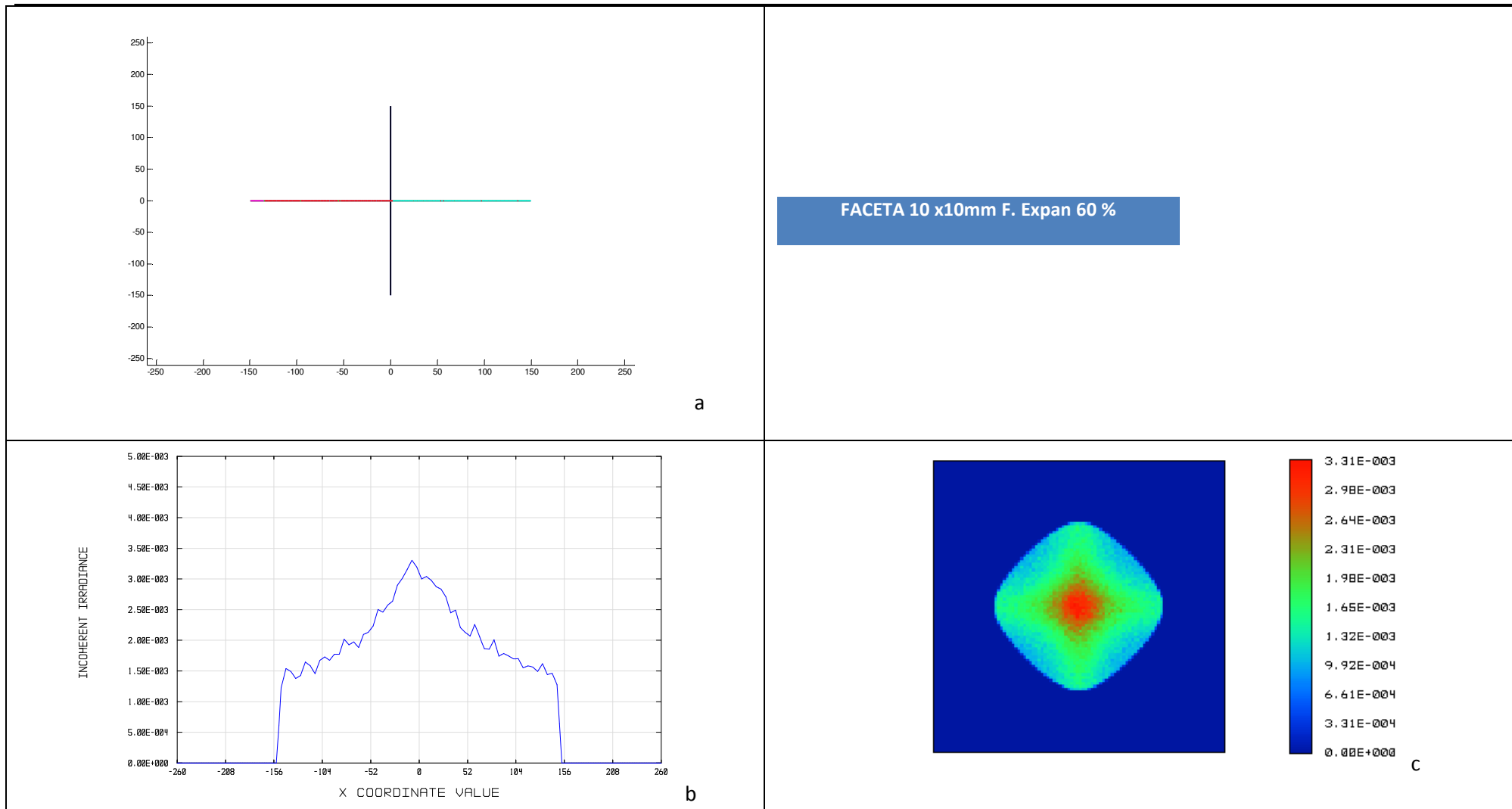


Figura A-11 Resultats de la simulació per faceta de 10x10 mm obtinguda amb funció expansora 60% en les condicions definides en la Taula A-2 a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global. b) Irradiància (Zemaxtm): tall en el meridià X, mides expressades en mm. c) Irradiància (Zemaxtm): mapa en fals color

Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure

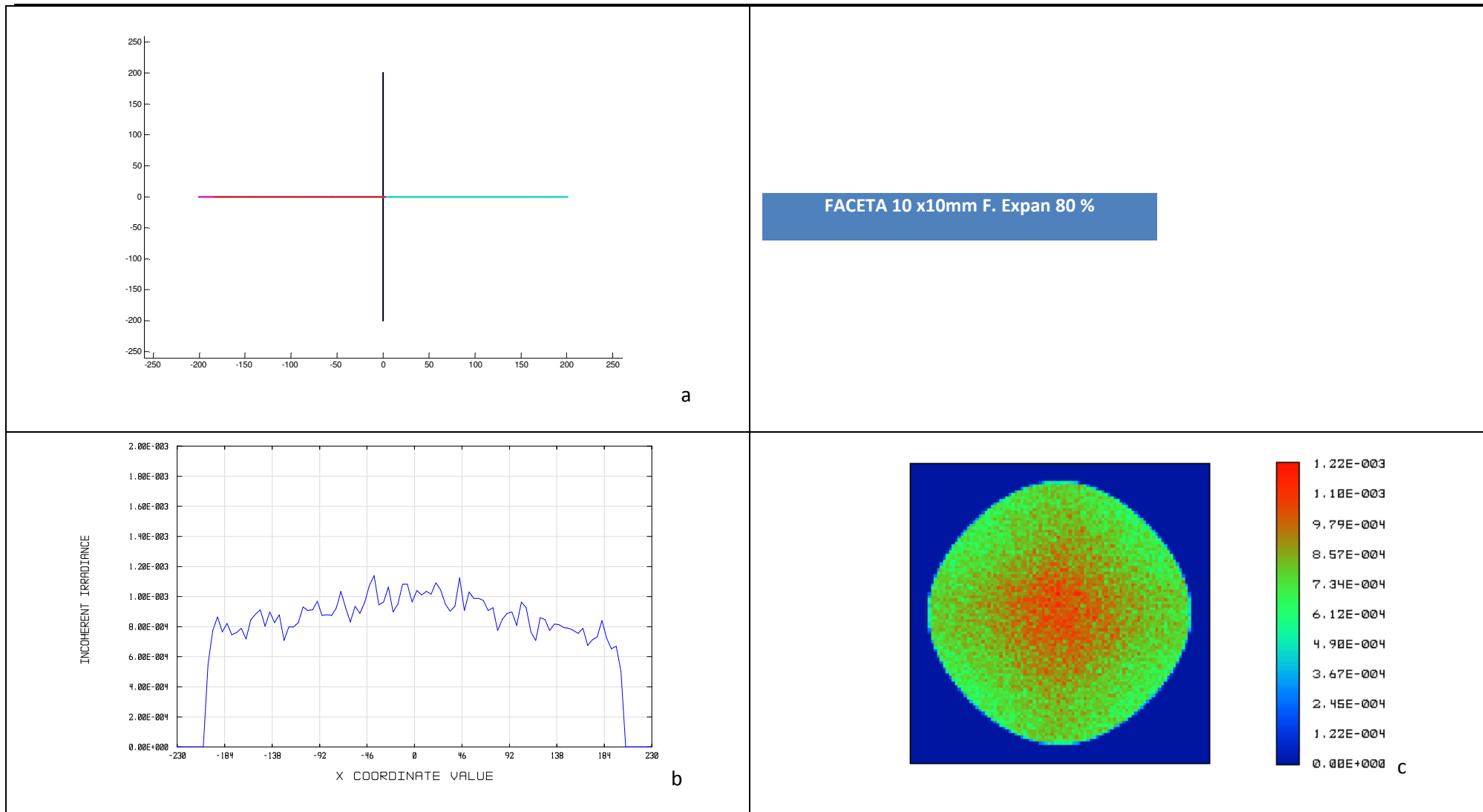


Figura A-12 Resultats de la simulació per faceta de 10x10 mm obtinguda amb funció expansora 80% en les condicions definides en la Taula A-2 a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global. b) Irradiància (Zemaxtm): tall en el meridià X, mides expressades en mm. c) Irradiància (Zemaxtm): mapa en fals color

A.3 Parcel·la objectiu centrada . Mida de la faceta 20 mm

FACETA 20x20 mm	K	L	E (mm)	Mm (X) (mm)	Mz (X) (mm)	FC %	CONC%	EXPANm%
Pla-				1019.8	876	85.90		
Concent	0.01	0.17		12.4	12.6	101.6	98.78	
Expan 20 %	0.01	0.25	203	201.97	203	100,51		99,49
Expan 40 %	0.01	0.25	407	395.58	406	102,63		97,19
Expan 60 %	0.01	0.25	611	597.90	575	96,17		97,86
Expan 80 %	0.01	0.25	815	778.57	712	91,41		95,53

Taula A-3 Valors obtinguts amb diverses facetes centrades de 20 x20 mm. Pla: Faceta plana. F.Concent: faceta obtinguda utilitzant funció concentradora. F.Expan X%: facetes obtingudes amb funció expansora amb objectius de diferents mides expressades en funció de la mida de la taca obtinguda amb la faceta plana. K: factor de progrés. L: paràmetre de forma. E: mida de l'objectiu. Mm(X): mida, en el meridià X, de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D. Mz(X) mida, en el meridià X, de la taca simulada amb Zemaxtm. FC factor comparatiu: relació entre la mida de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D i la mida de la taca simulada amb el programari Zemaxtm. CONC capacitat de concentració: relació entre la mida de la taca de referència calculada amb mirall pla i la mida de la taca calculada amb la faceta quan s'ha aplicat la funció concentradora. EXPANm capacitat d'expansió: relació entre la mida de la taca calculada amb la faceta quan s'ha aplicat una funció concentradora respecta la mida que s'esperava (E).

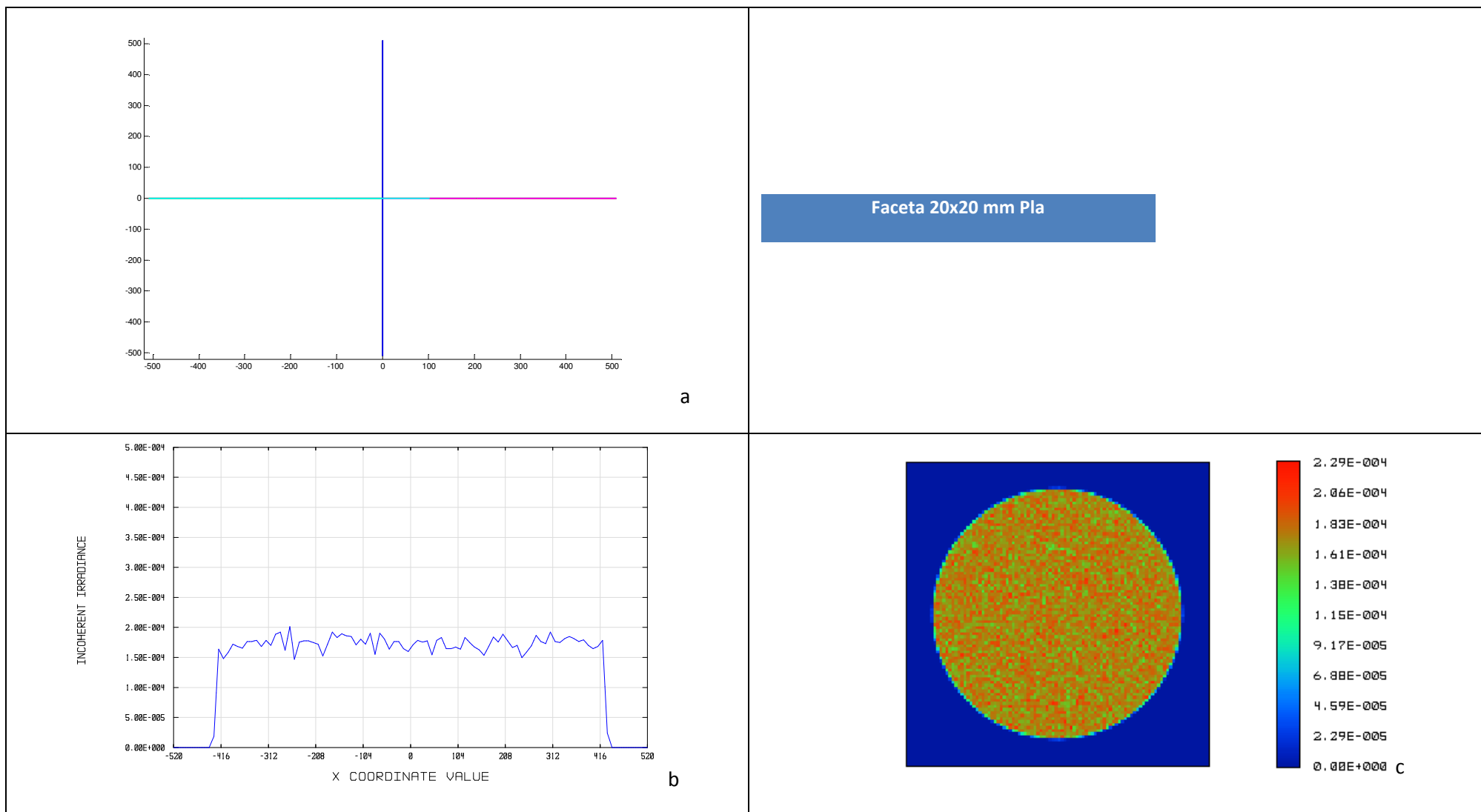


Figura A-13 Resultats de la simulació per faceta plana de 20x20 mm en les condicions definides en la Taula A-3. a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global. b) Irradiància (Zemax tm): tall en el meridià X, mides expressades en mm. c) Irradiància (Zemax tm): mapa en fals color

Annex A.- Gràfiques resultants de les simulacions amb font puntual

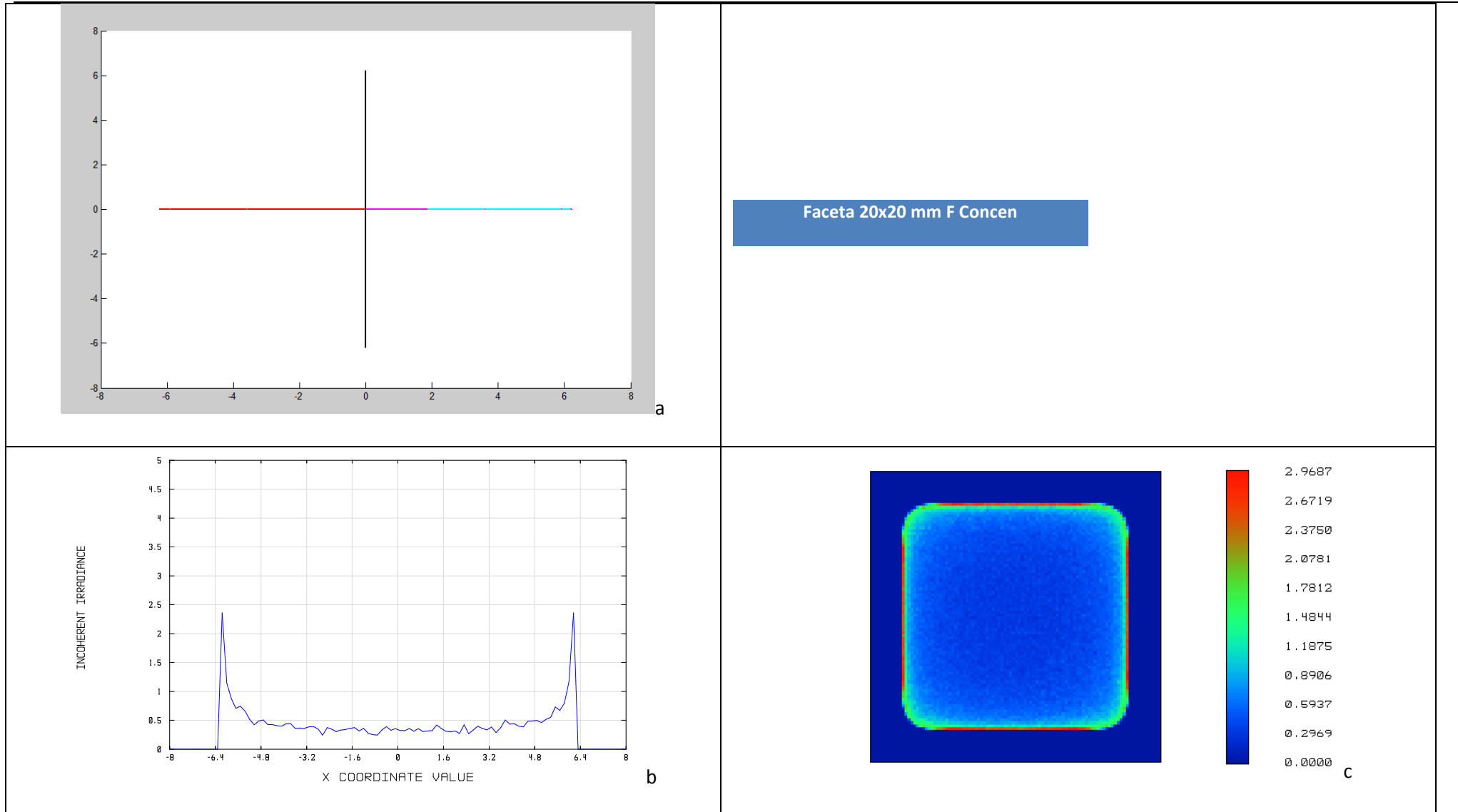


Figura A-14 Resultats de la simulació per faceta de 20x20 mm obtinguda amb funció concentradora en les condicions definides en la Taula A-3 a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global. b) Irradiància (Zemaxtm): tall en el meridià X, mides expressades en mm. c) Irradiància (Zemaxtm): mapa en fals color

Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure

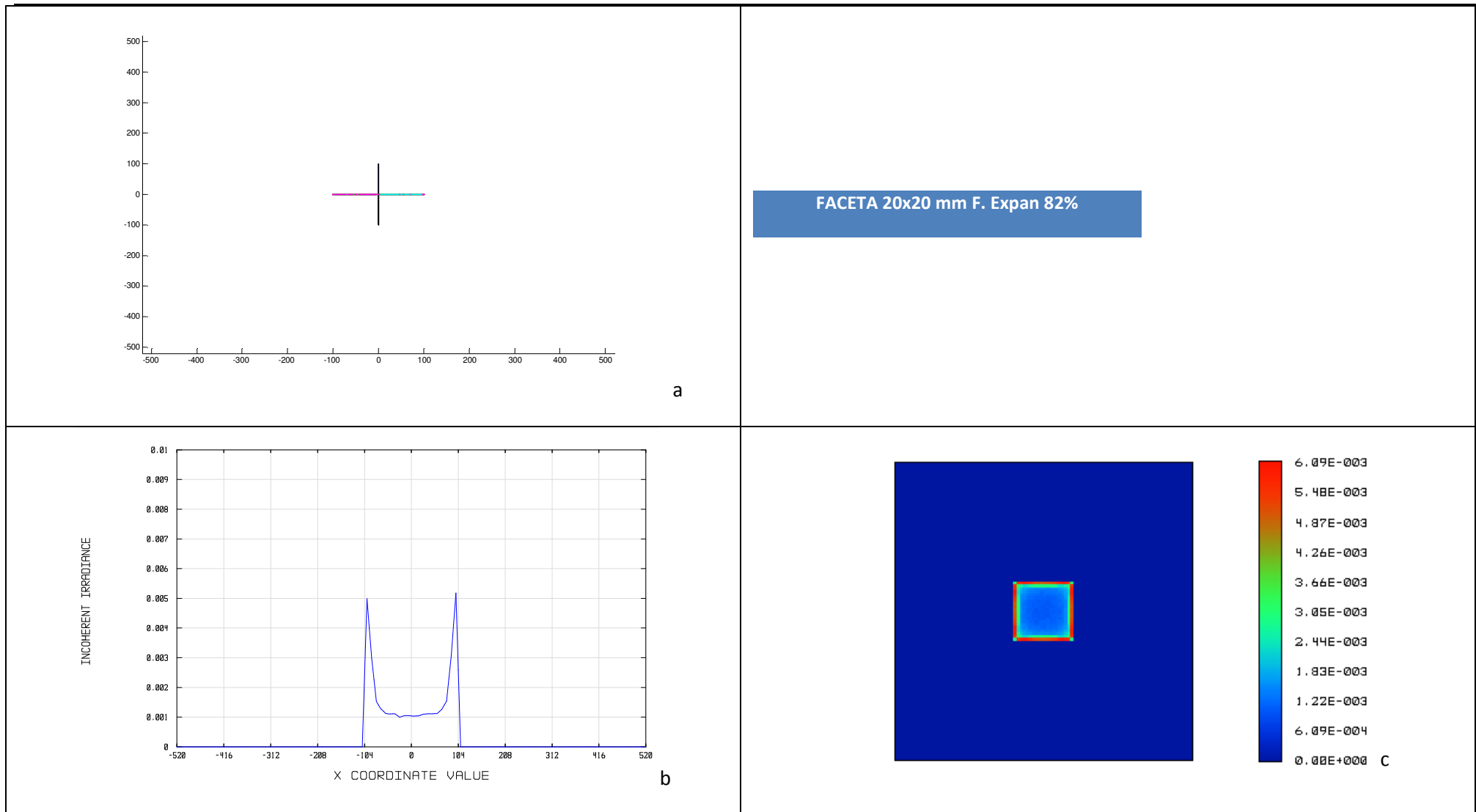


Figura A-15 Resultats de la simulació per faceta de 20x20 mm obtinguda amb funció expansora 20% concentradora en les condicions definides en la Taula A-3. a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global. b) Irradiància (Zemax™): tall en el meridià X, mides expressades en mm. c) Irradiància (Zemax™): mapa en fals color

Annex A.- Gràfiques resultants de les simulacions amb font puntual

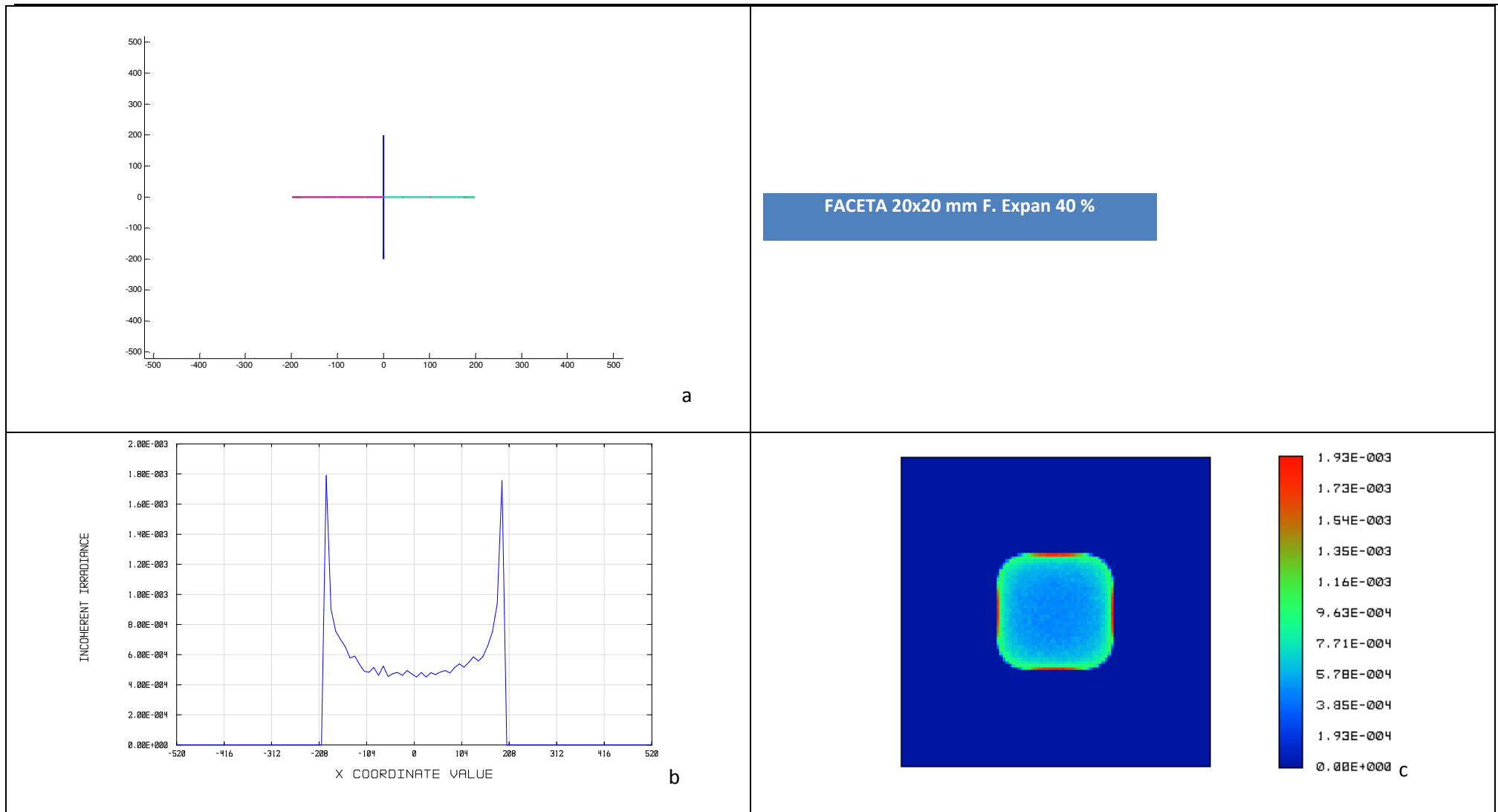


Figura A-16 Resultats de la simulació per faceta de 20x20 mm obtinguda amb funció expansora 40% concentradora en les condicions definides en la Taula A-3 a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global. b) Irradiància (Zemax[™]): tall en el meridià X, mides expressades en mm. c) Irradiància (Zemax[™]): mapa en fals color

Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure

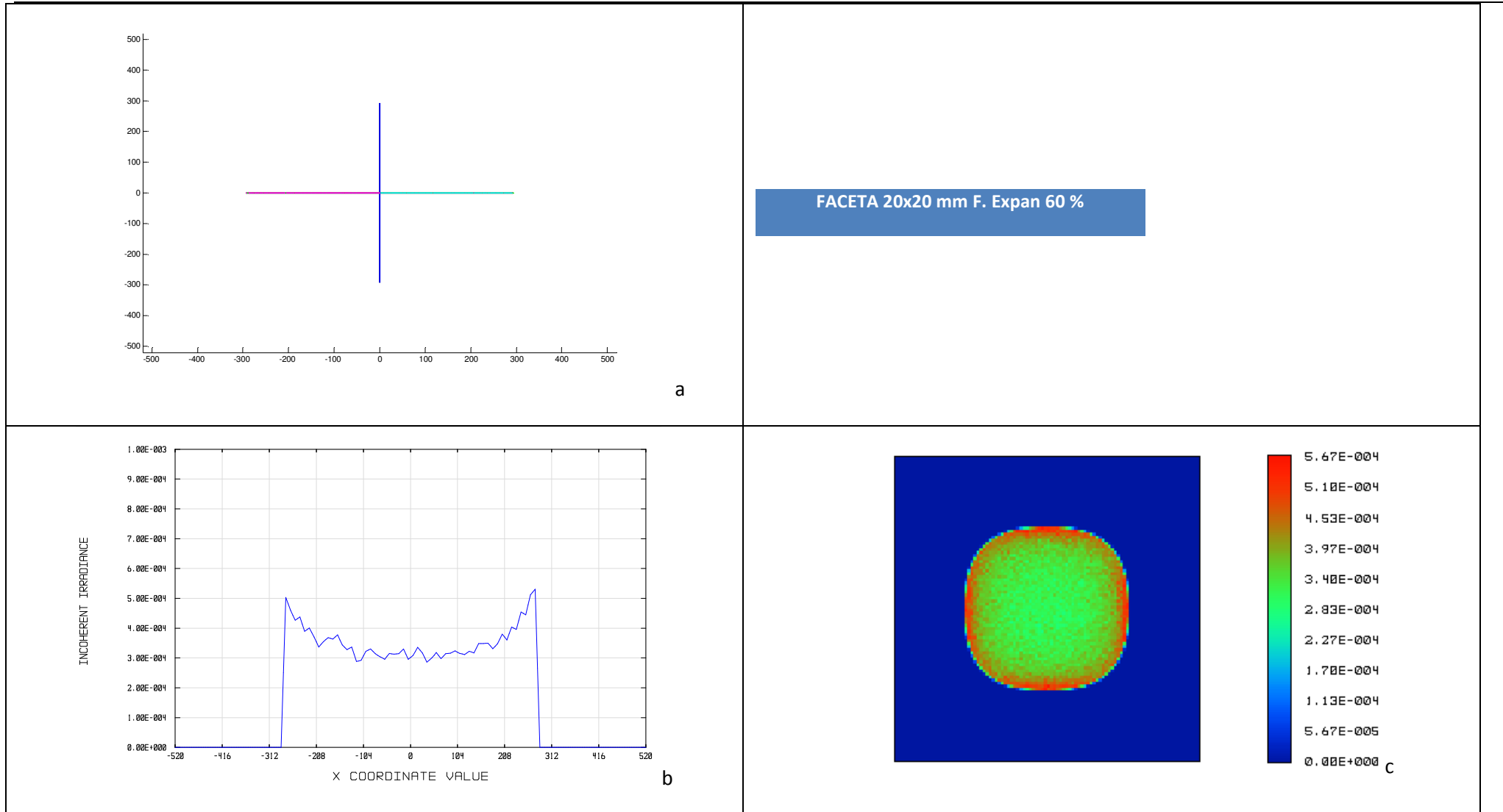


Figura A-17 Resultats de la simulació per faceta de 20x20 mm obtinguda amb funció expansora 60% concentradora en les condicions definides en la Taula A-3. a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global. b) Irradiància (Zemax™): tall en el meridià X, mides expressades en mm. c) Irradiància (Zemax™): mapa en fals color

Annex A.- Gràfiques resultants de les simulacions amb font puntual

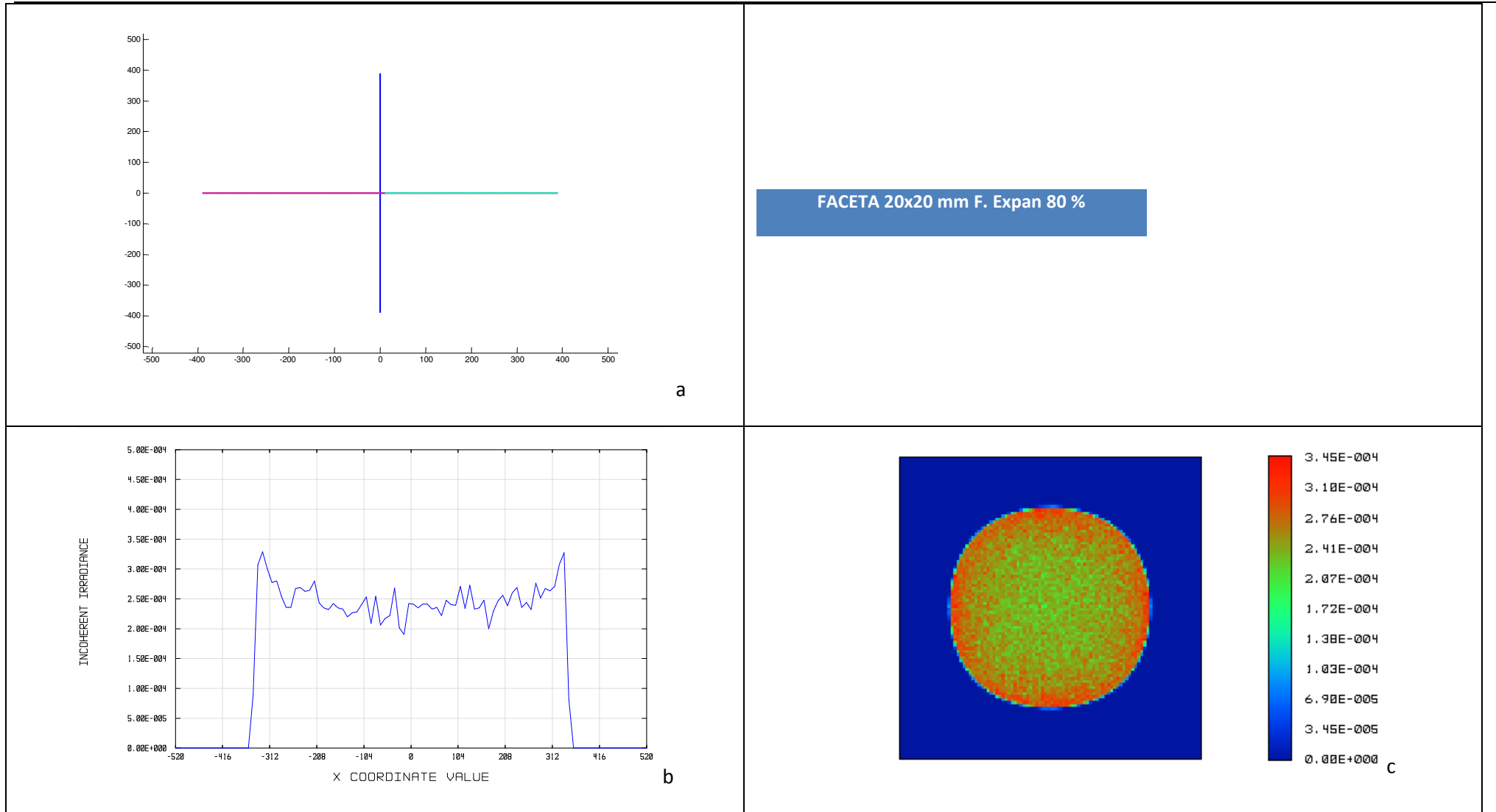


Figura A-18 Resultats de la simulació per faceta de 20x20 mm obtinguda amb funció expansora 80% concentradora en les condicions definides en la Taula A-3 a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global. b) Irradiància (Zemax[™]): tall en el meridià X, mides expressades en mm. c) Irradiància (Zemax[™]): mapa en fals color

A.4 Parcel·la objectiu centrada . Mida de la faceta 40 mm

FACETA 40x40 mm	K	L	E (mm)	Mm (X) (mm)	Mz (X) (mm)	FC %	CONC%	EXPANm%
Pla-				2039.9	1985	97.31		
Funcio Concent	0.001	0.17		17.1	17.8	104.9	99.16	
Expan 20 %	0.01	0.25	407	396.59	406	102.37		97.44
Expan 40 %	0.01	0.25	815	798.58	820	102.68		97.99
Expan 60 %	0.01	0.25	1123	1210.29	1228	101.46		107.77
Expan 80 %	0.01	0.25	1631	1621.83	1600	98.65		99.44

Taula A-4 Valors obtinguts amb diverses facetes centrades de 40 x40 mm. Pla: Faceta plana. F.Concen: faceta obtinguda utilitzant funció concentradora. F.Expan X%: facetes obtingudes amb funció expansora amb objectius de diferents mides expressades en funció de la mida de la taca obtinguda amb la faceta plana. K: factor de progrés. L: paràmetre de forma. E: mida de l'objectiu. Mm(X): mida, en el meridià X, de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D. Mz(X) mida, en el meridià X, de la taca simulada amb Zemax[™]. FC factor comparatiu: relació entre la mida de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D i la mida de la taca simulada amb el programari Zemax[™]. CONC capacitat de concentració: relació entre la mida de la taca de referència calculada amb mirall pla i la mida de la taca calculada amb la faceta quan s'ha aplicat la funció concentradora. EXPANm capacitat d'expansió: relació entre la mida de la taca calculada amb la faceta quan s'ha aplicat una funció concentradora respecta la mida que s'esperava (E).

Annex A.- Gràfiques resultants de les simulacions amb font puntual

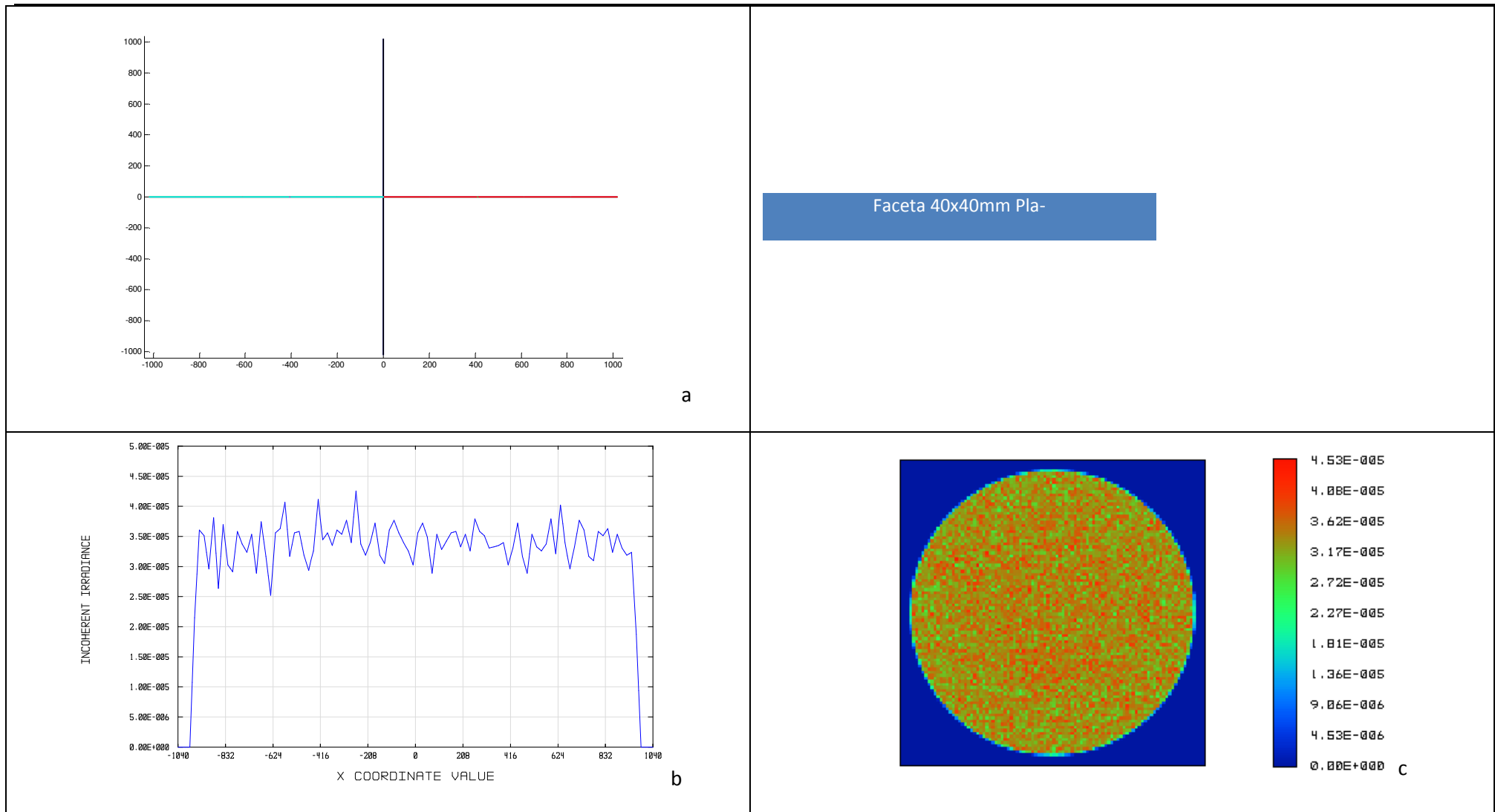


Figura A-19 Resultats de la simulació per faceta plana de 40x40 mm en les condicions definides en la Taula A-4 a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global. b) Irradiància (Zemaxtm): tall en el meridià X, mides expressades en mm. c) Irradiància (Zemaxtm): mapa en fals color

Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure

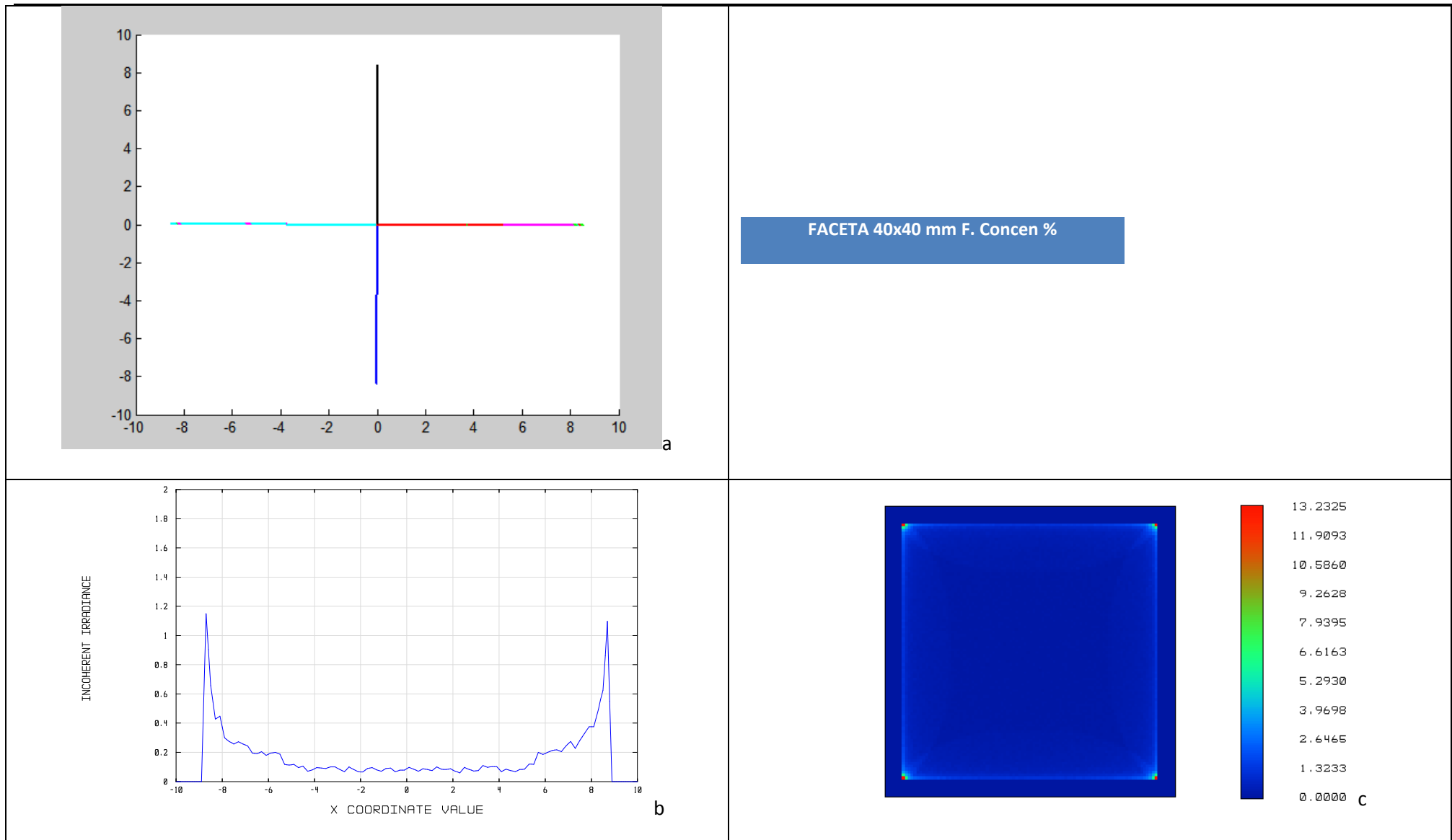


Figura A-20 Resultats de la simulació per faceta de 40x40 mm obtinguda amb funció concentradora en les condicions definides en la Taula A-4 a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global. b) Irradiància (Zemax™): tall en el meridià X, mides expressades en mm. c) Irradiància (Zemax™): mapa en fals color

Annex A.- Gràfiques resultants de les simulacions amb font puntual

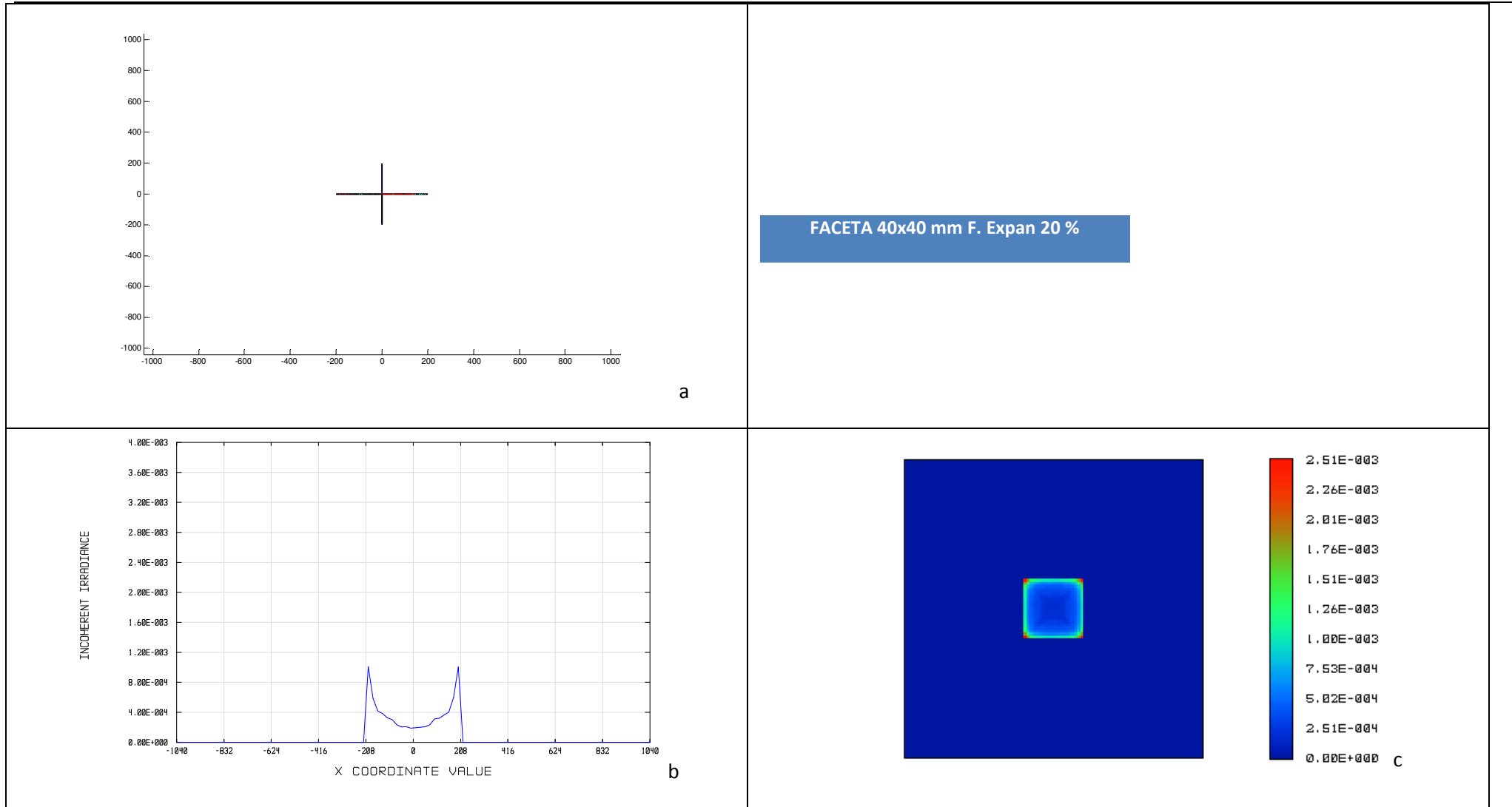


Figura A-21 Resultats de la simulació per faceta de 40x40 mm obtinguda amb funció expansora 20% en les condicions definides en la Taula A-4 a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global b) Irradiància (Zemax[™]): tall en el meridià X, mides expressades en mm. c) Irradiància (Zemax[™]): mapa en fals color

Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure

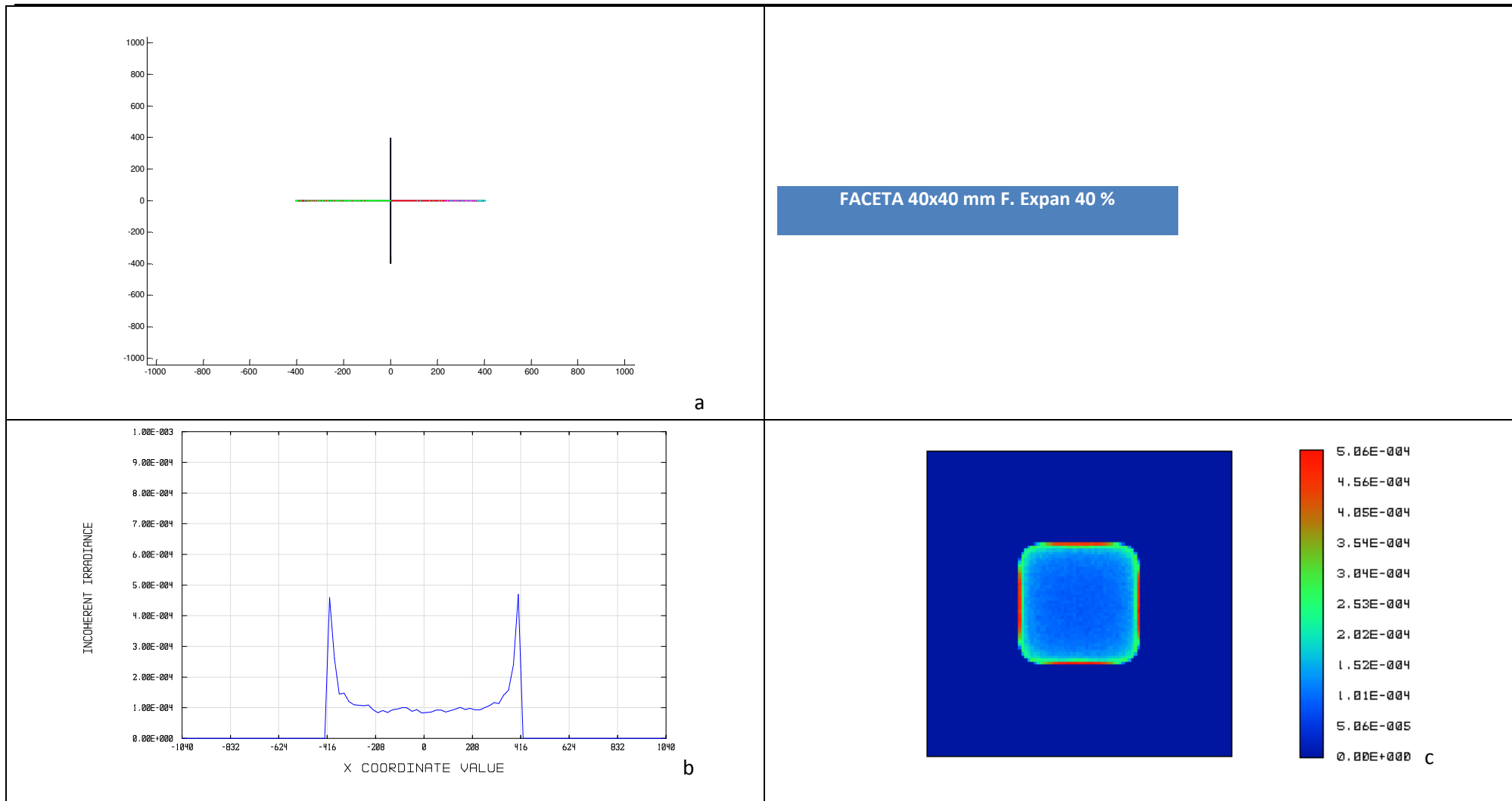


Figura A-22 Resultats de la simulació per faceta de 40x40 mm obtinguda amb funció expansora 40% en les condicions definides en la Taula A-4 a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global b) Irradiància (Zemax™): tall en el meridià X, mides expressades en mm. c) Irradiància (Zemax™): mapa en fals color

Annex A.- Gràfiques resultants de les simulacions amb font puntual

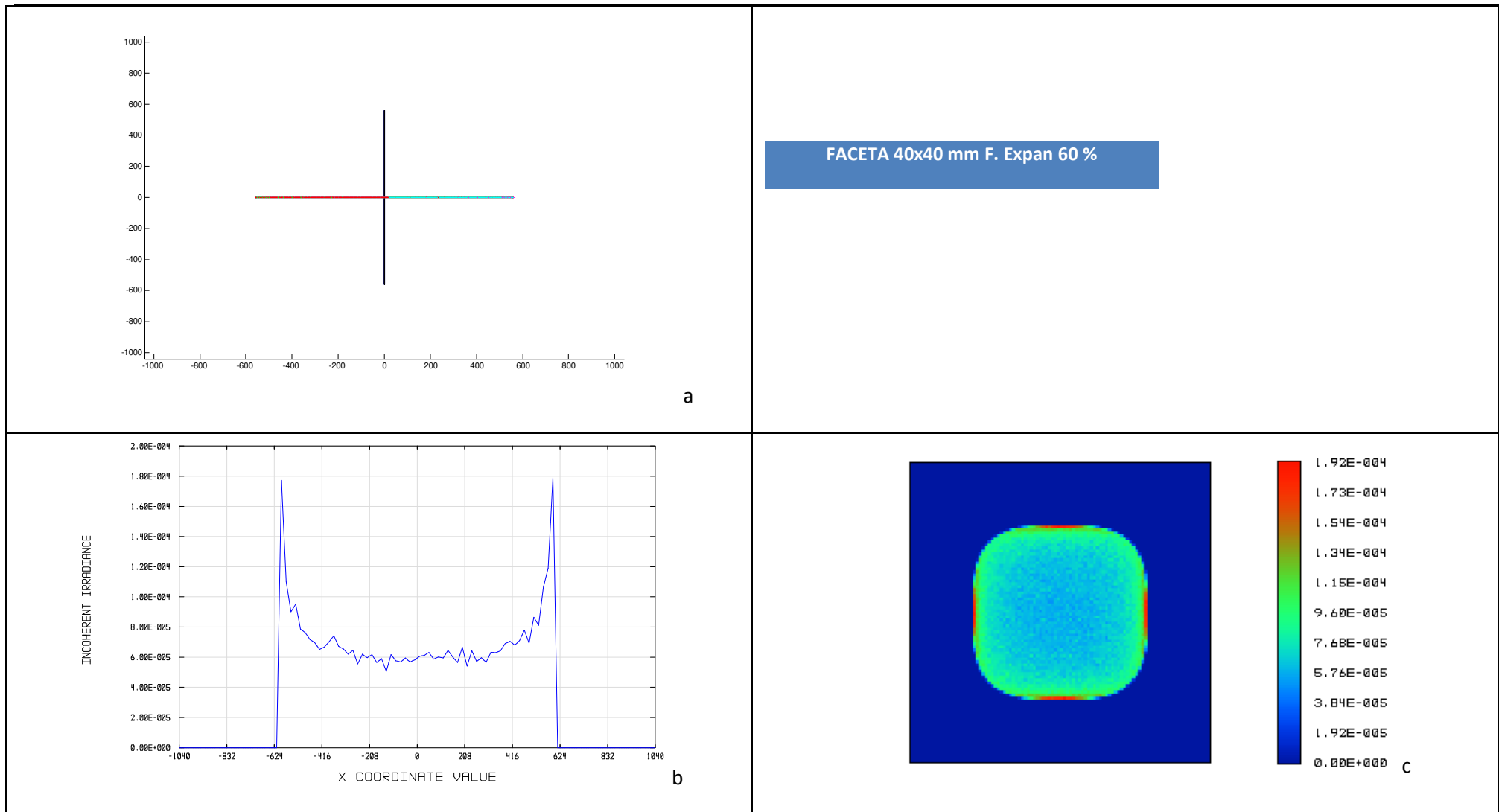


Figura A-23 Resultats de la simulació per faceta de 40x40 mm obtinguda amb funció expansora 60% en les condicions definides en la Taula A-4 a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global b) Irradiància (Zemax[™]): tall en el meridià X, mides expressades en mm. c) Irradiància (Zemax[™]): mapa en fals color

Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure

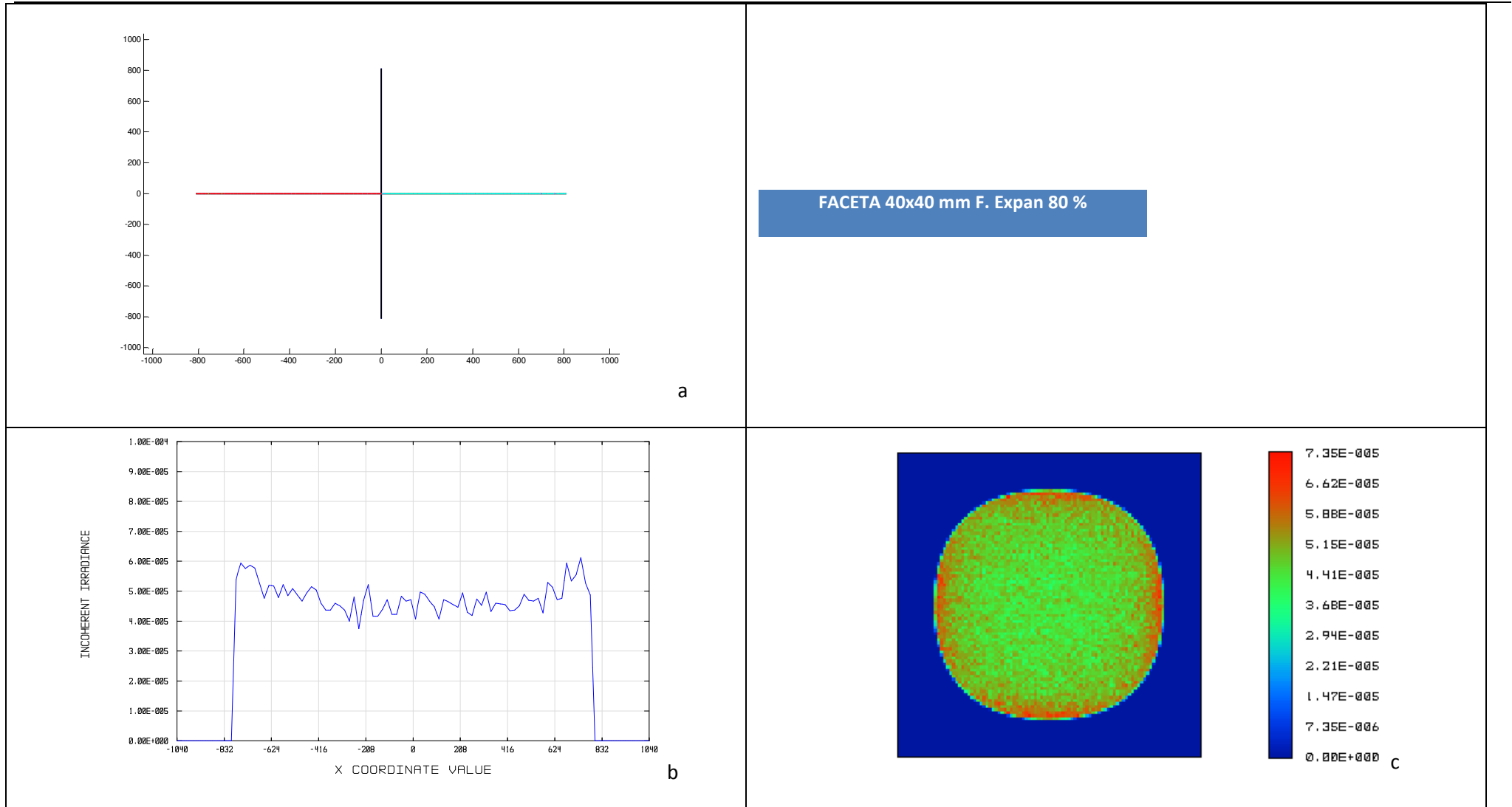


Figura A-24 Resultats de la simulació per faceta de 40x40 mm obtinguda amb funció expansora 80% en les condicions definides en la Taula A-4 a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global b) Irradiància (Zemaxtm): tall en el meridià X, mides expressades en mm. c) Irradiància (Zemaxtm): mapa en fals color

A.5 Parcel·la objectiu descentrada. Mida faceta 5x5 mm**A.5.1 Funció concentradora**

FACETA 5X5 mm	K-	L	Mm (X) (mm)	Mm (Y) (mm)	Mz (X) (mm)	Mz (Y) (mm)	FC %	CONC %
0°	0.001	0.16	1.12	1.12	1.18	1.16	104.46	99.56
10°	0.001	0.16	1.3	1.256	1.31	0.94	87.8	99.49
20°	0.001	0.16	2	4.84	1.9	2.4	95	99.22
40°	0.001	0.2	22	13.54	Falta	falta		

Taula A-5 Valors obtinguts amb facetes de 5x 5 mm amb diversos graus de descentrament de la parcel·la objectiu respecte la faceta (de 0°, 10°, 20° i 40°). K: factor de progrés. L: paràmetre de forma. Mm(X): mida, en el meridià X , de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D. Mm(Y): mida, en el meridià Y , de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D. Mz(X) mida , en el meridià X, de la taca simulada amb Zemax[™]. Mz(Y) mida , en el meridià Y, de la taca simulada amb Zemax[™]. FC factor comparatiu : relació entre la mida de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D i la mida de la taca simulada amb el programari Zemax[™]. CONC capacitat de concentració : relació entre la mida de la taca de referència calculada amb mirall pla i la mida de la taca calculada amb la faceta quan s'ha aplicat la funció concentradora.

Faceta 5x5 mm Funció concentradora. Descentrament 10°

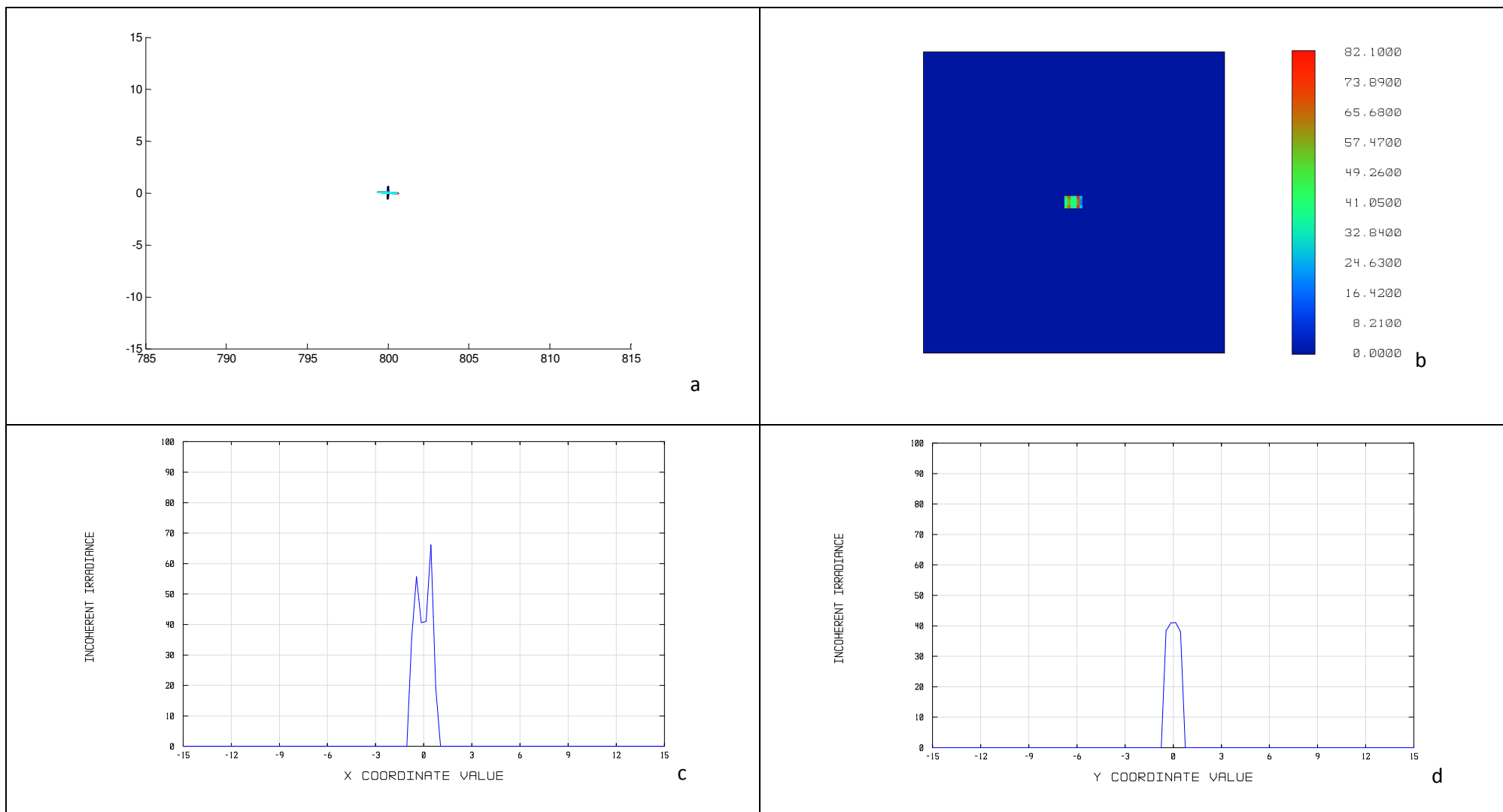


Figura A-25 Resultats de la simulació per faceta de 5x5 mm obtinguda amb funció concentradora i objectiu descentrat 10° en les condicions definides en la Taula A-5. a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global b) Irradiància (Zemax™): mapa en fals color. c) Irradiància (Zemax™): tall en el meridià X, mides expressades en mm. d) Irradiància (Zemax™): tall en el meridià Y, mides expressades en mm.

Faceta 5x5 mm Funció concentradora. Descentrament 20°

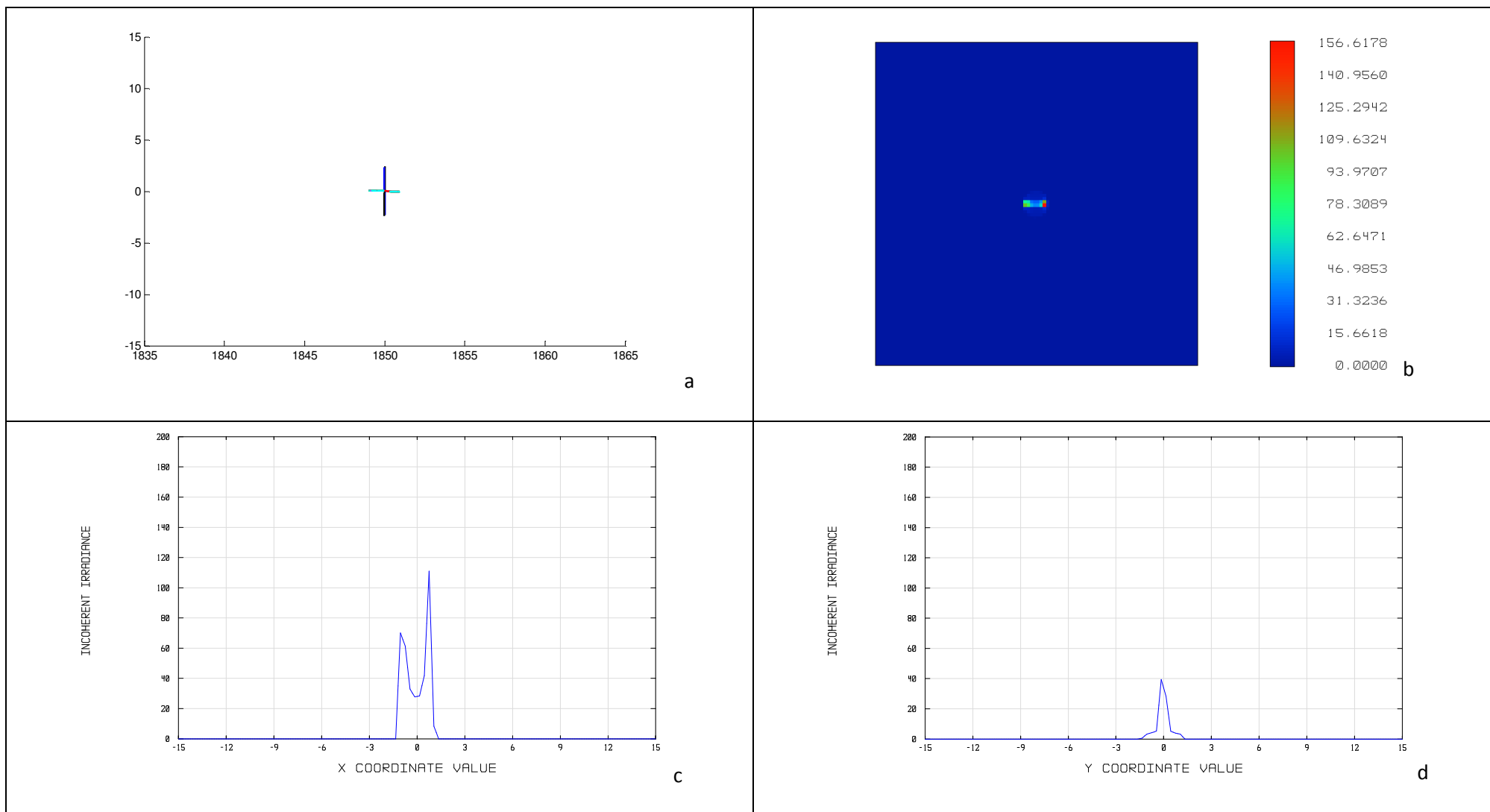


Figura A-26 Resultats de la simulació per faceta de 5x5 mm obtinguda amb funció concentradora i objectiu descentrat 20° en les condicions definides en la Taula A-5 a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global b) Irradiància (Zemax™): mapa en fals color. c) Irradiància (Zemax™): tall en el meridià X, mides expressades en mm. d) Irradiància (Zemax™): tall en el meridià Y, mides expressades en mm. Faceta 5x5mm Funció concentradora. Descentrament 40°

Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure

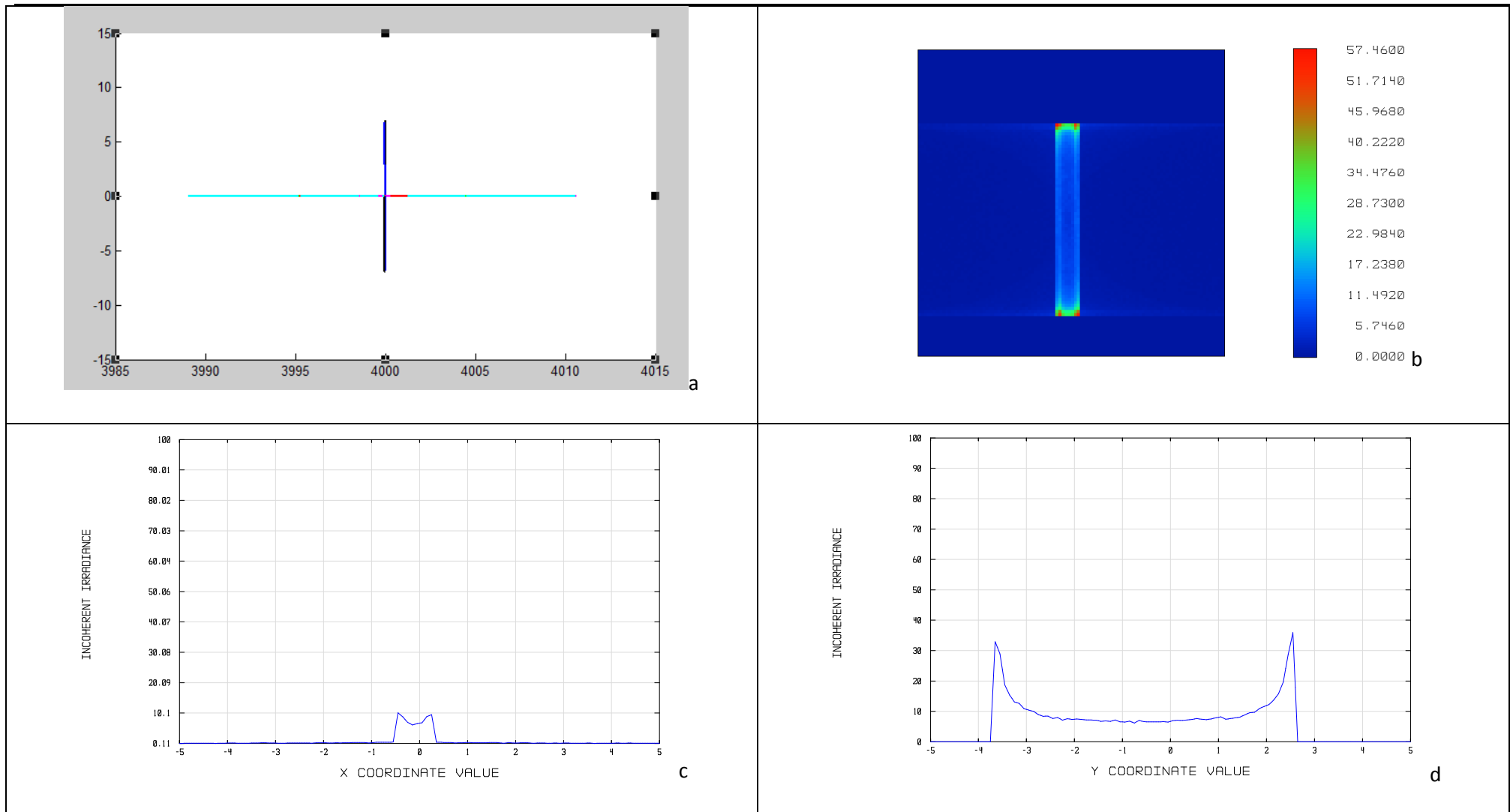


Figura A-27 Resultats de la simulació per faceta de 5x5 mm obtinguda amb funció concentradora i objectiu descentrat 40° en les condicions definides en la Taula A-5. a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global b) Irradiància (Zemax[™]): mapa en fals color. c) Irradiància (Zemax[™]): tall en el meridià X, mides expressades en mm. d) Irradiància (Zemax[™]): tall en el meridià Y, mides expressades en mm.

A.5.2 Funció expansora 20% E=50

FACETA 5X5 mm	K-	L	Mm (X) (mm)	Mm (Y) (mm)	Mz (X) (mm)	Mz (Y) (mm)	FC %	EXP %
0°	0.00-	0.16	42.64	42.26	45.5	44.83	106.39	85.32
10°	0.001	0.16	43.2	43.98	45.2	45.4	103.93	86.4
20°	0.00-	0.16	46	49.16	47.3	47.46	99.68	92
40°	0.001	0.16	46	29.16	falta	falta		

Taula A-6 Valors obtinguts amb facetes de 5x 5 mm amb diversos graus de descentrament de la parcel·la objectiu respecte la faceta (de 0°, 10°, 20° i 40°) i mida E=50 mm. K: factor de progrés. L: paràmetre de forma. Mm(X): mida, en el meridià X, de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D. Mm(Y): mida, en el meridià Y, de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D. Mz(X) mida, en el meridià X, de la taca simulada amb Zemaxtm. Mz(Y) mida, en el meridià Y, de la taca simulada amb Zemaxtm. FC factor comparatiu: relació entre la mida de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D i la mida de la taca simulada amb el programari Zemaxtm. EXP capacitat d'expansió: relació entre la mida de la taca calculada amb la faceta quan s'ha aplicat una funció concentradora respecte la mida que s'esperava (E).

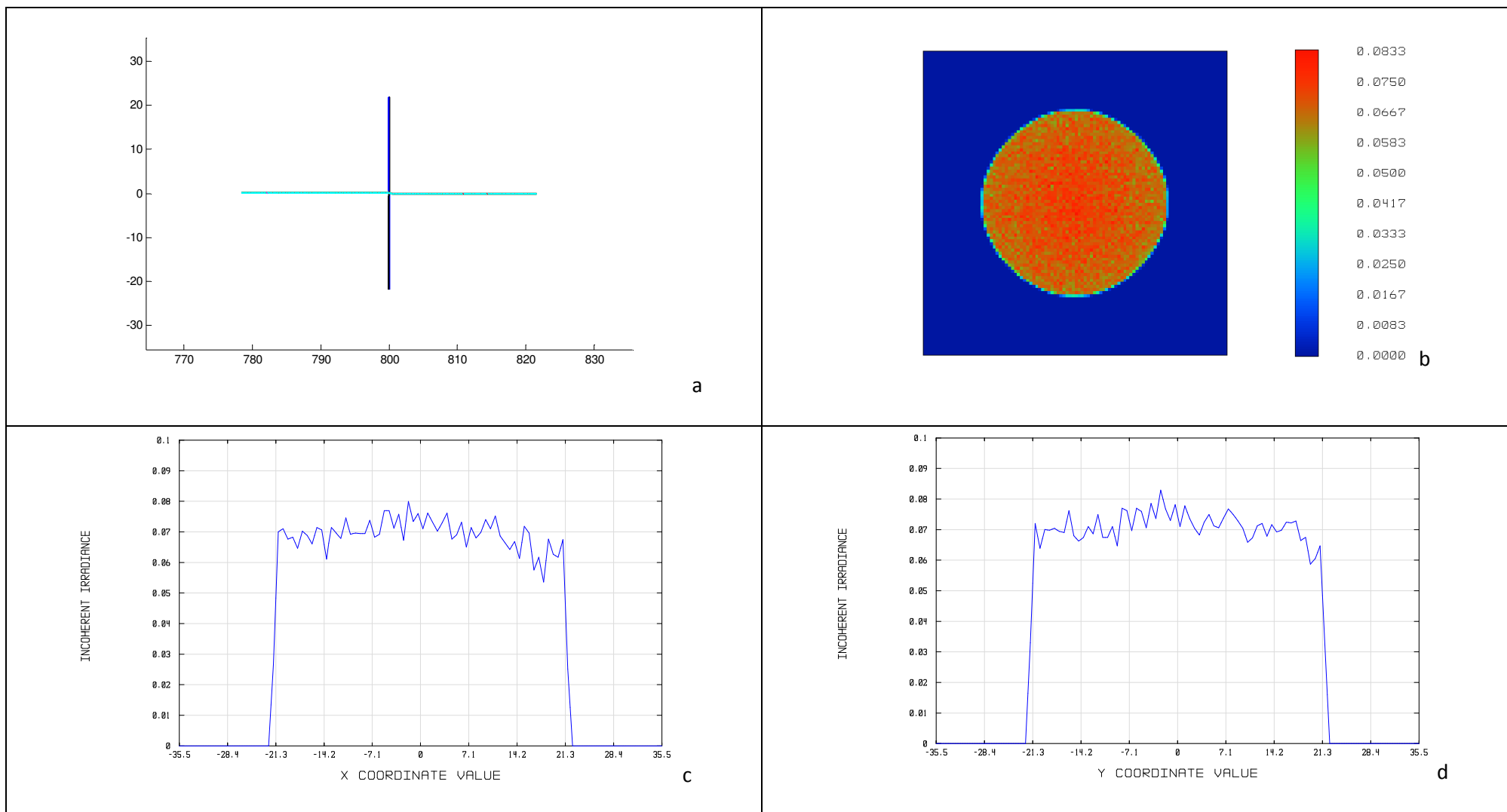


Figura A-28 Resultats de la simulació per faceta de 5x5 mm obtinguda amb funció expansora 20% amb objectiu descentrat 10° i mida E=50 mm en les condicions definides en la Taula A-6. a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global b) Irradiància (Zemax tm): mapa en fals color. c) Irradiància (Zemax tm): tall en el meridià X, mides expressades en mm. d) Irradiància (Zemax tm): tall en el meridià Y, mides expressades en mm.

Annex A.- Gràfiques resultants de les simulacions amb font puntual
Faceta 5x5 mm Funció expansora 20% Descentrament 20°

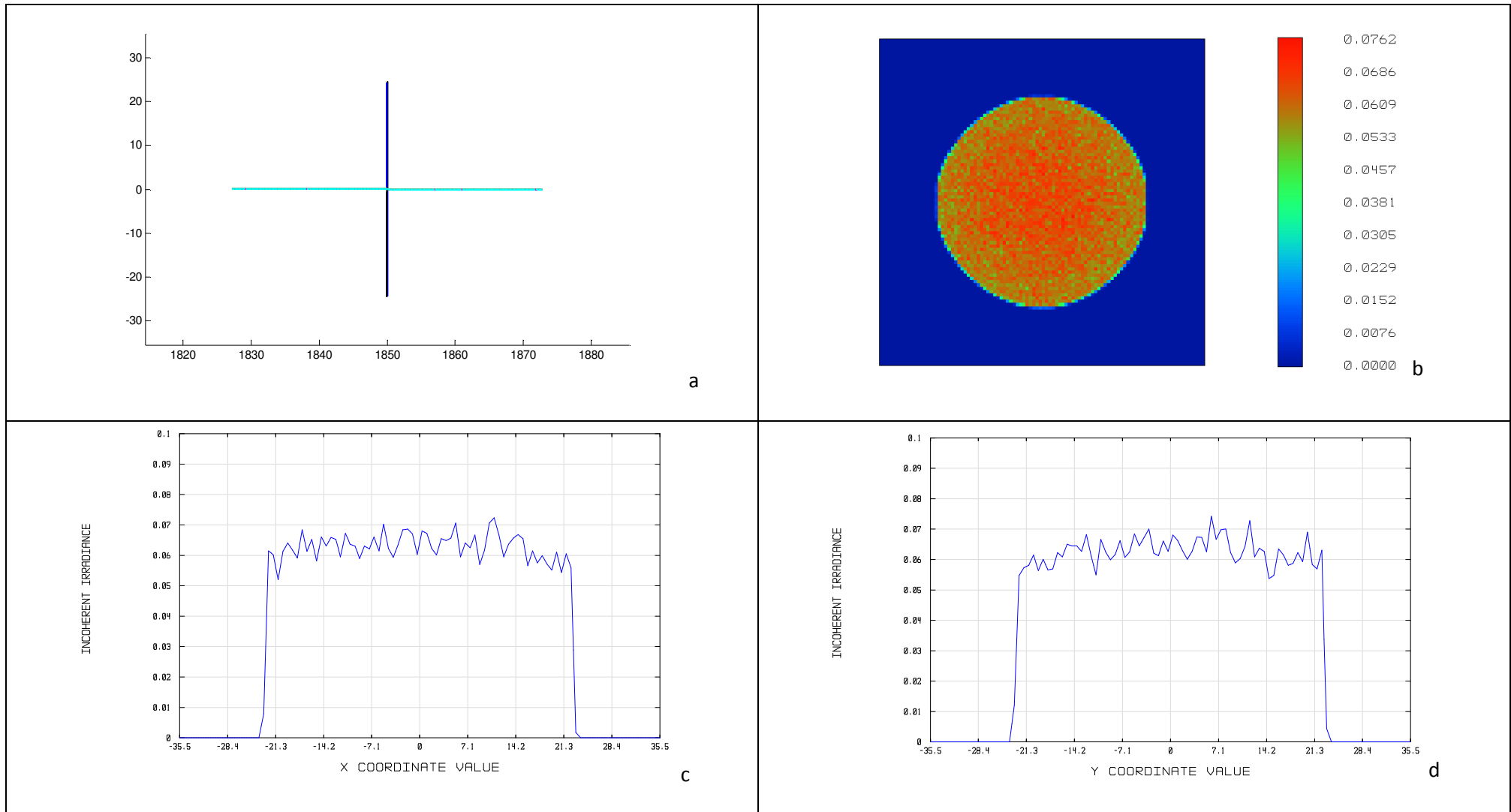


Figura A-29 Resultats de la simulació per faceta de 5x5 mm obtinguda amb funció expansora 20% amb objectiu descentrat 20° i mida E=50 mm en les condicions definides en la Taula A-6. a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global b) Irradiància (Zemax™): mapa en fals color. c) Irradiància (Zemax™): tall en el meridià X, mides expressades en mm. d) Irradiància (Zemax™): tall en el meridià Y, mides expressades en mm.

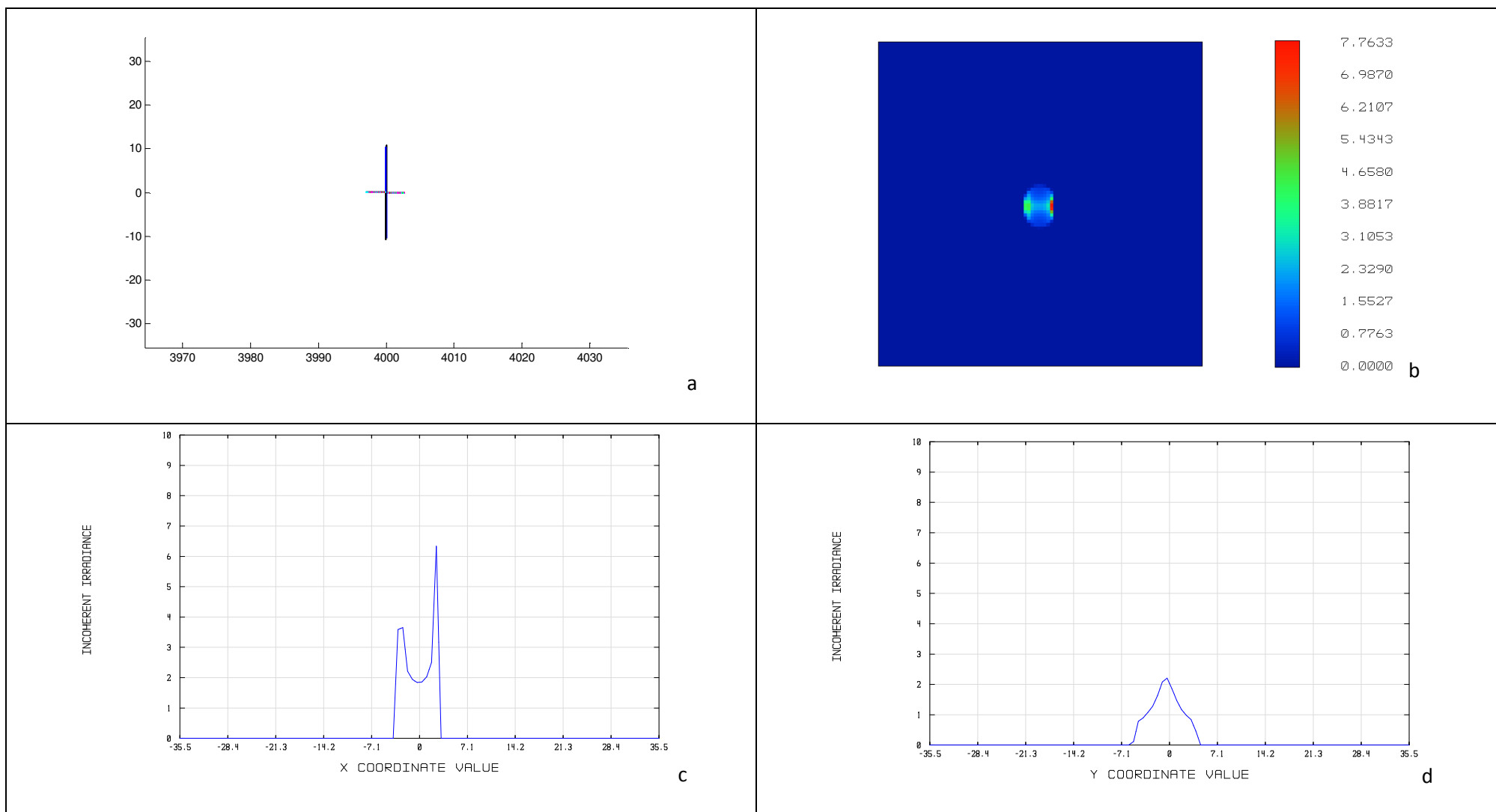


Figura A-30 Resultats de la simulació per faceta de 5x5 mm obtinguda amb funció expansora 20% amb objectiu descentrat 40° i mida E=50 mm en les condicions definides en la Taula A-6. a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global b) Irradiància (Zemax™): mapa en fals color. c) Irradiància (Zemax™): tall en el meridià X, mides expressades en mm. d) Irradiància (Zemax™): tall en el meridià Y, mides expressades en mm.

A.6 Parcel·la objectiu descentrada. Mida faceta 10x10 mm**A.6.1 Funció concentradora**

FACETA 10X10 mm	K-	L	Mm (X) (mm)	Mm (Y) (mm)	Mz (X) (mm)	Mz (Y) (mm)	FC %	CONC %
0°	0.001	0.16	2.26	2.26	2.36	2.38	104.4	99.56
10°	0.001	0.16	2.5	2.08	2.62	2.04	101.4	99.51
20°	0.001	0.16	6	4.28	6.9	1.1	115	98.82
40°	0.001	0.17	17	8.05	16.4	12.5	125.88	96.67

Taula A-7 Valors obtinguts amb facetes de 10x 10 mm amb diversos graus de descentrament de la parcel·la objectiu respecte la faceta (de 0°, 10°, 20° i 40°). K: factor de progrés. L: paràmetre de forma. Mm(X): mida, en el meridià X , de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D. Mm(Y): mida, en el meridià Y , de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D. Mz(X) mida , en el meridià X, de la taca simulada amb Zemaxtm. Mz(Y) mida , en el meridià Y, de la taca simulada amb Zemaxtm. FC factor comparatiu : relació entre la mida de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D i la mida de la taca simulada amb el programari Zemaxtm. CONC capacitat de concentració : relació entre la mida de la taca de referència calculada amb mirall pla i la mida de la taca calculada amb la faceta quan s'ha aplicat la funció concentradora.

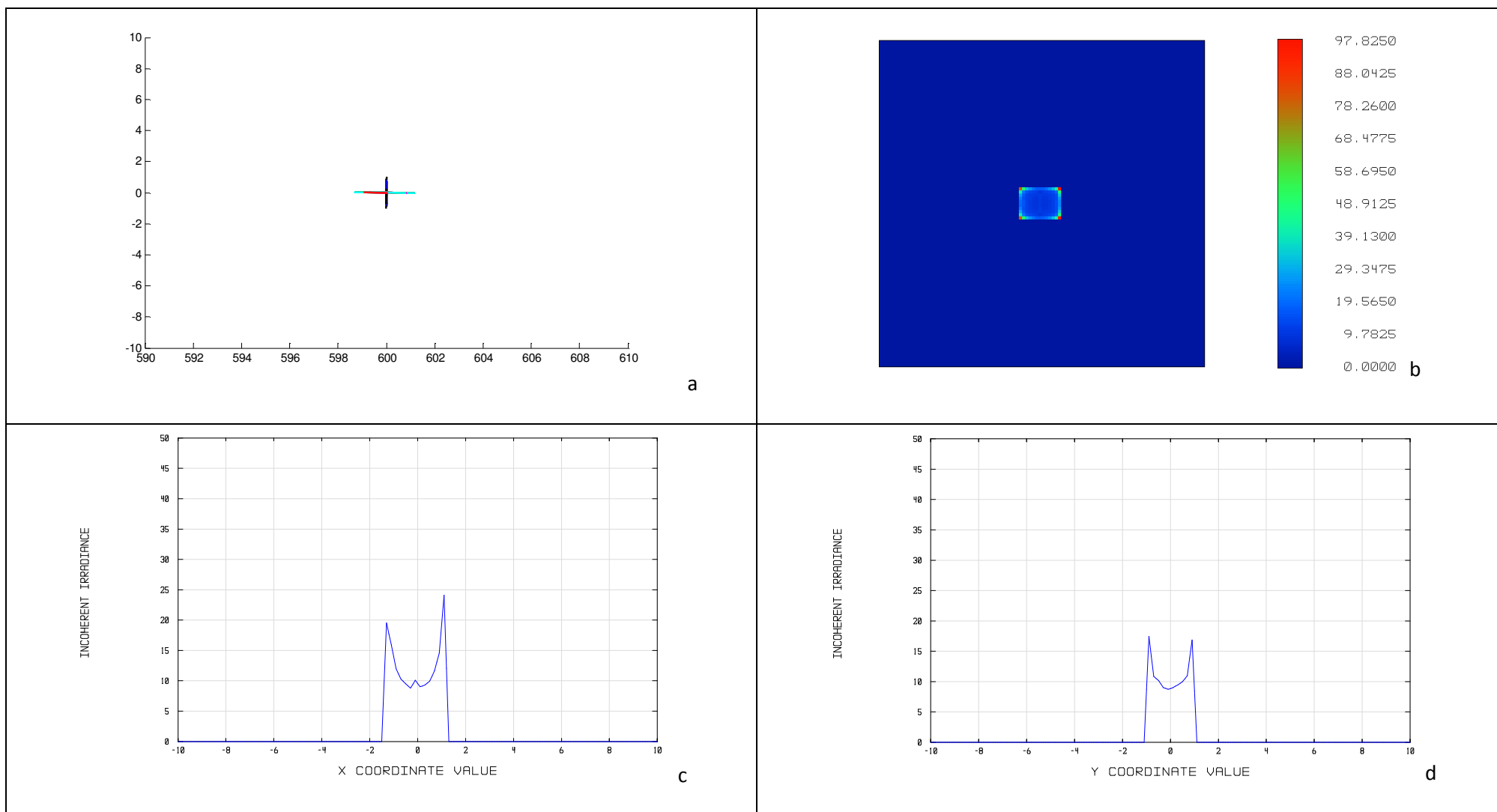


Figura A-31 Resultats de la simulació per faceta de 10x10 mm obtinguda amb funció concentradora i objectiu descentrat 10° en les condicions definides en la Taula A-7. a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global b) Irradiància (Zemax tm): mapa en fals color. c) Irradiància (Zemax tm): tall en el meridià X, mides expressades en mm. d) Irradiància (Zemax tm): tall en el meridià Y, mides expressades en mm.

Faceta 10x10 mm Funció concentradora Descentrament 20°

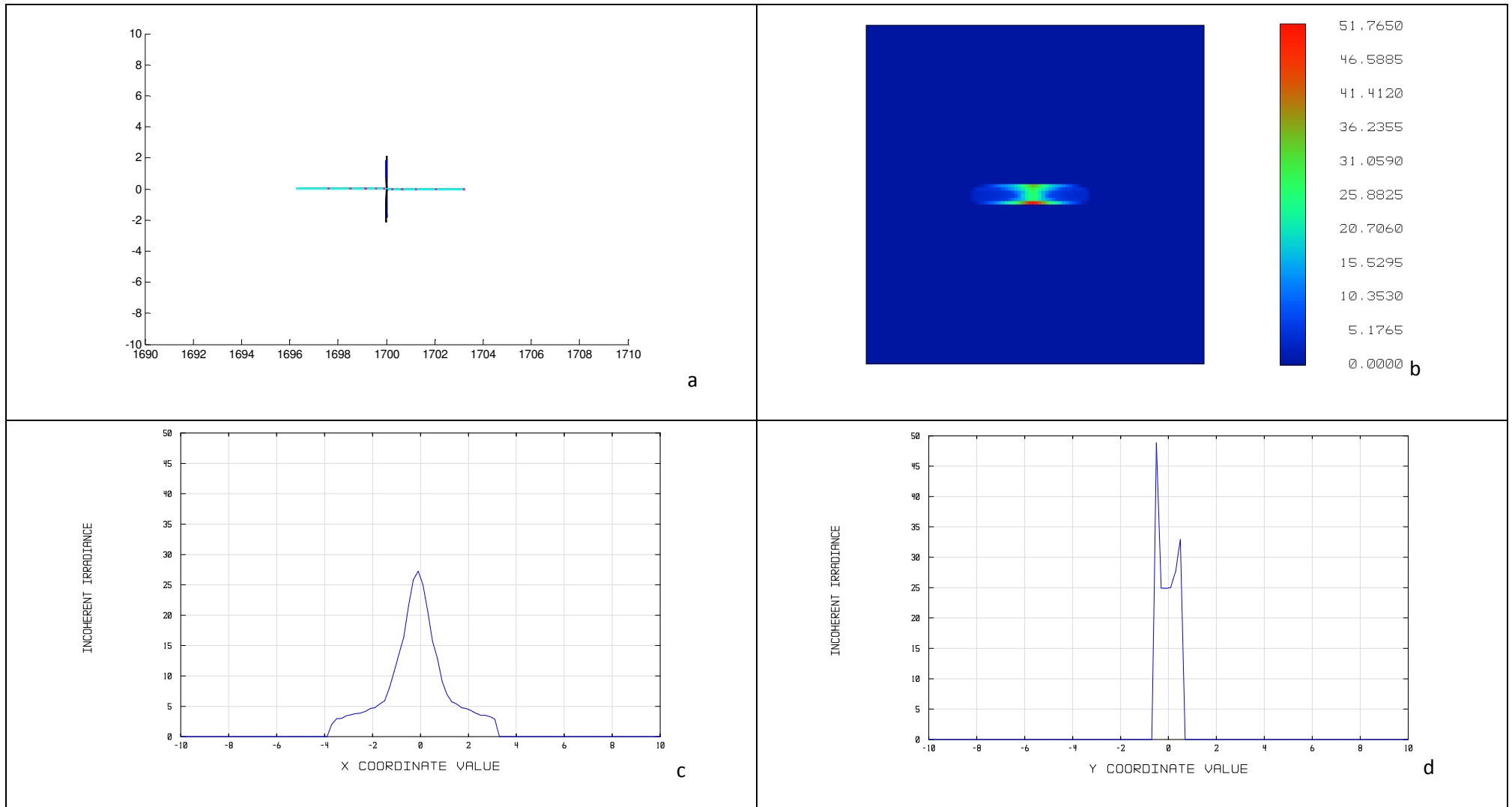


figura A-32 Resultats de la simulació per faceta de 10x10 mm obtinguda amb funció concentradora i objectiu descentrat 20° en les condicions definides en la Taula A-5. a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global b) Irradiància (Zemax™): mapa en fals color. c) Irradiància (Zemax™): tall en el meridià X, mides expressades en mm. d) Irradiància (Zemax™): tall en el meridià Y, mides expressades en mm.

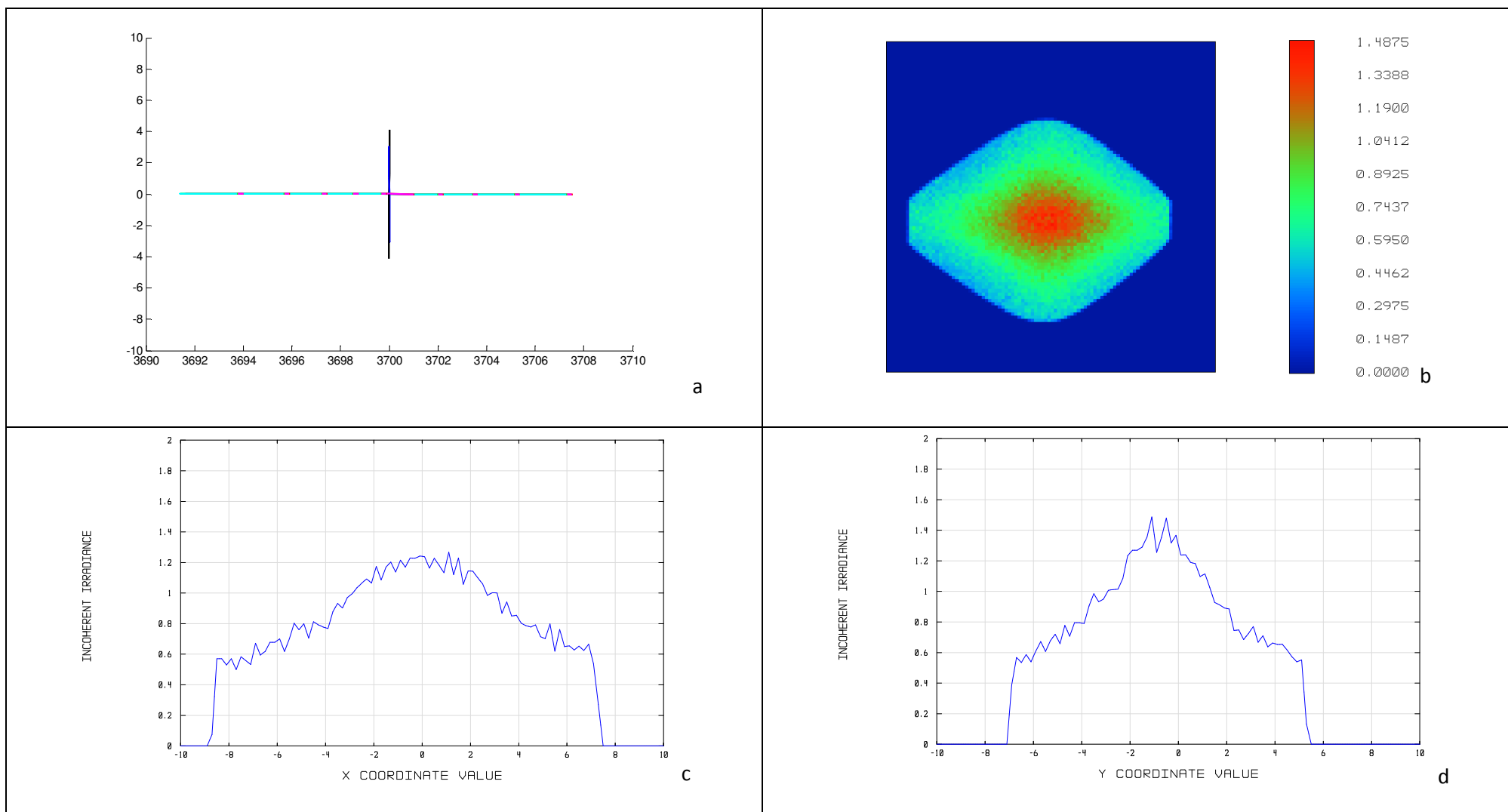


Figura A-33 Resultats de la simulació per faceta de 10x10 mm obtinguda amb funció concentradora i objectiu descentrat 40° en les condicions definides en la Taula A-7 a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global b) Irradiància (Zemaxtm): mapa en fals color. c) Irradiància (Zemaxtm): tall en el meridià X, mides expressades en mm. d) Irradiància (Zemaxtm): tall en el meridià Y, mides expressades en mm..

A.6.2 Funció expansora 20% E=100

FACCETA 10X10 mm	K	L	Mm (X) (mm)	Mm (Y) (mm)	Mz (X) (mm)	Mz (Y) (mm)	FC %	EXP %
0°	0.001	0.16	97.96	97.96	98.51	98.6	100.56	97.96
10°	0.001	0.16	98.6	99.98	101.2	102.7	102.68	98.6
20°	0.001	0.16	90	96.32	97.25	96.19	103.96	90
40°	0.001	0.09	79	94.44	77.32	64.09	82.87	79

Taula A-8 Valors obtinguts amb facetes de 10x10 mm amb diversos graus de descentrament de la parcel·la objectiu respecte la faceta (de 0°, 10°, 20° i 40°) i mida E=100 mm. K: factor de progrés. L: paràmetre de forma. Mm(X): mida, en el meridià X, de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D. Mm(Y): mida, en el meridià Y, de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D. Mz(X) mida, en el meridià X, de la taca simulada amb Zemaxtm. Mz(Y) mida, en el meridià Y, de la taca simulada amb Zemaxtm. FC factor comparatiu: relació entre la mida de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D i la mida de la taca simulada amb el programari Zemaxtm. EXP capacitat d'expansió: relació entre la mida de la taca calculada amb la faceta quan s'ha aplicat una funció concentradora respecte la mida que s'esperava (E).

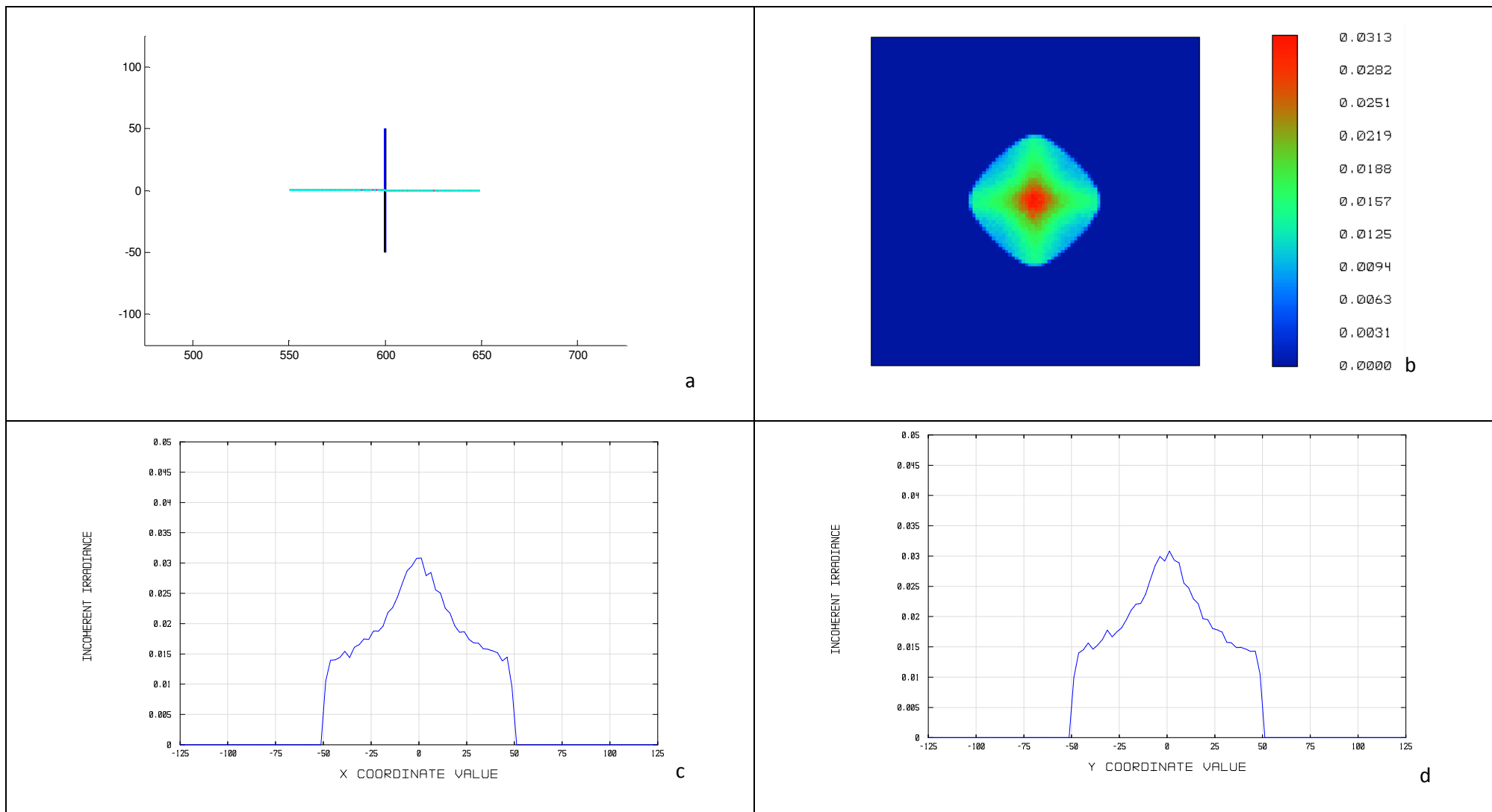


Figura A-34 Resultats de la simulació per faceta de 10x10 mm obtinguda amb funció expansora 20% amb objectiu descentrat 10° i mida E=100 mm en les condicions definides en la Taula A-8 a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global b) Irradiància (Zemax™): mapa en fals color. c) Irradiància (Zemax™): tall en el meridià X, mides expressades en mm. d) Irradiància (Zemax™): tall en el meridià Y, mides expressades en mm.

Faceta 10x10 mm Funció expansora 20% Descentrament 20°

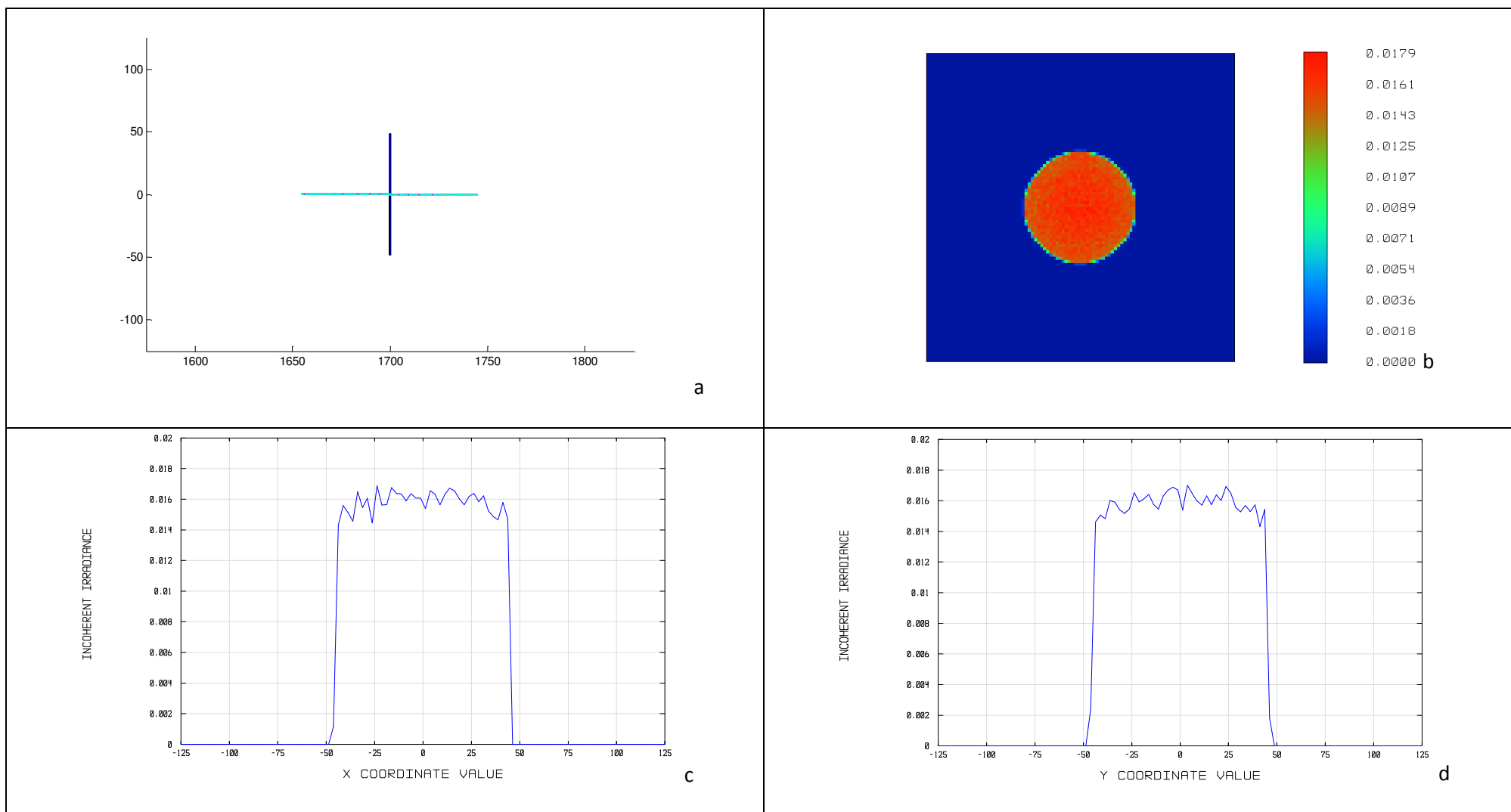


Figura A-35 Resultats de la simulació per faceta de 10x10 mm obtinguda amb funció expansora 20% amb objectiu descentrat 20° i mida E=100 mm en les condicions definides en la Taula A-8 a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global b) Irradiància (Zemax™): mapa en fals color. c) Irradiància (Zemax™): tall en el meridià X, mides expressades en mm. d) Irradiància (Zemax™): tall en el meridià Y, mides expressades en mm.

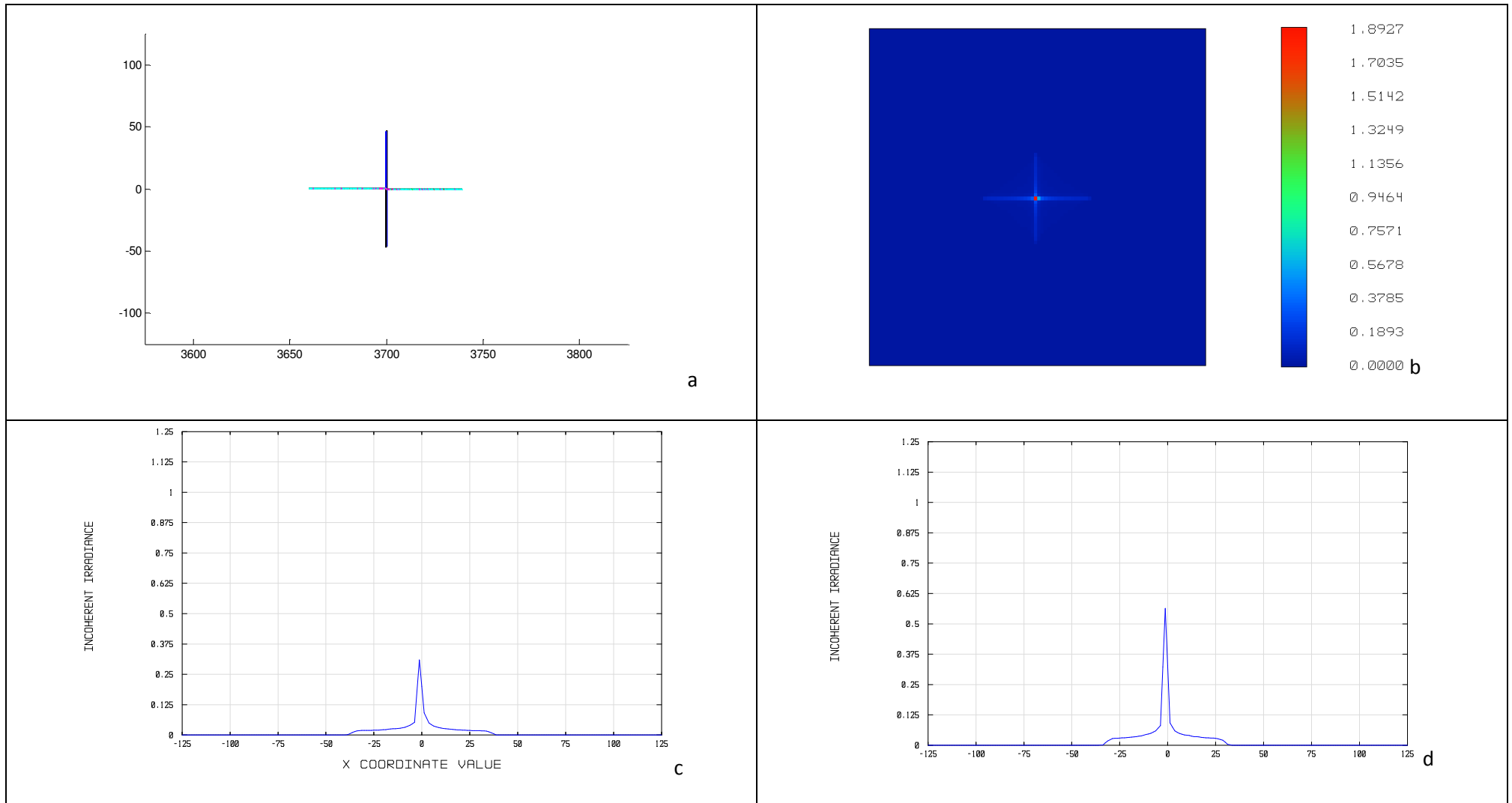


Figura A-36 Resultats de la simulació per faceta de 10x10 mm obtinguda amb funció expansora 20% amb objectiu descentrat 40° i mida E=100 mm en les condicions definides en la Taula A-8 a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global b) Irradiància (Zemax tm): mapa en fals color. c) Irradiància (Zemax tm): tall en el meridià X, mides expressades en mm. d) Irradiància (Zemax tm): tall en el meridià Y, mides expressades en mm.

A.7 Parcel·la objectiu descentrada. Mida faceta 20x20 mm**A.7.1 Funció concentradora**

FACETA 20X20 mm	K-	L	Mm (X) (mm)	Mm (Y) (mm)	Mz (X) (mm)	Mz (Y) (mm)	FC %	CONC %
0°	0.001-	0.16	12.4	12.4	12.6	12.6	101.61	98.78
10°	0.001-	0.16	3.16	3.81	3.1	3.52	95.24	99.69
20°	0.001-	0.16	3	4.51	2.24	0.91	74.67	99.71
40°	0.001-	0.2	5	4.7	4.7	32.43	94.00	99.51

Taula A-9 Valors obtinguts amb facetes de 20x 20 mm amb diversos graus de descentrament de la parcel·la objectiu respecte la faceta (de 0°, 10°, 20° i 40°). K: factor de progrés. L: paràmetre de forma. Mm(X): mida, en el meridià X , de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D. Mm(Y): mida, en el meridià Y , de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D. Mz(X) mida , en el meridià X, de la taca simulada amb Zemaxtm. Mz(Y) mida , en el meridià Y, de la taca simulada amb Zemaxtm. FC factor comparatiu : relació entre la mida de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D i la mida de la taca simulada amb el programari Zemaxtm. CONC capacitat de concentració : relació entre la mida de la taca de referència calculada amb mirall pla i la mida de la taca calculada amb la faceta quan s'ha aplicat la funció concentradora.

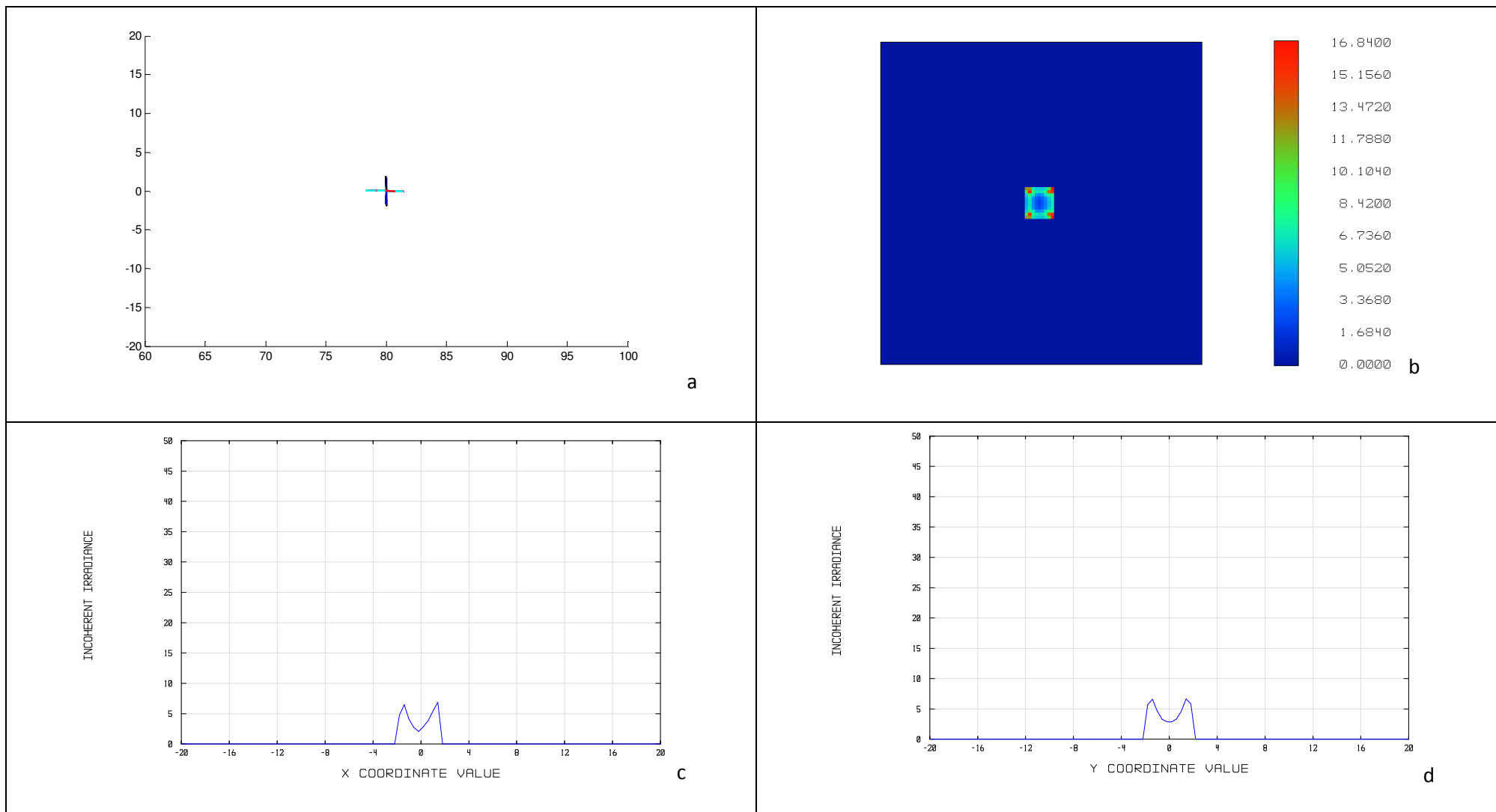


Figura A-37 Resultats de la simulació per faceta de 20x20 mm obtinguda amb funció concentradora i objectiu descentrat 10° en les condicions definides en la Taula A-9. a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global b) Irradiància (Zemax[™]): mapa en fals color. c) Irradiància (Zemax[™]): tall en el meridià X, mides expressades en mm. d) Irradiància (Zemax[™]): tall en el meridià Y, mides expressades en mm..

Annex A.- Gràfiques resultants de les simulacions amb font puntual
Faceta 20x20 mm Funció concentradora Descentrament 20°

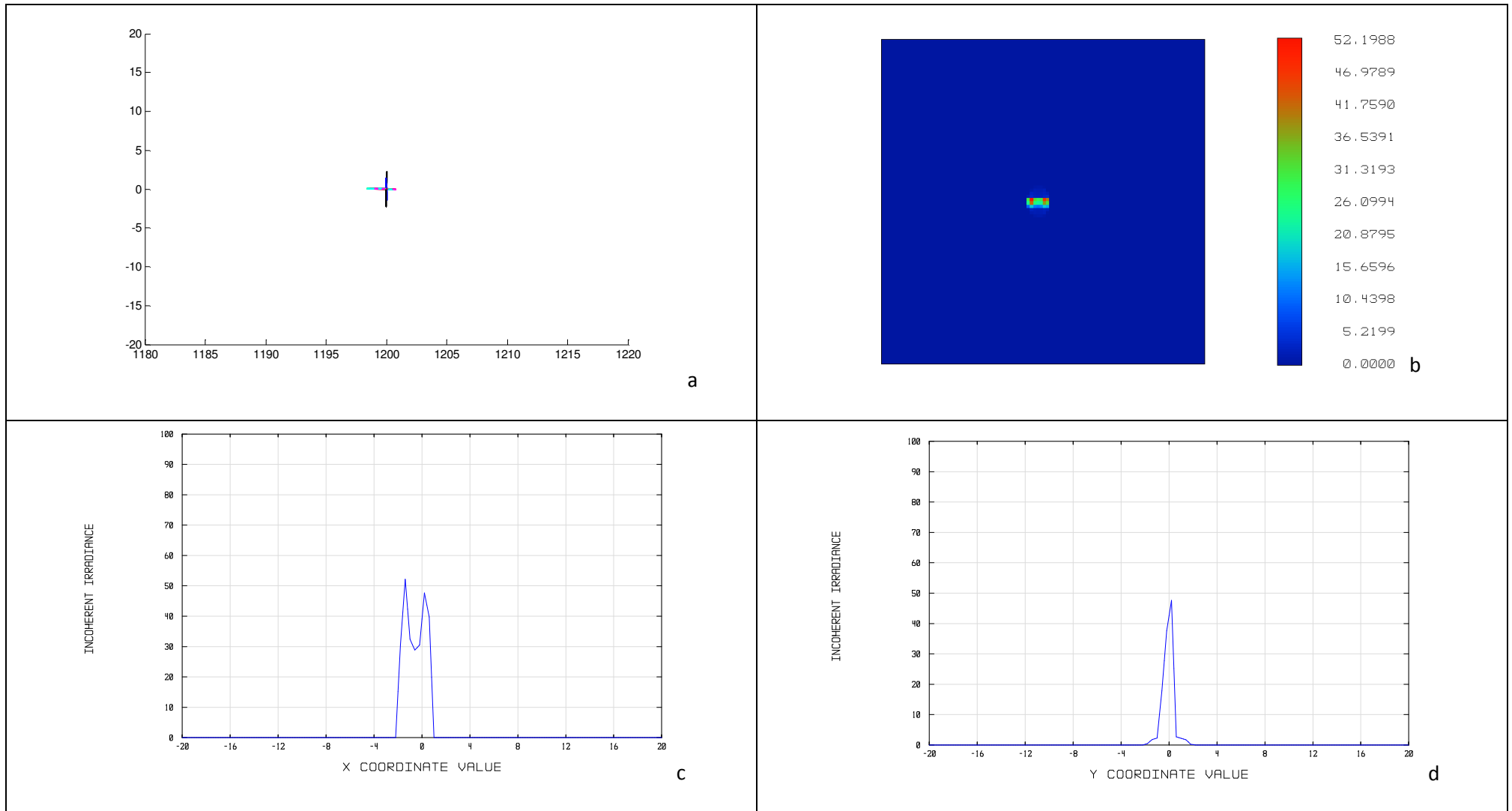


Figura A-38 Resultats de la simulació per faceta de 20x20 mm obtinguda amb funció concentradora i objectiu descentrat 20°en les condicions definides en la Taula A-9. a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D , en mm sobre objectiu global b) Irradiància (Zemax tm): mapa en fals color. c) Irradiància (Zemax tm): tall en el meridià X, mides expressades en mm. d) Irradiància (Zemax tm): tall en el meridià Y, mides expressades en mm.

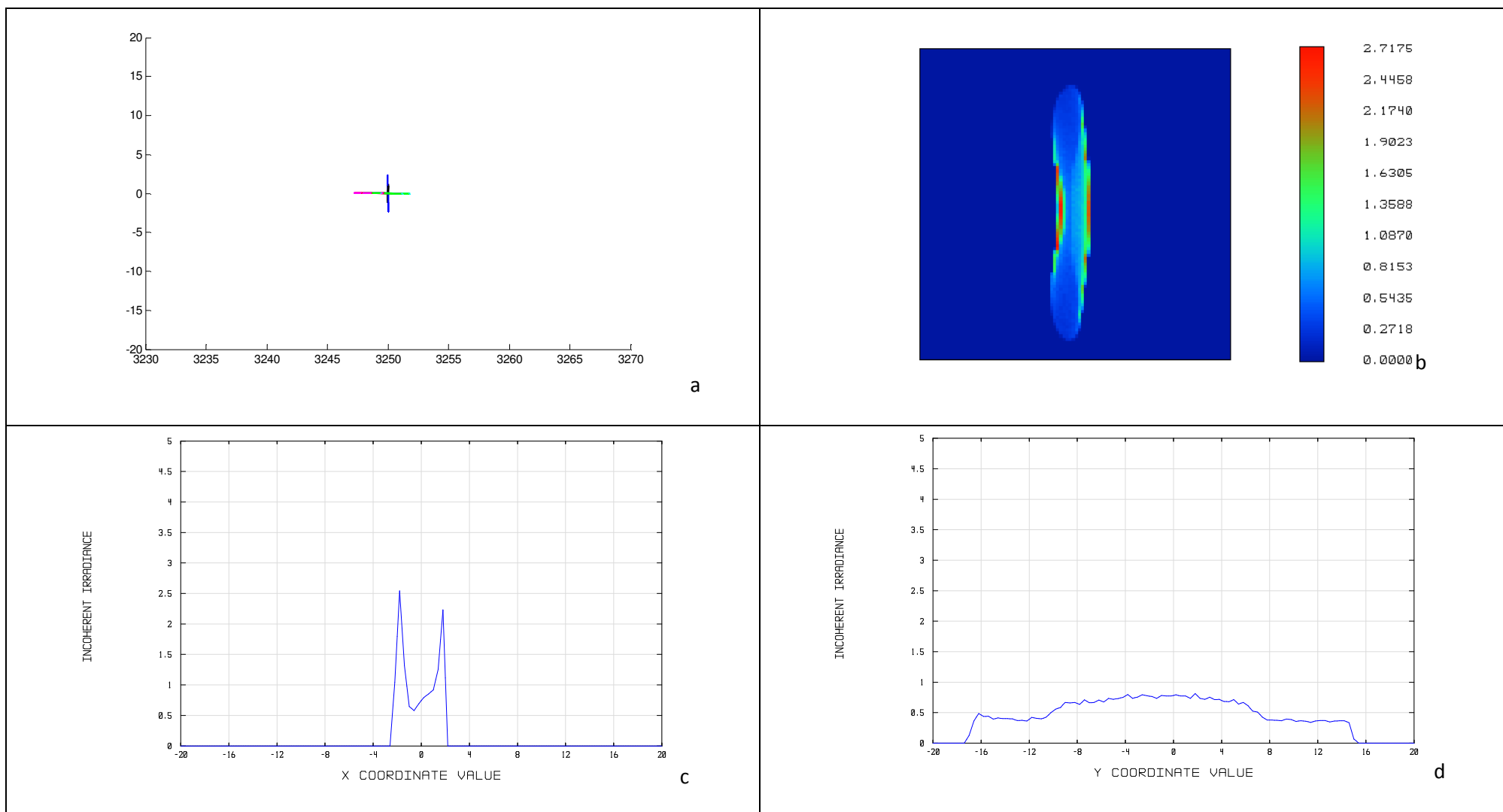


Figura A-39 Resultats de la simulació per faceta de 20x20 mm obtinguda amb funció concentradora i objectiu descentrat 40° en les condicions definides en la Taula A-9 a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global b) Irradiància (Zemax[™]): mapa en fals color. c) Irradiància (Zemax[™]): tall en el meridià X, mides expressades en mm. d) Irradiància (Zemax[™]): tall en el meridià Y, mides expressades en mm.

A.7.2 Funció expansora 20% E=200

FACCETA 10X10 mm	K	L	Mm (X) (mm)	Mm (Y) (mm)	Mz (X) (mm)	Mz (Y) (mm)	FC %	EXP %
Descentrament	K	L	Mm (X)	Mm (Y)	Mz (X)	Mz (Y)	FC	EXPC
0°	0.001	0.16	195.2	195.7	196.7	196.6	100.61	96.16
10°	0.001	0.2	159.74	160	199.5	199.3	124.73	79.87
20°	0.001	0.2	189	195.5	196.69	186.13	99.64	94.5
40°	0.001	0.2	192	196.66	196.71	152	89.97	96

Taula A-10 Valors obtinguts amb facetes de 20x20 mm amb diversos graus de descentrament de la parcel·la objectiu respecte la faceta (de 0°, 10°, 20° i 40°) i mida E=200 mm. K: factor de progrés. L: paràmetre de forma. Mm(X): mida, en el meridià X, de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D. Mm(Y): mida, en el meridià Y, de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D. Mz(X) mida, en el meridià X, de la taca simulada amb Zemaxtm. Mz(Y) mida, en el meridià Y, de la taca simulada amb Zemaxtm. FC factor comparatiu: relació entre la mida de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D i la mida de la taca simulada amb el programari Zemaxtm. EXP capacitat d'expansió: relació entre la mida de la taca calculada amb la faceta quan s'ha aplicat una funció concentradora respecte la mida que s'esperava (E).

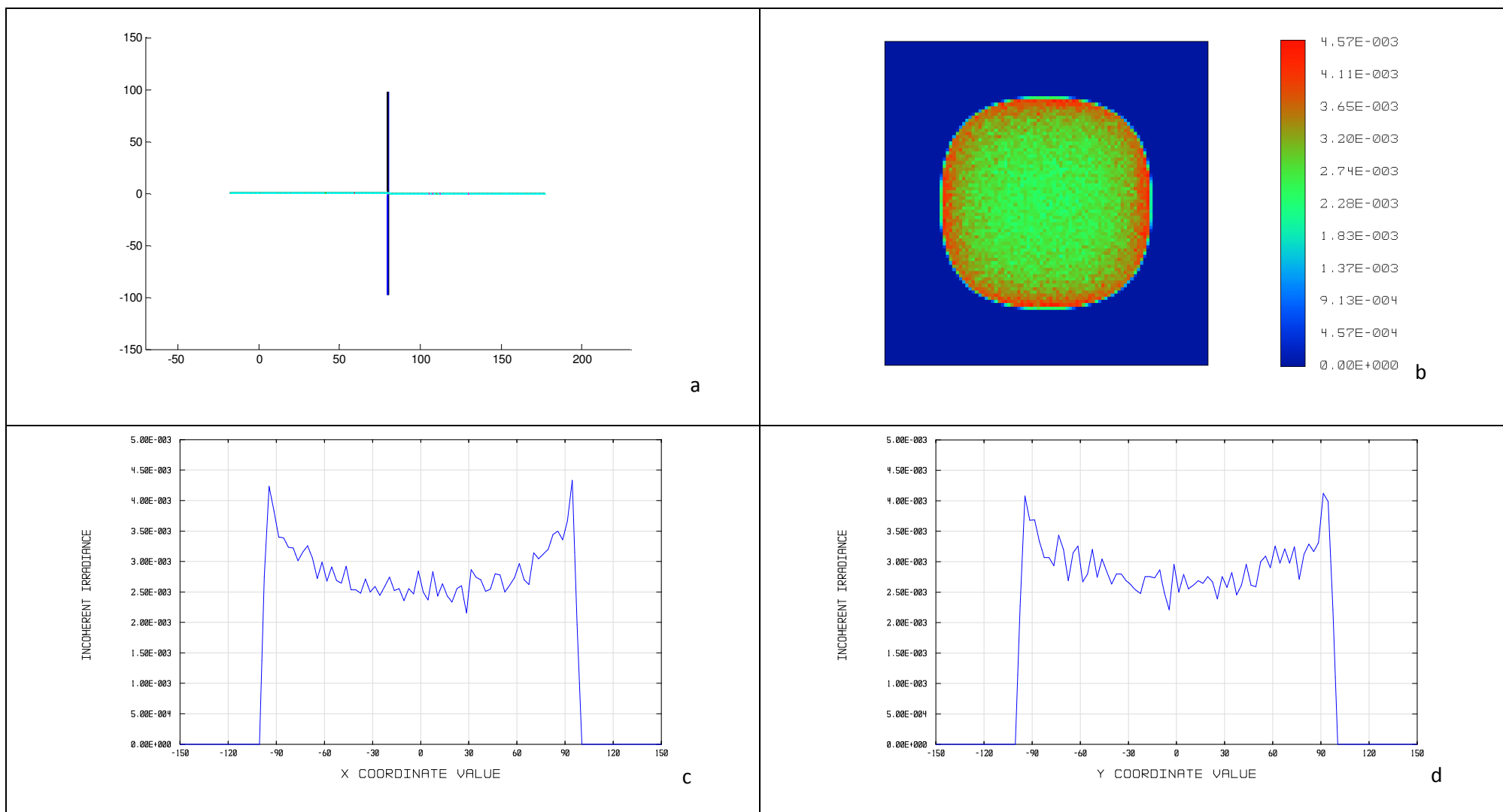


Figura A-40 Resultats de la simulació per faceta de 20x20 mm obtinguda amb funció expansora 20% amb objectiu descentrat 10° i mida E=200 mm en les condicions definides en la Taula A-10. a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global b) Irradiància (Zemax™): mapa en fals color. c) Irradiància (Zemax™): tall en el meridià X, mides expressades en mm. d) Irradiància (Zemax™): tall en el meridià Y, mides expressades en mm.

Faceta 20x20 mm Funció expansora 20% Descentrament 20°

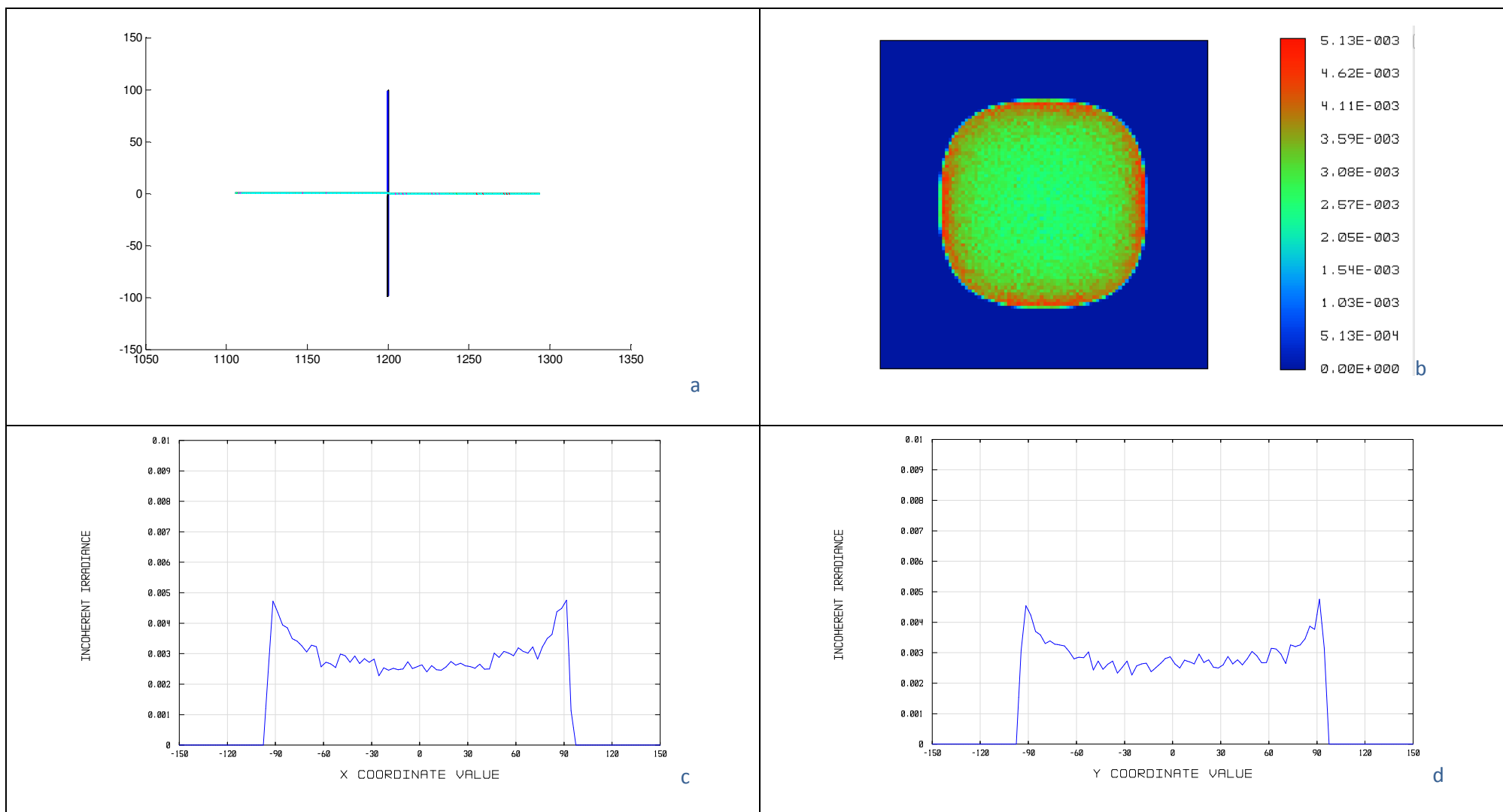


Figura A-41 Resultats de la simulació per faceta de 20x20 mm obtinguda amb funció expansora 20% amb objectiu descentrat 20° i mida E=200 mm en les condicions definides en la Taula A-10. a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global b) Irradiància (Zemax™): mapa en fals color. c) Irradiància (Zemax™): tall en el meridià X, mides expressades en mm. d) Irradiància (Zemax™): tall en el meridià Y, mides expressades en mm..

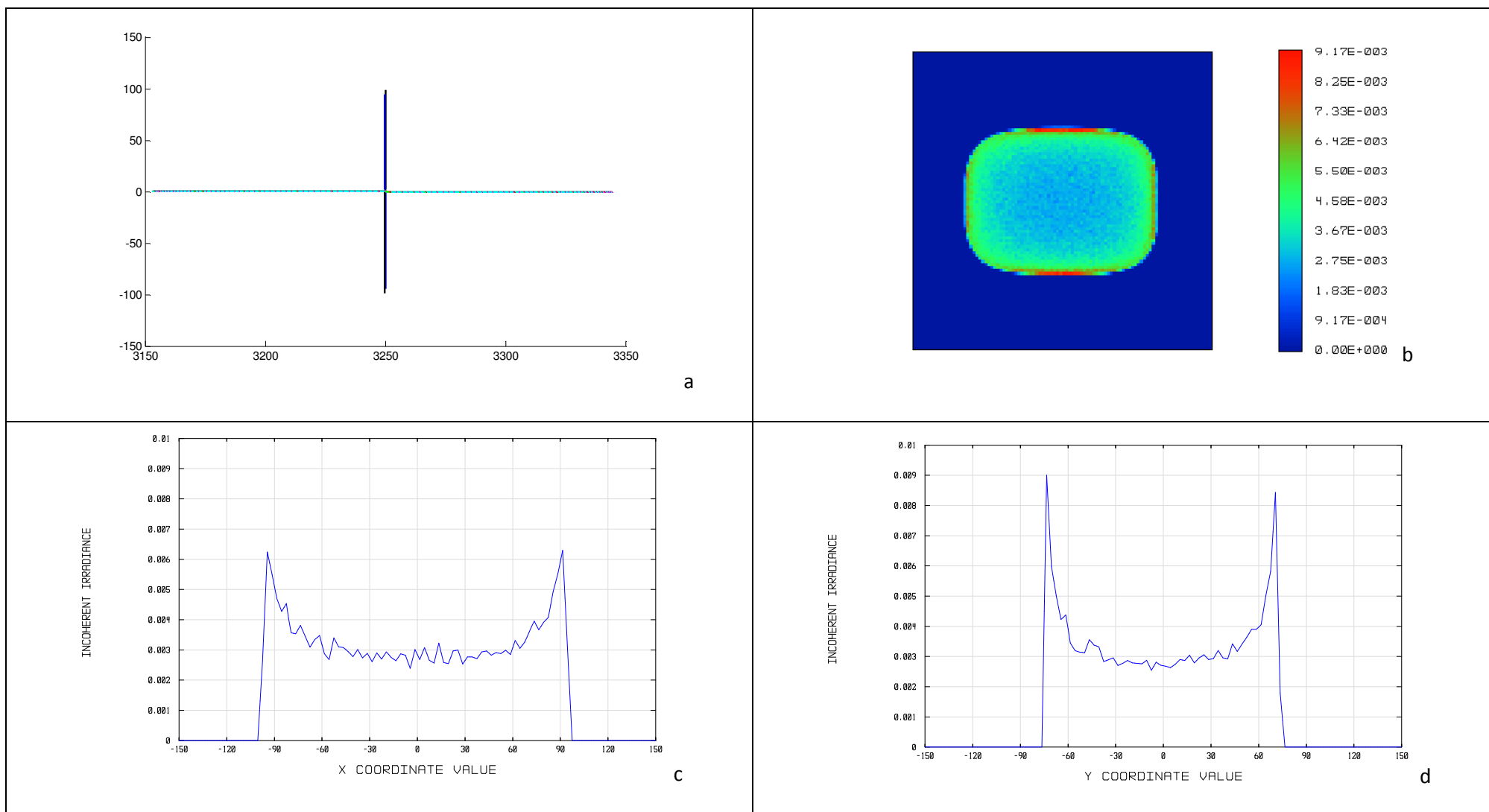


Figura A-42 Resultats de la simulació per faceta de 20x20 mm obtinguda amb funció expansora 20% amb objectiu descentrat 40° i mida E=200 mm en les condicions definides en la Taula A-10. a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global b) Irradiància (Zemaxtm): mapa en fals color. c) Irradiància (Zemaxtm): tall en el meridià X, mides expressades en mm. d) Irradiància (Zemaxtm): tall en el meridià Y, mides expressades en mm.

A.8 Parcel·la objectiu descentrada. Mida faceta 40x40 mm**A.8.1 Funció concentradora**

FACETA 40X40 mm	K-	L	Mm (X) (mm)	Mm (Y) (mm)	Mz (X) (mm)	Mz (Y) (mm)	FC %	CONC %
0°	0.001	0.16	17.1	17.1	17.8	17.8	104.09	99.16
10°	0.001	0.16						
20°	0.001	0.16	21.8	14.54	23.8	18.9	119.58	98.97
40°	0.001	0.2	13	13.8	11	40	84.62	99.16

Taula A-11 Valors obtinguts amb facetes de 40x40 mm amb diversos graus de descentrament de la parcel·la objectiu respecte la faceta (de 0°, 10°, 20° i 40°). K: factor de progrés. L: paràmetre de forma. Mm(X): mida, en el meridià X , de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D. Mm(Y): mida, en el meridià Y , de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D. Mz(X) mida , en el meridià X, de la taca simulada amb Zemaxtm. Mz(Y) mida , en el meridià Y, de la taca simulada amb Zemaxtm. FC factor comparatiu : relació entre la mida de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D i la mida de la taca simulada amb el programari Zemaxtm. CONC capacitat de concentració : relació entre la mida de la taca de referència calculada amb mirall pla i la mida de la taca calculada amb la faceta quan s'ha aplicat la funció concentradora.

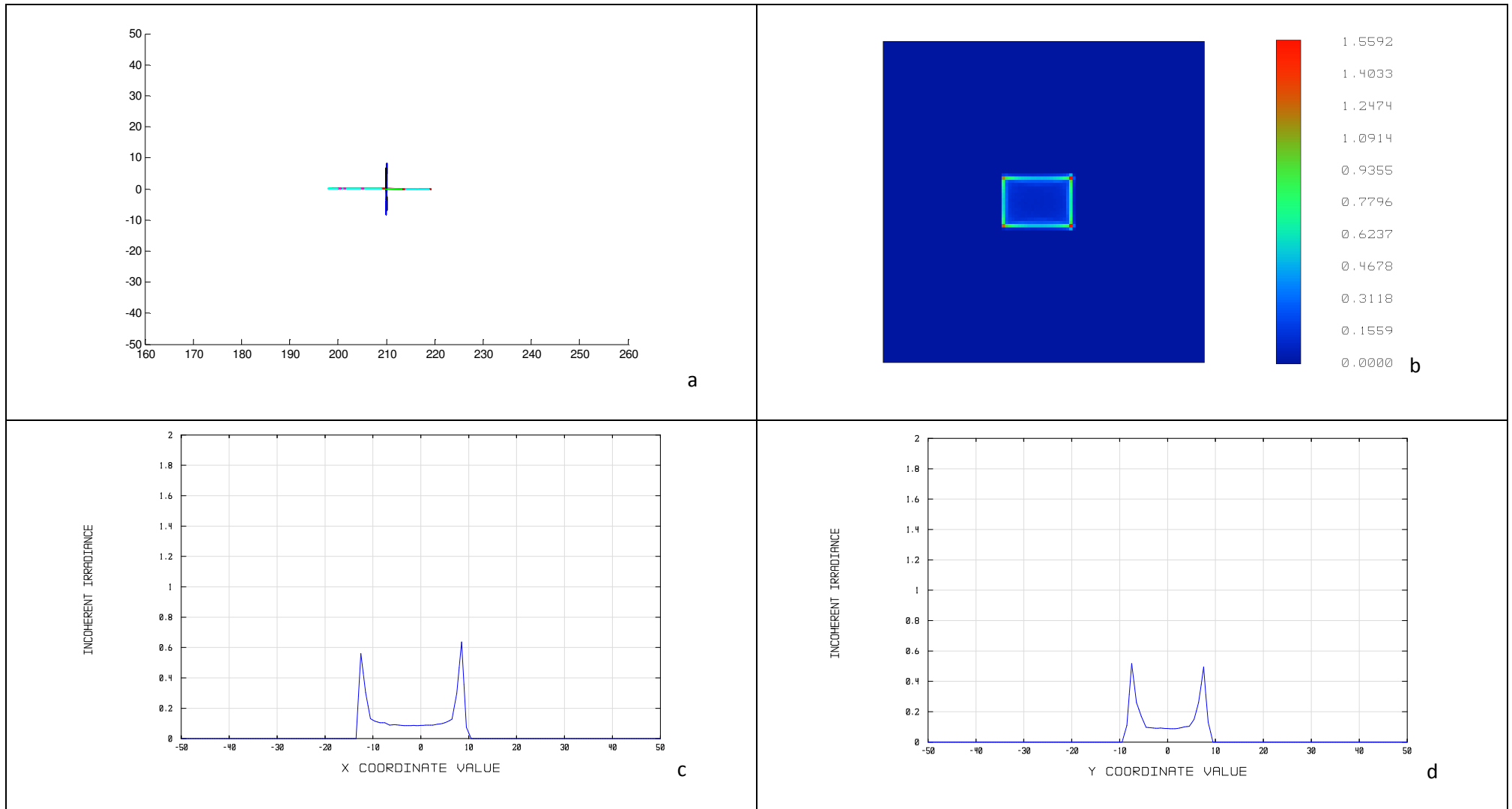


Figura A-43 Resultats de la simulació per faceta de 40x40 mm obtinguda amb funció concentradora i objectiu descentrat 10° en les condicions defini a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global b) Irradiància (Zemax tm): mapa en fals color. c) Irradiància (Zemax tm): tall en el meridià X, mides expressades en mm. d) Irradiància (Zemax tm): tall en el meridià Y, mides expressades en mm.

Faceta 40x40 mm Funció concentradora Descentrament 20°

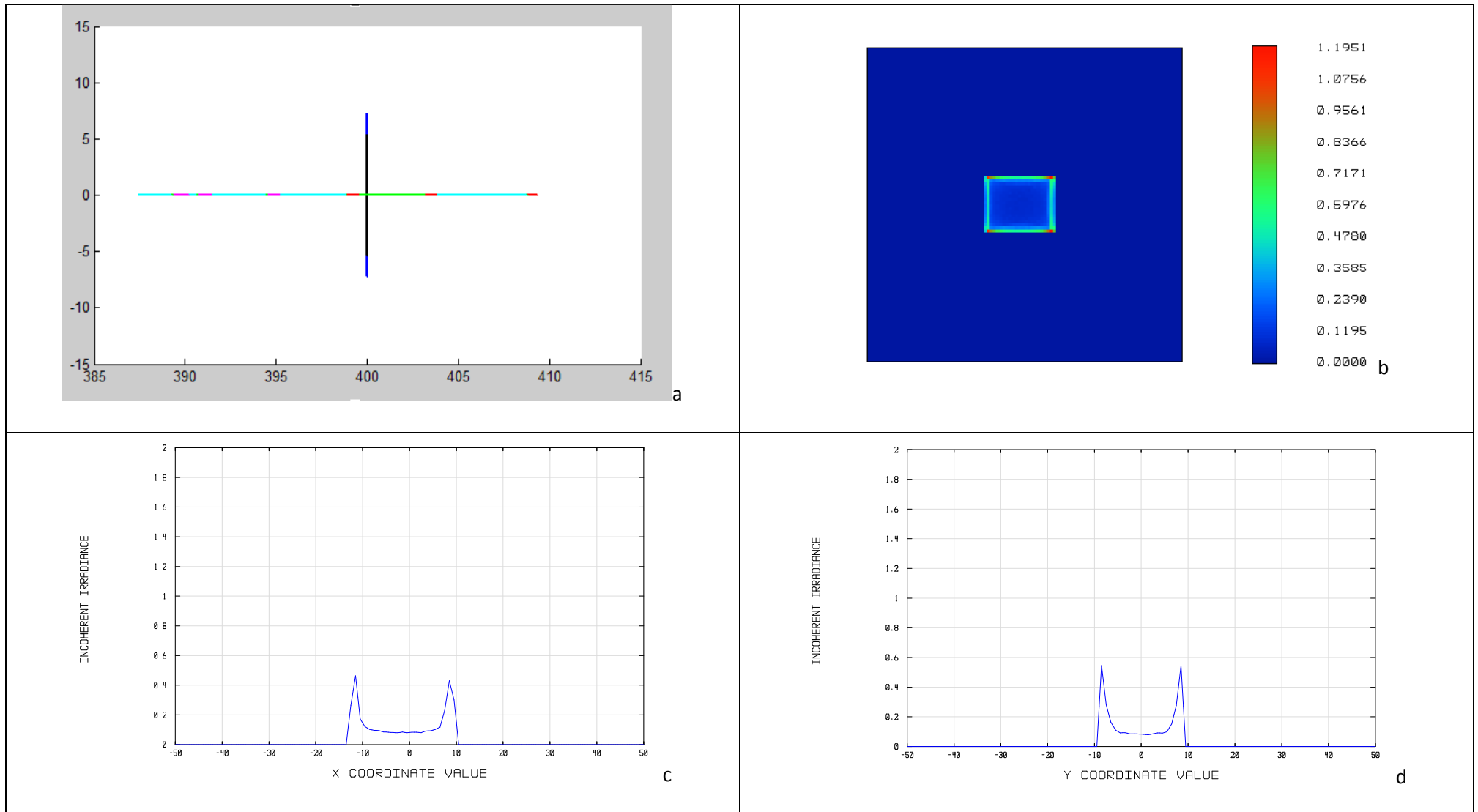


Figura A-44 Resultats de la simulació per faceta de 40x40 mm obtinguda amb funció concentradora i objectiu descentrat 20° en les condicions definides en la Taula A-11 a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global b) Irradiància (Zemaxtm): mapa en fals color. c) Irradiància (Zemaxtm): tall en el meridià X, mides expressades en mm. d) Irradiància (Zemaxtm): tall en el meridià Y, mides expressades en mm..

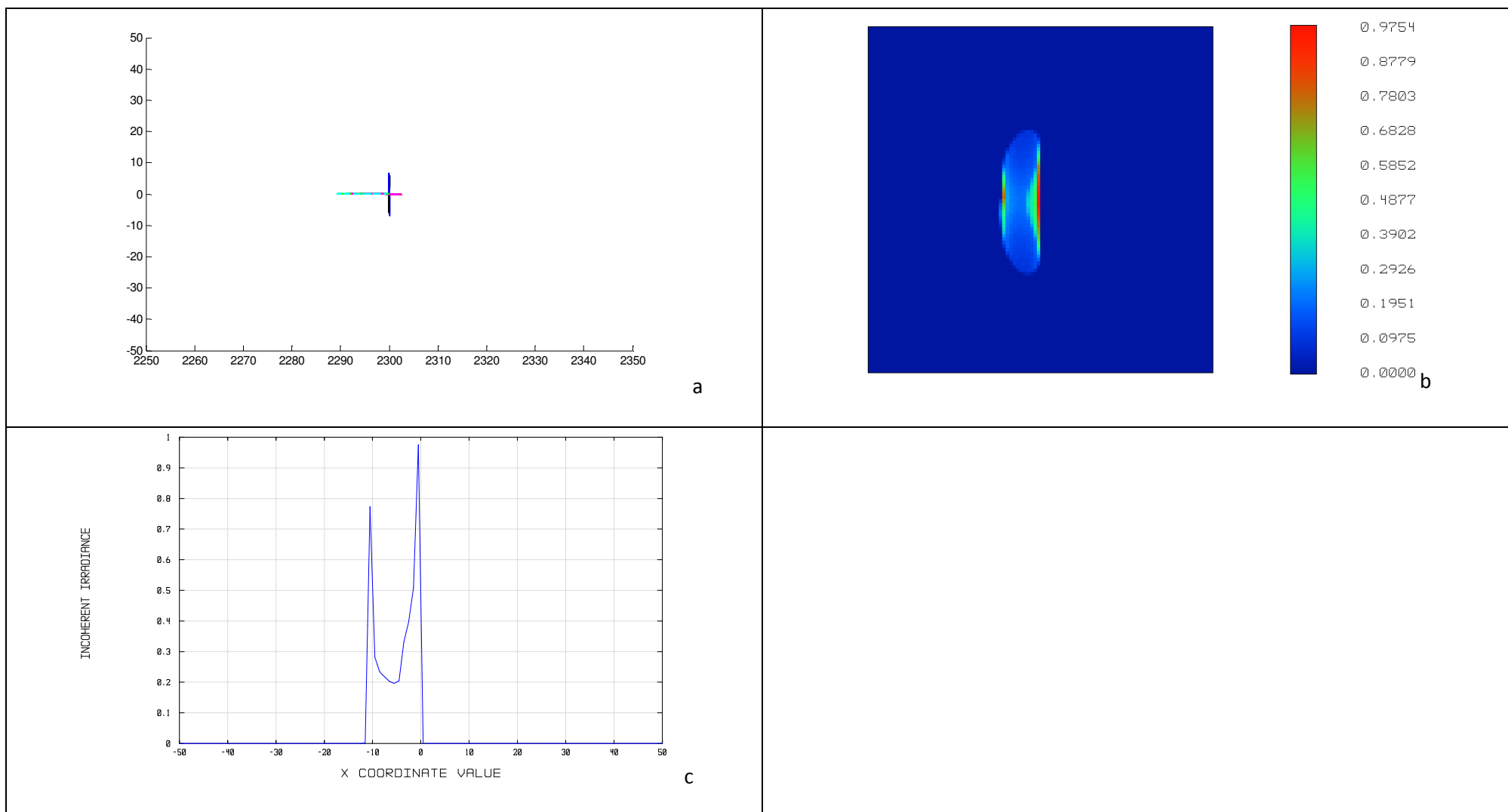


Figura A-45 Resultats de la simulació per faceta de 40x40 mm obtinguda amb funció concentradora i objectiu descentrat 40° en les condicions definides en la Taula A-11 a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global b) Irradiància (Zemaxtm): mapa en fals color. c) Irradiància (Zemaxtm): tall en el meridià X, mides expressades en mm. d) Irradiància (Zemaxtm): tall en el meridià Y, mides expressades en mm..

A.8.2 Funció expansora 20% E=400

FACETA 40X40 mm	K	L	Mm (X) (mm)	Mm (Y) (mm)	Mz (X) (mm)	Mz (Y) (mm)	FC %	EXP %
0°	0.001-	0.16	396.59	396.59	394.9	394.9	99.57	97.44
10°	0.001-	0.2						
20°	0.001-	0.2	397.1	387.6	391	392	99.80	99.27
40°	0.001-	0.2	392	394.1	406	336	94.41	98

Taula A-12 Valors obtinguts amb facetes de 40x40 mm amb diversos graus de descentrament de la parcel·la objectiu respecte la faceta (de 0°, 10°, 20° i 40°) i mida E=100 mm. K: factor de progrés. L: paràmetre de forma. Mm(X): mida, en el meridià X, de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D. Mm(Y): mida, en el meridià Y, de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D. Mz(X) mida, en el meridià X, de la taca simulada amb Zemaxtm. Mz(Y) mida, en el meridià Y, de la taca simulada amb Zemaxtm. FC factor comparatiu: relació entre la mida de la taca calculada aplicant l'estratègia 2D i la mida de la taca simulada amb el programari Zemaxtm. EXP capacitat d'expansió: relació entre la mida de la taca calculada amb la faceta quan s'ha aplicat una funció concentradora respecte la mida que s'esperava (E).

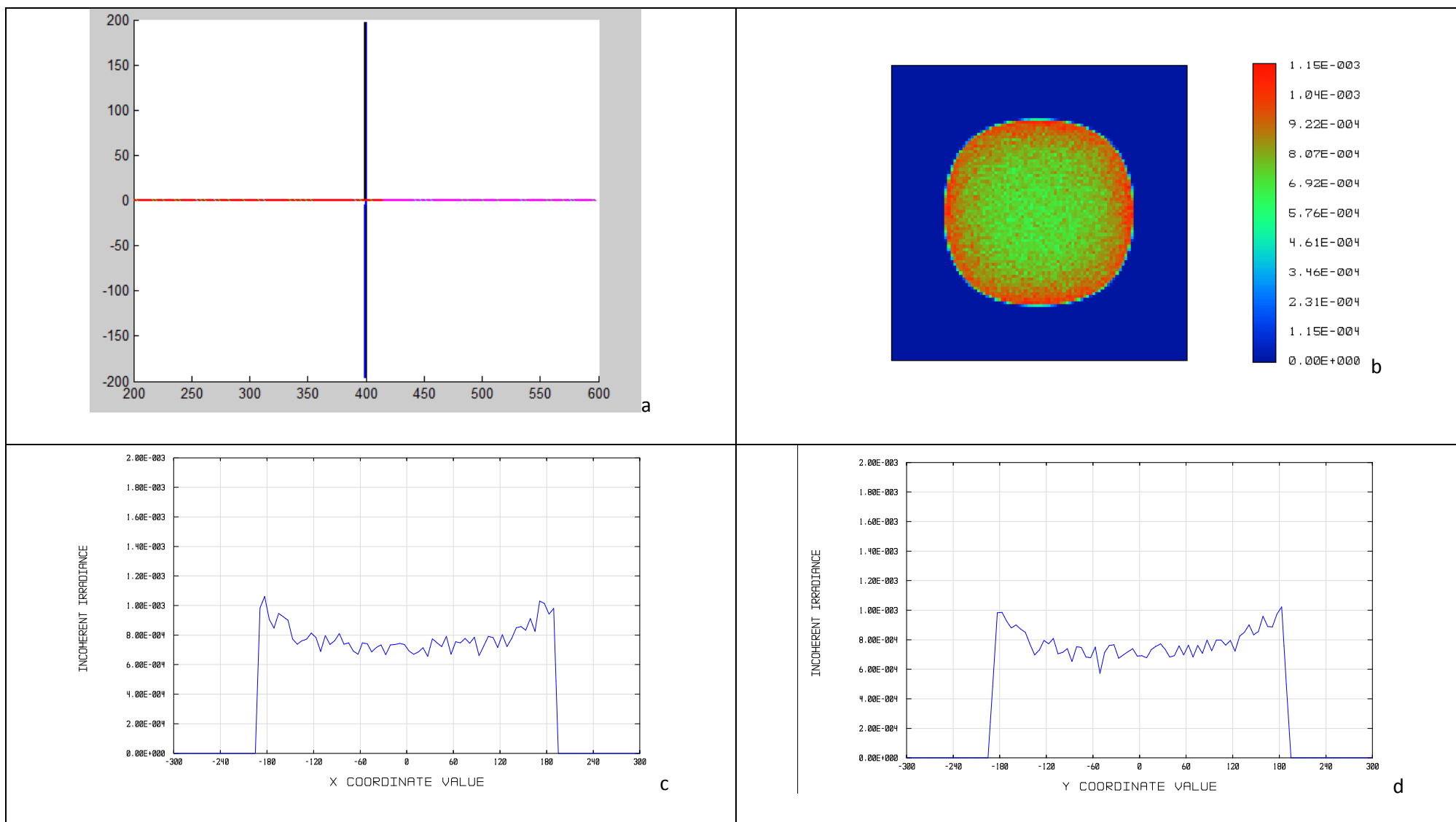


Figura A-46 Resultats de la simulació per faceta de 40x40 mm obtinguda amb funció expansora 20% amb objectiu descentrat 20° i mida E=400 mm en les condicions definides en la Taula A-12 a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global b) Irradiància (Zemax™): mapa en fals color. c) Irradiància (Zemax™): tall en el meridià X, mides expressades en mm. d) Irradiància (Zemax™): tall en el meridià Y, mides expressades en mm.

Faceta 40x40 mm Funció expansora 20% Descentrament 40°

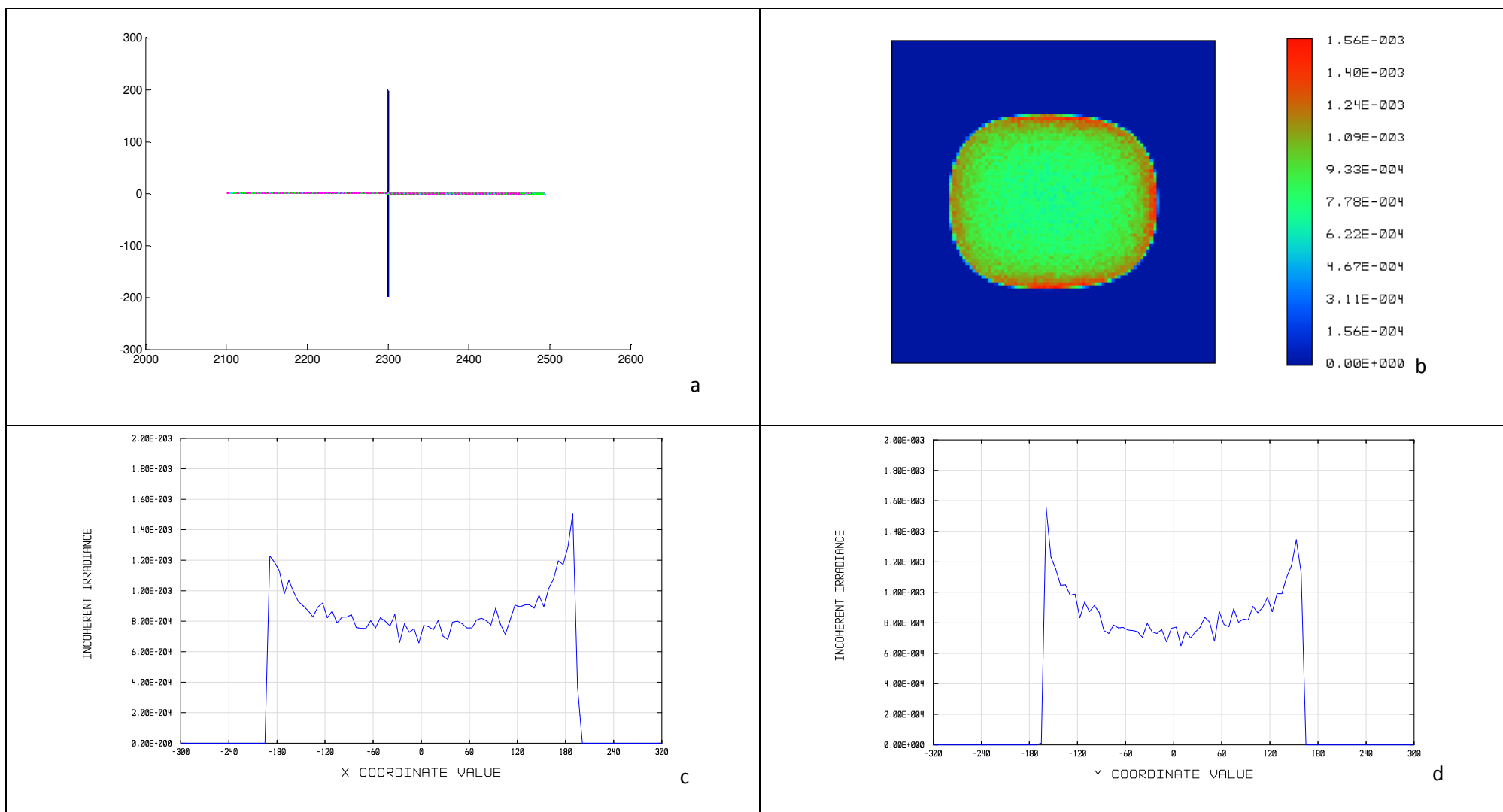


Figura A-47 Resultats de la simulació per faceta de 40x40 mm obtinguda amb funció expansora 20% amb objectiu descentrat 40° i mida E=400 mm en les condicions definides en la Taula A-12 a) Simulació de la taca aplicant l'estratègia 2D, en mm sobre objectiu global b) Irradiància (Zemax™): mapa en fals color. c) Irradiància (Zemax™): tall en el meridià X, mides expressades en mm. d) Irradiància (Zemax™): tall en el meridià Y, mides expressades en mm

B. Gràfiques resultants de les simulacions amb font extensa.

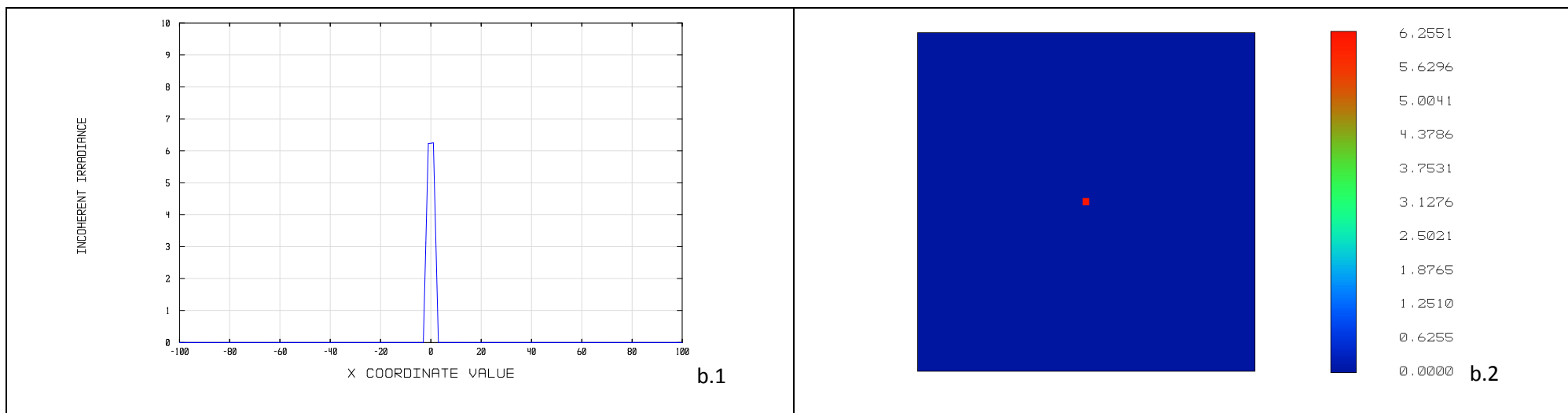
En aquest annex s'hi han agrupat totes les gràfiques i imatges que han resultat de les simulacions que han servit per validar el mètode amb font extensa i amb conjunts de facetes. És sobre aquestes gràfiques sobre les que s'han pres les mides de les taques formades en el pla objectiu i que han servit per fer les gràfiques comparatives del capítol 5 . S'han agrupat a l'annex per tal de no interrompre el discurs de raonaments al llarg del present treball

B.1 Parcel·la objectiu centrada. Funció concentradora.

B.1.1 Mida de la faceta: 5x5 mm.

Faceta 5x5 mm . Parcel·la objectiu centrada. Funció concentradora. K=0.001 L=0.16			
a) Mm (XxY) (mm)	b) Mz (XxY) (mm)	c) Font 1X1 (mm)	d) Font 2x2 (mm)
1.12x1.12	1.18x1.16	52.36	86.8

Taula B-1: a) Mida de la taca calculada en els meridians X i Y. b) Mida de la taca simulada en els meridians X i Y amb Zemaxtm utilitzant font puntual i obertura 0.8°. b) Mida de la taca simulada amb Zemaxtm en el meridià X utilitzant font extensa de 1x1 mm i obertura 0.4°. d) mida de la taca simulada amb Zemaxtm en el meridià X utilitzant font extensa de 2x2 mm i obertura 0.02°



Annex B.- Gràfiques resultants de les simulacions amb font extensa

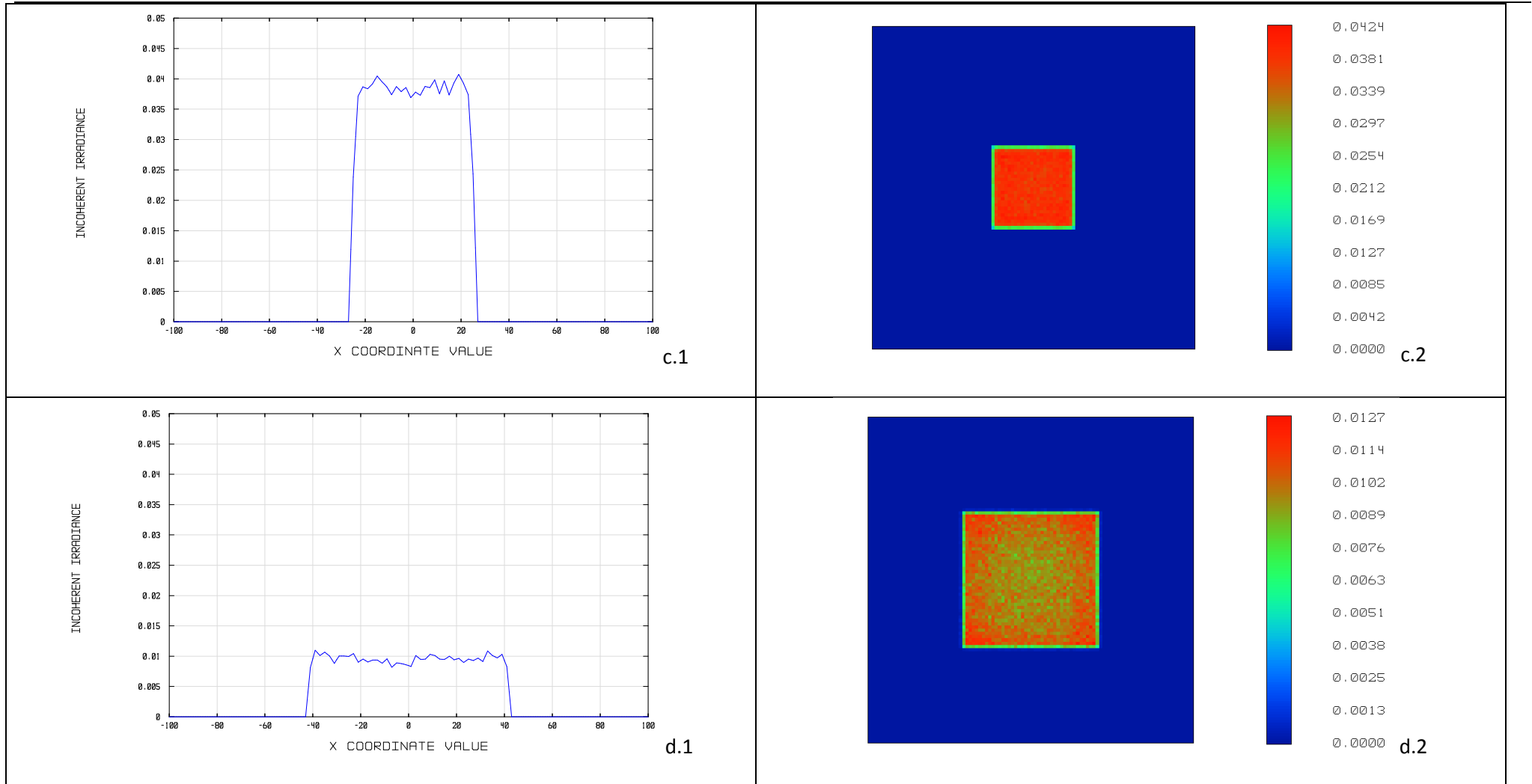
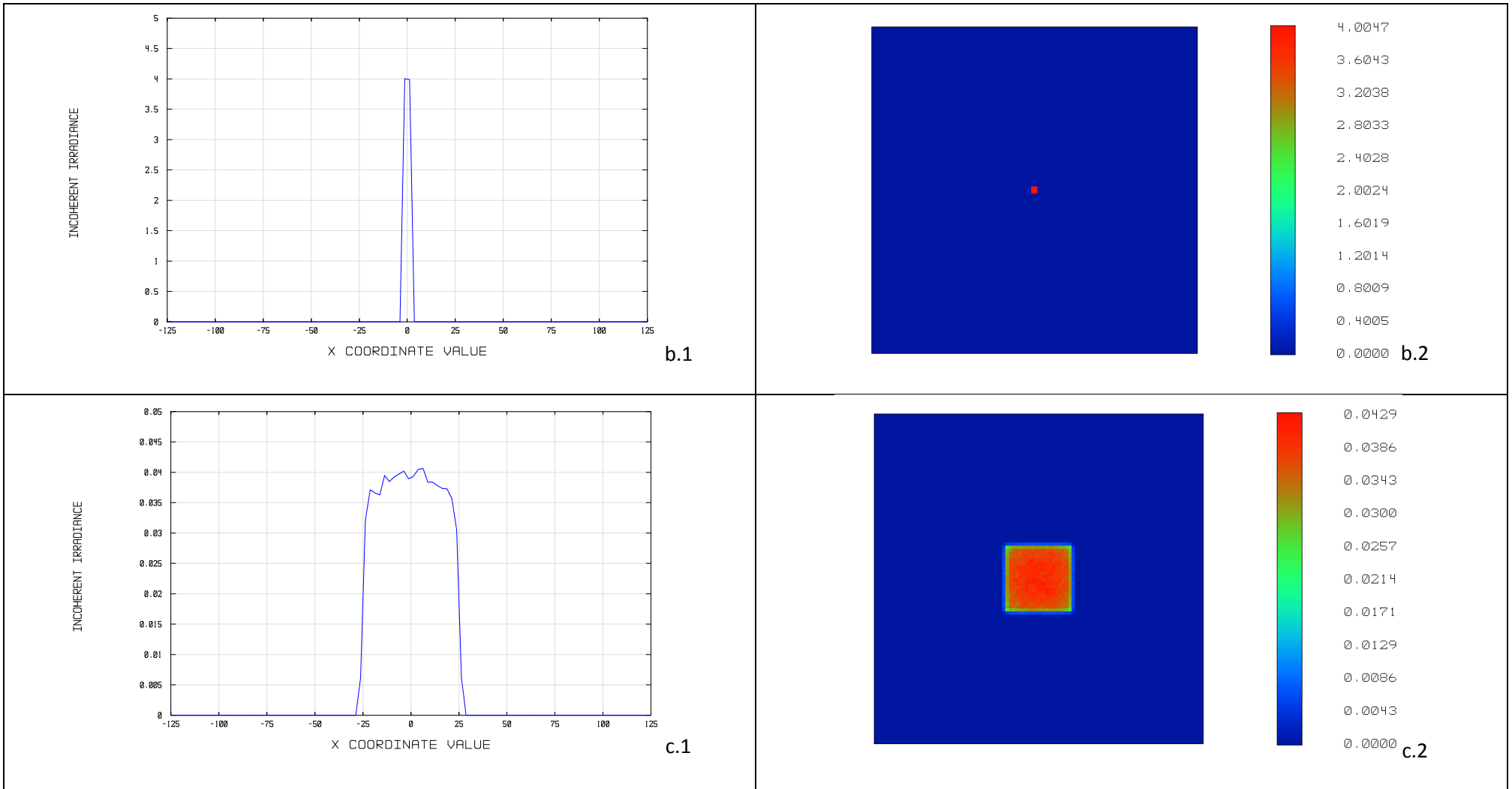


Figura B-1 Resultats de la simulació Zemax en les condicions definides en la Taula B-1. b.1, c.1, d.1) Irradiància: tall en el meridià X, mides expressades en mm. b.2, c.2, d.2) Irradiància : mapa en fals color.

B.1.2 Mida de la faceta: 10x10 mm.

Faceta 10x10 mm Parcel·la objectiu Centrada. Funcio concentradora. K=0.001 L=0.16				
a) Mm (XxY) (mm)	b) Mz (XxY) (mm)	c) Font 1X1 (mm)	d) Font 2x2 (mm)	e) Font 4x4 (mm)
2.26x2.26	2.36x2.38	56.5x56.5	108x109	184.5x 184.5

Taula B-2: a) Mida de la taca calculada en els meridians X i Y. b) Mida de la taca simulada en els meridians X i Y amb Zemax[™] utilitzant font puntual i obertura 1.6°. c) Mida de la taca simulada amb Zemax[™] en el meridià X utilitzant font extensa de 1x1 mm i obertura 1.4°. d) Mida de la taca simulada amb Zemax[™] en el meridià X utilitzant font extensa de 2x2 mm i obertura 1.2°. e) Mida de la taca simulada amb Zemax[™] en el meridià X utilitzant font extensa de 4x4 mm i obertura 0.02°



Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure

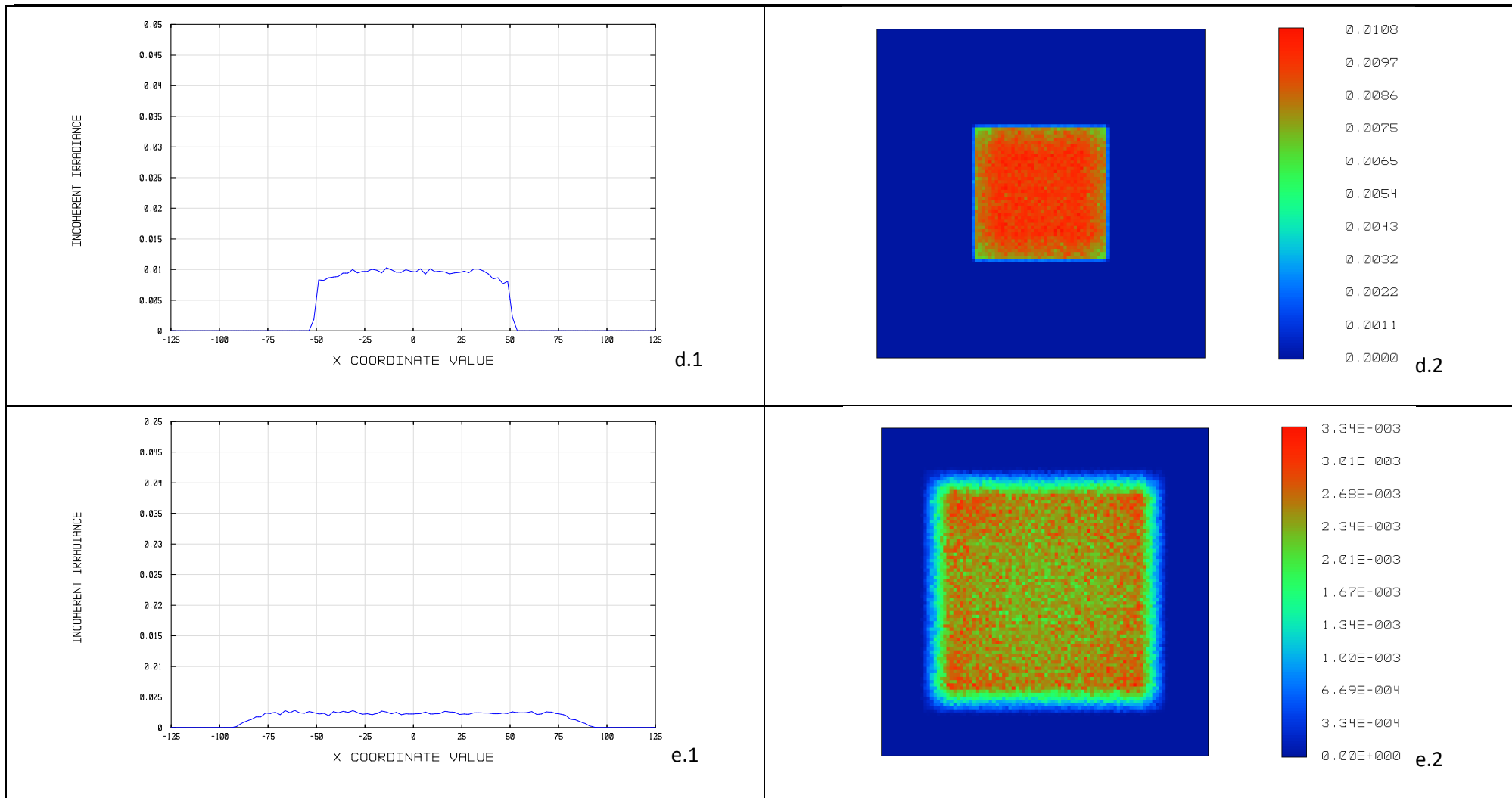
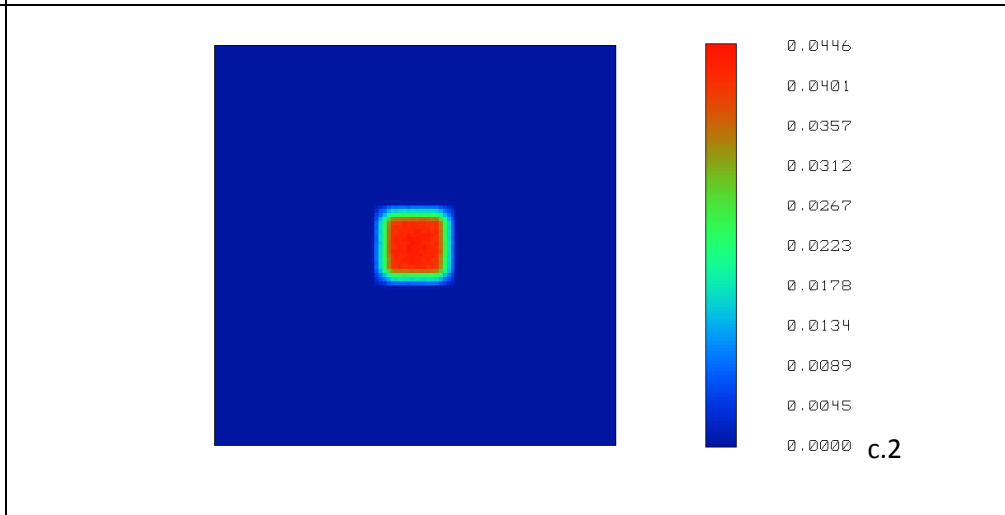
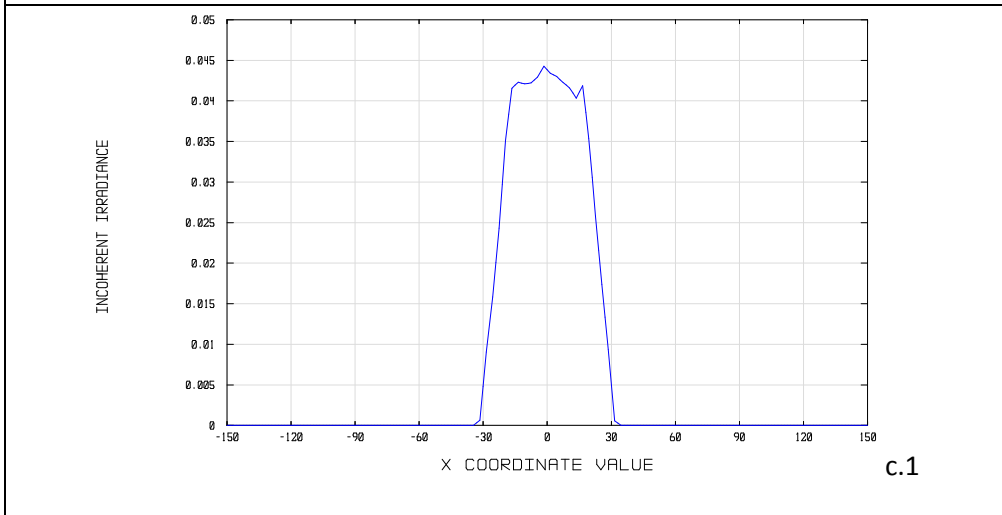
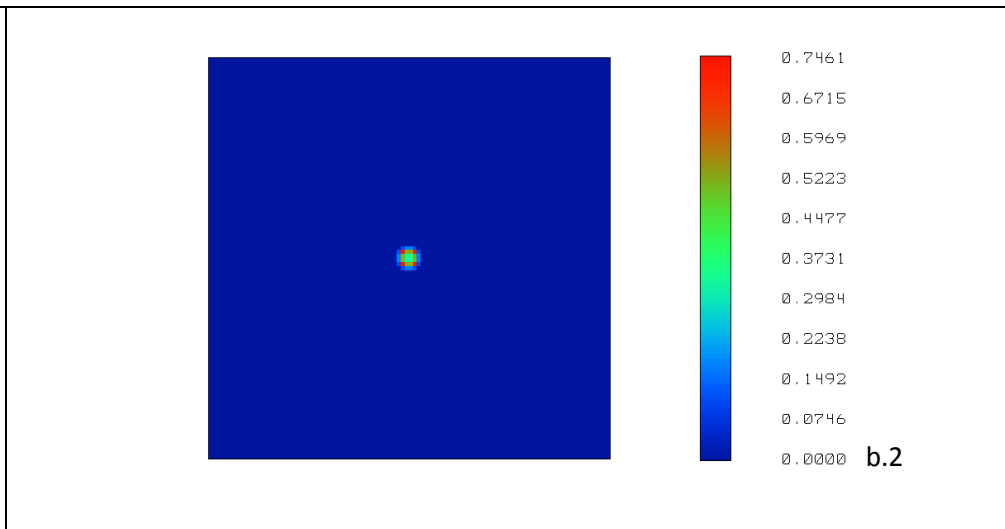
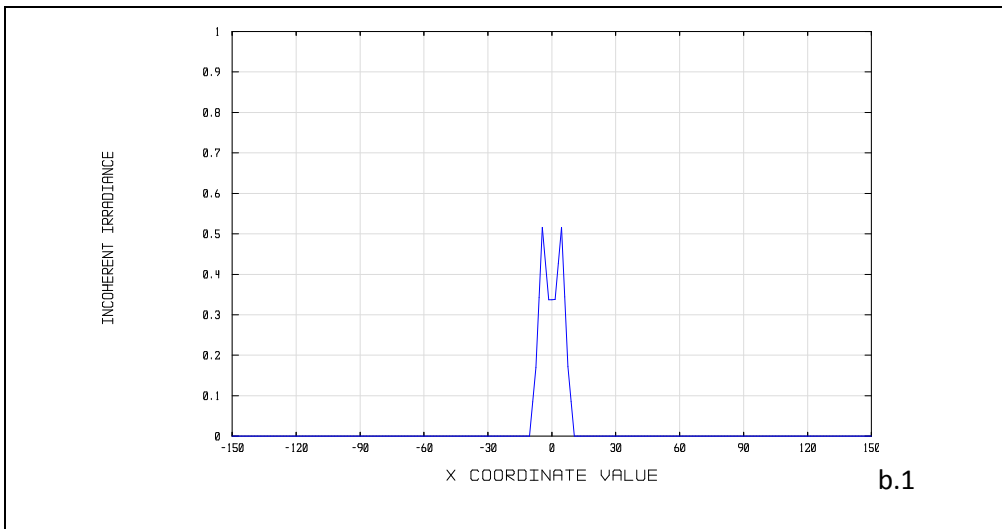


Figura B-2 Resultats de la simulació Zemax en les condicions definides en laTaula B-2. b.1, c.1, d.1, e.1) Irradiància: tall en el meridià X, mides expressades en mm. b.2, c.2, d.2, e.2) Irradiància : mapa en fals color.

B.1.3 Mida de la faceta: 20x20 mm.

Faceta 20x20 mm Parcel·la objectiu Centrada. Funcio concentradora. K=0.01 L=0.17				
a) Mm (XxY) (mm)	b) Mz (XxY) (mm)	c) Font 1X1 (mm)	d) Font 2x2 (mm)	e) Font 4x4 (mm)
12.4x12.4	12.6x12.6	61.2x61.9	109.9x109.9	198.9x198.9

Taula B-3: a) Mida de la taca calculada en els meridians X i Y. b) Mida de la taca simulada en els meridians X i Y amb Zemax[™] utilitzant font puntual i obertura 3.4°. c) Mida de la taca simulada amb Zemax[™] en el meridià X utilitzant font extensa de 1x1 mm i obertura 3°. d) Mida de la taca simulada amb Zemax[™] en el meridià X utilitzant font extensa de 2x2 mm i obertura 2.6°. e) Mida de la taca simulada amb Zemax[™] en el meridià X utilitzant font extensa de 4x4 mm i obertura 1.8°



Annex B.- Gràfiques resultants de les simulacions amb font extensa

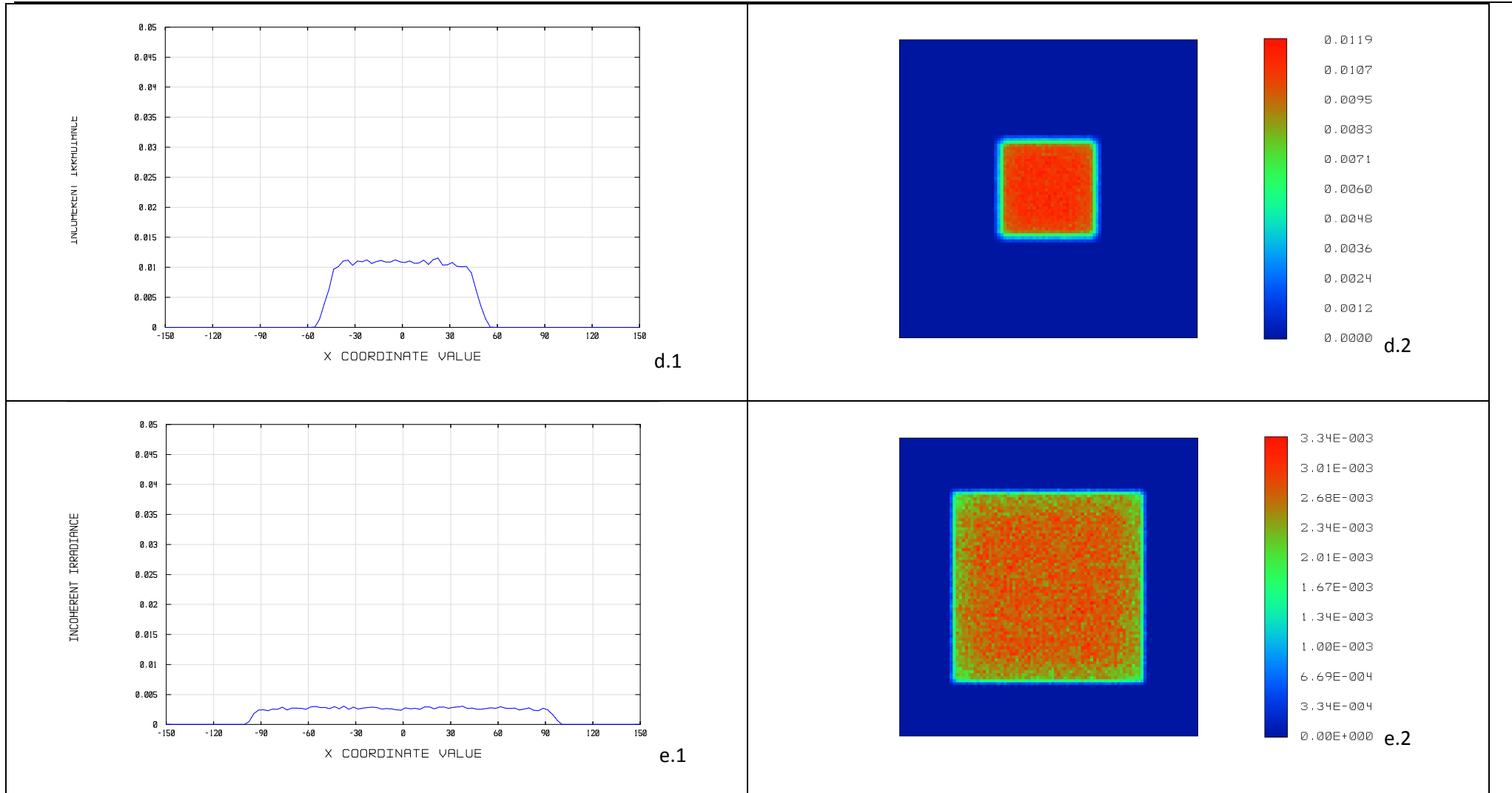
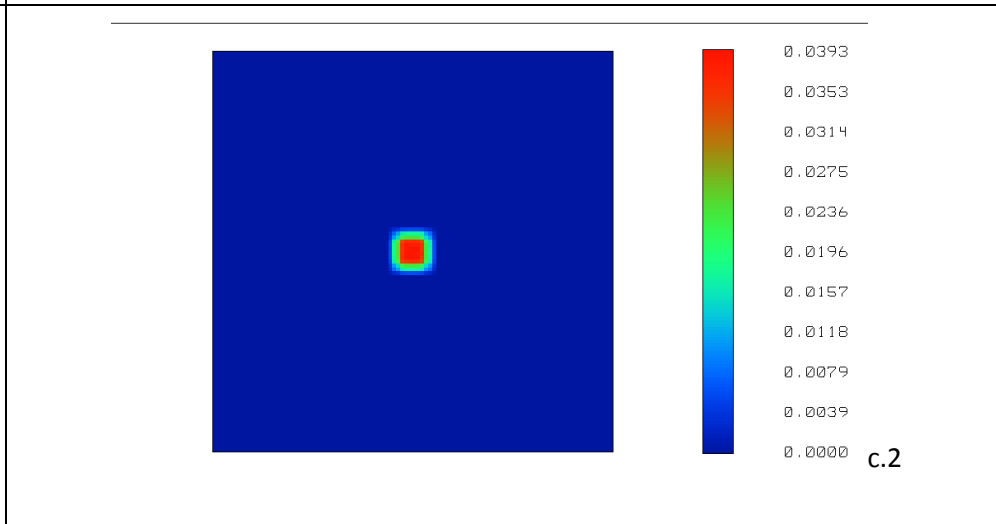
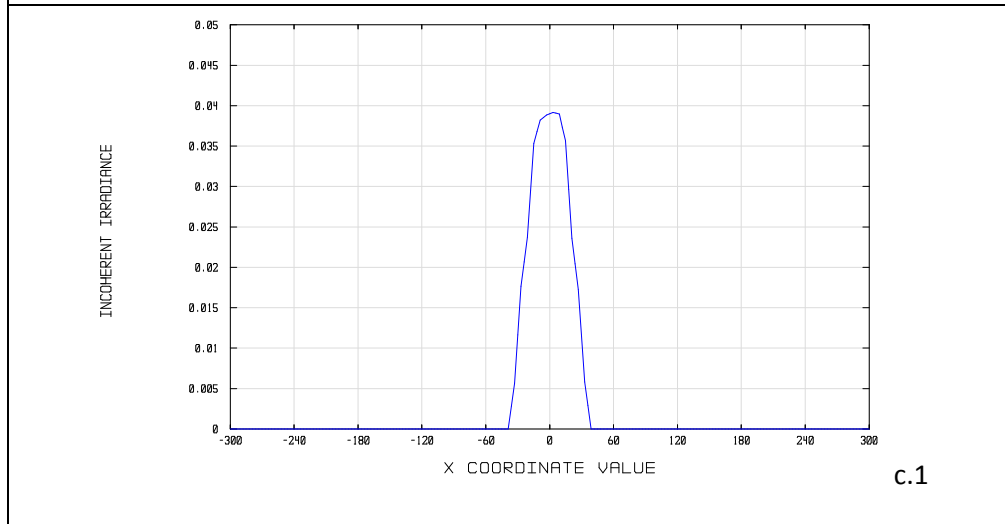
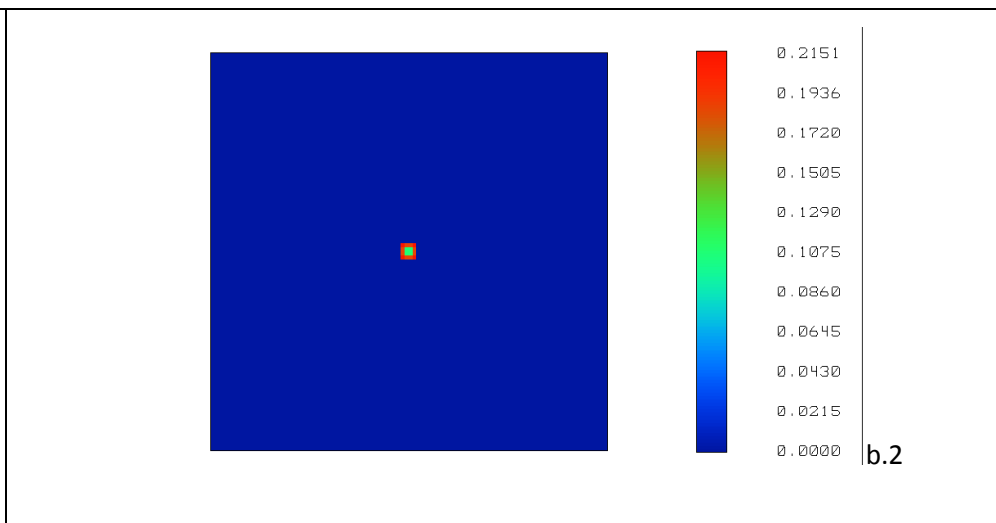
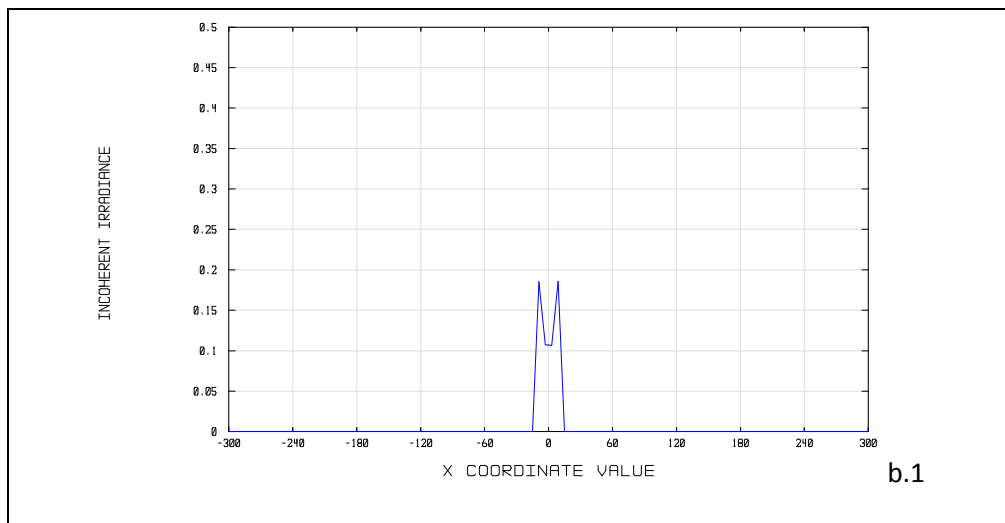


Figura B-3 Resultats de la simulació Zemax en les condicions definides en la Taula B-3. . b.1, c.1, d.1, e.1) Irradiància: tall en el meridià X, mides expressades en mm. b.2, c.2, d.2, e.2) Irradiància : mapa en fals color.

B.1.4 Mida de la faceta: 40x40 mm.

Faceta 40x40 mm Parcel·la objectiu Centrada. Funcio concentradora. K=0.01 L=0.16				
a) Mm (XxY) (mm)	b) Mz (XxY) (mm)	c) Font 1X1 (mm)	d) Font 2x2 (mm)	e) Font 4x4 (mm)
17.1x17.1	17.8x17.8	70x70	121.1x121.1	219.9x219.9

Taula B-4: a) Mida de la taca calculada en els meridians X i Y. b) Mida de la taca simulada en els meridians X i Y amb Zemax[™] utilitzant font puntual i obertura 6.2°. c) Mida de la taca simulada amb Zemax[™] en el meridià X utilitzant font extensa de 1x1 mm i obertura 6.2°. d) Mida de la taca simulada amb Zemax[™] en el meridià X utilitzant font extensa de 2x2 mm i obertura 6.2°. e) Mida de la taca simulada amb Zemax[™] en el meridià X utilitzant font extensa de 4x4 mm i obertura 5.2°



Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure

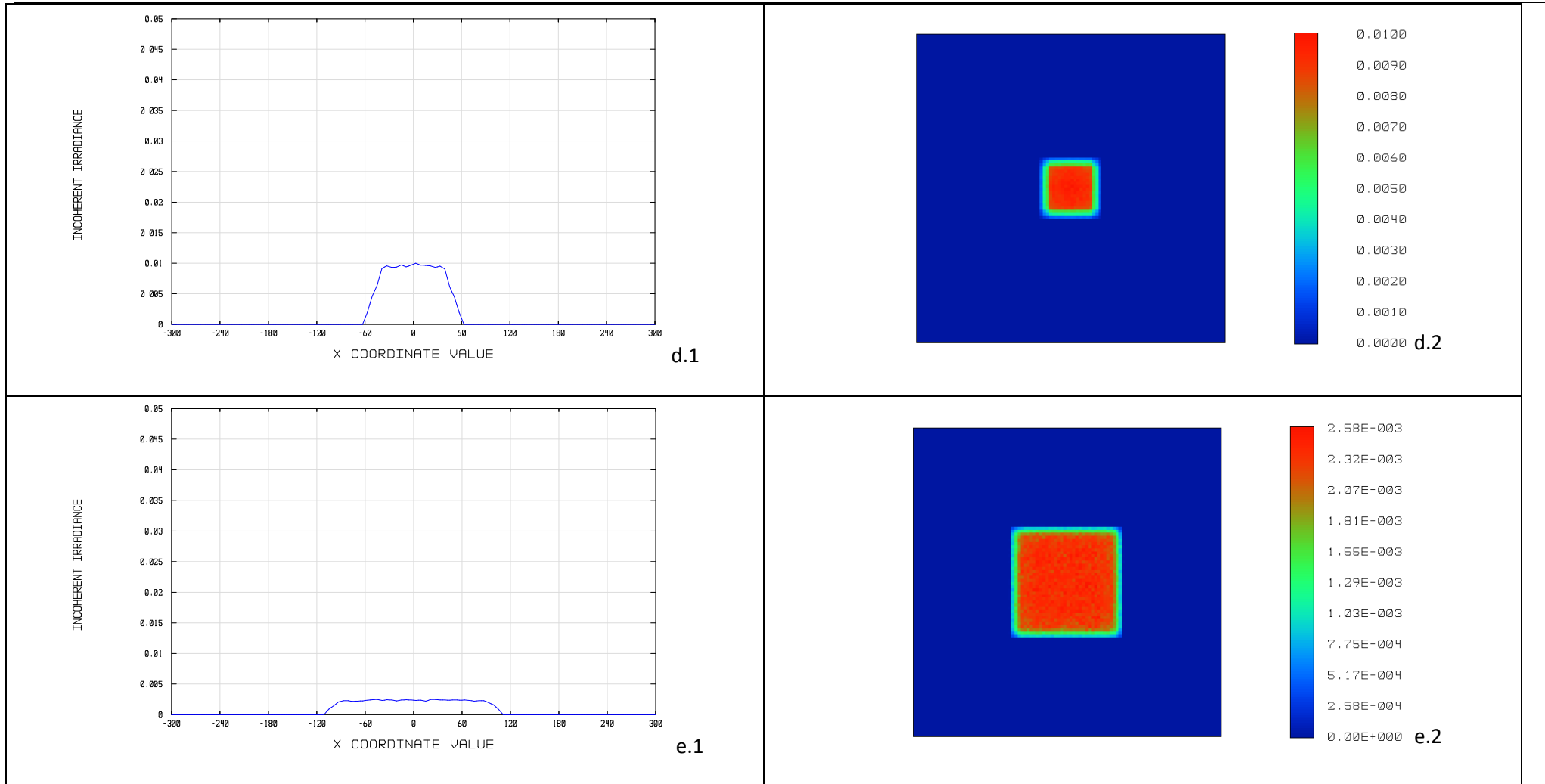


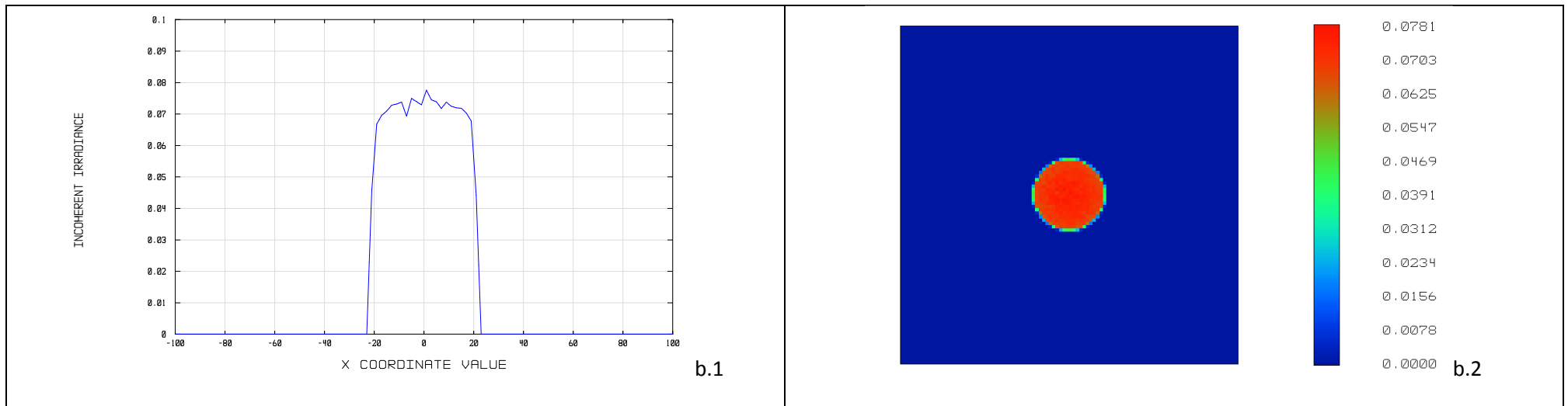
Figura B-4 Resultats de la simulació Zemax en les condicions definides en la Taula B-4. b.1, c.1, d.1, e.1) Irradiància: tall en el meridià X, mides expressades en mm. b.2, c.2, d.2, e.2) Irradiància : mapa en fals color.

B.2 Parcel·la objectiu centrada. Funció expansora.

B.2.1 Mida de la faceta: 5x5 mm.

Faceta 5x5 mm Parcel·la objectiu Centrada. Funció expansora E=50 mm K=0.001 L=0.16			
a) Mm (XxY) (mm)	b) Mz (XxY) (mm)	c) Font 1X1 (mm)	d) Font 2x2 (mm)
42.64x42.26	45.2x44.83	46.9x46.5	45.9x45.2

Taula B-5: a) Mida de la taca calculada en els meridians X i Y. b) Mida de la taca simulada en els meridians X i Y amb Zemax[™] utilitzant font puntual i obertura 0.8°. c) Mida de la taca simulada amb Zemax[™] en el meridià X utilitzant font extensa de 1x1 mm i obertura 0.4°. d) Mida de la taca simulada amb Zemax[™] en el meridià X utilitzant font extensa de 2x2 mm i obertura 0.02°.



Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure

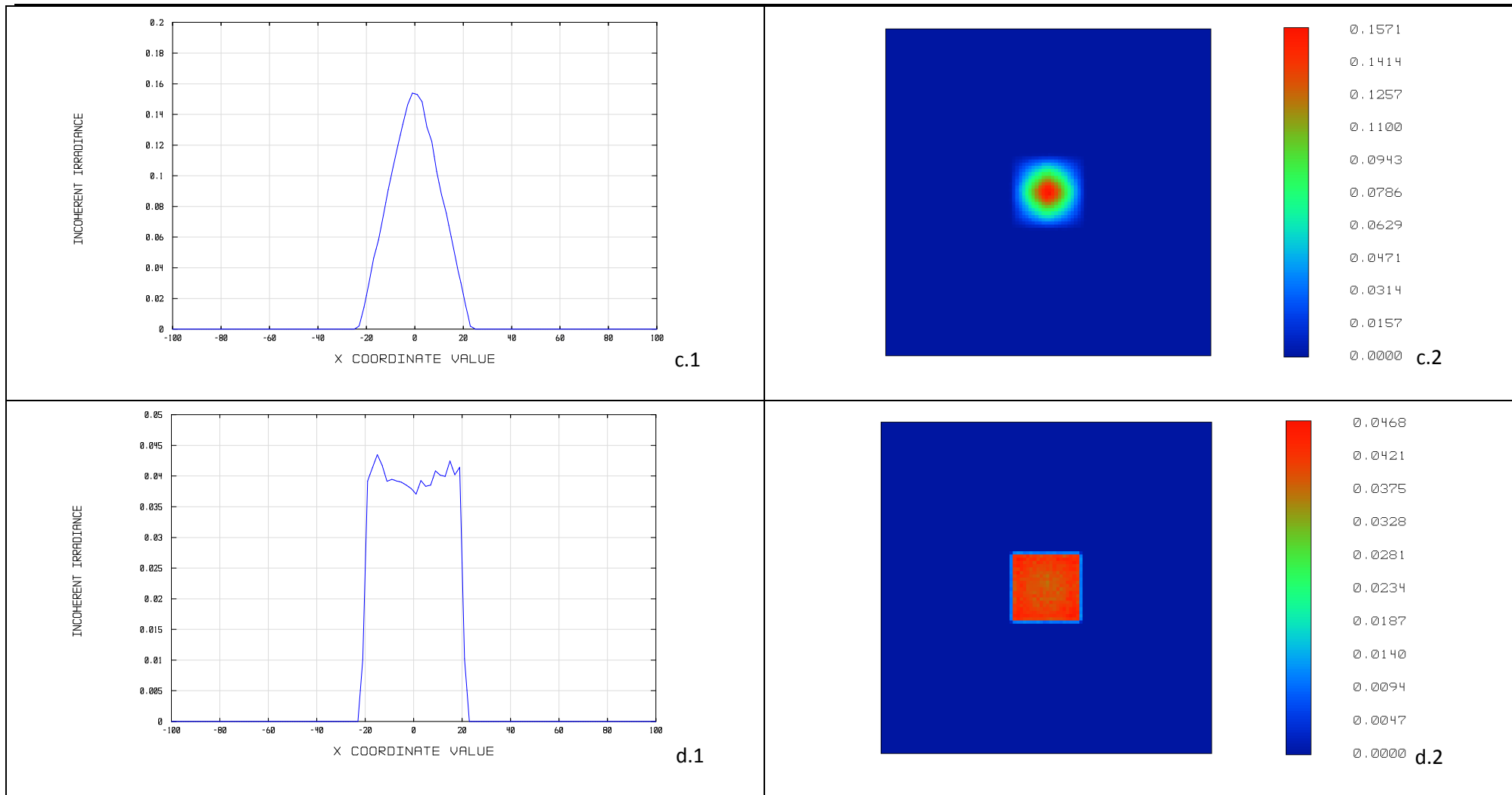
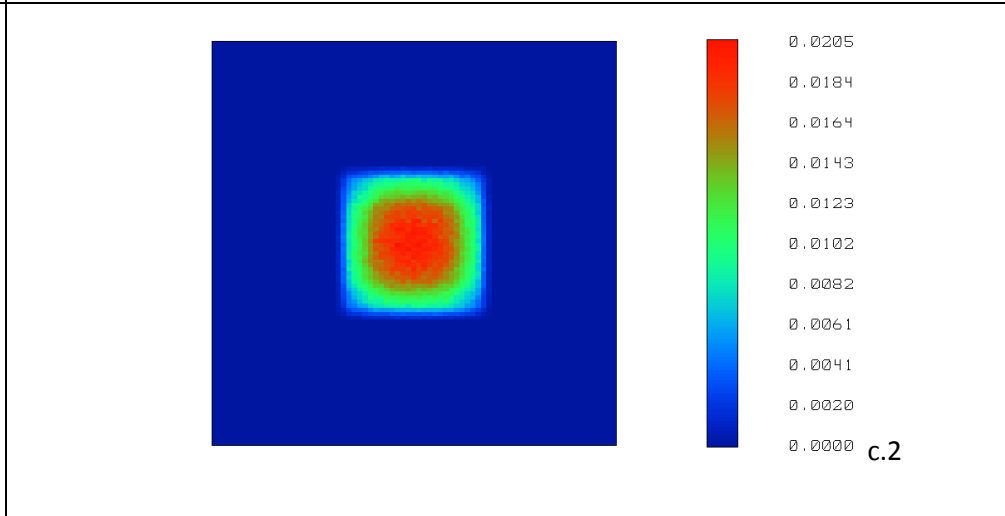
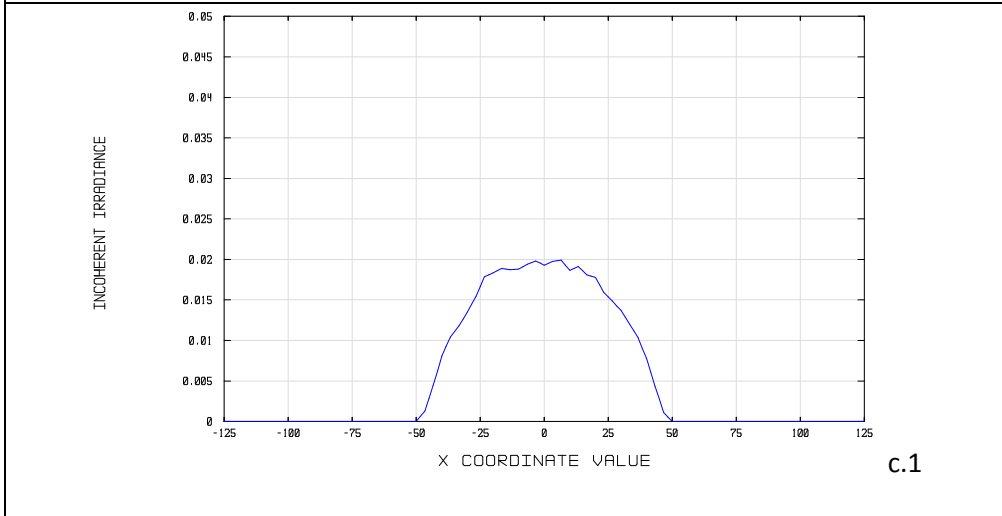
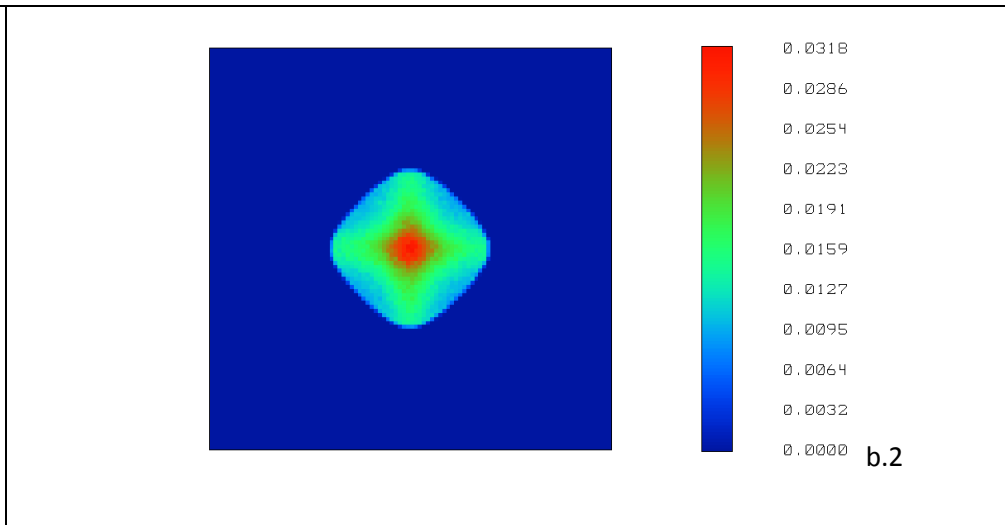
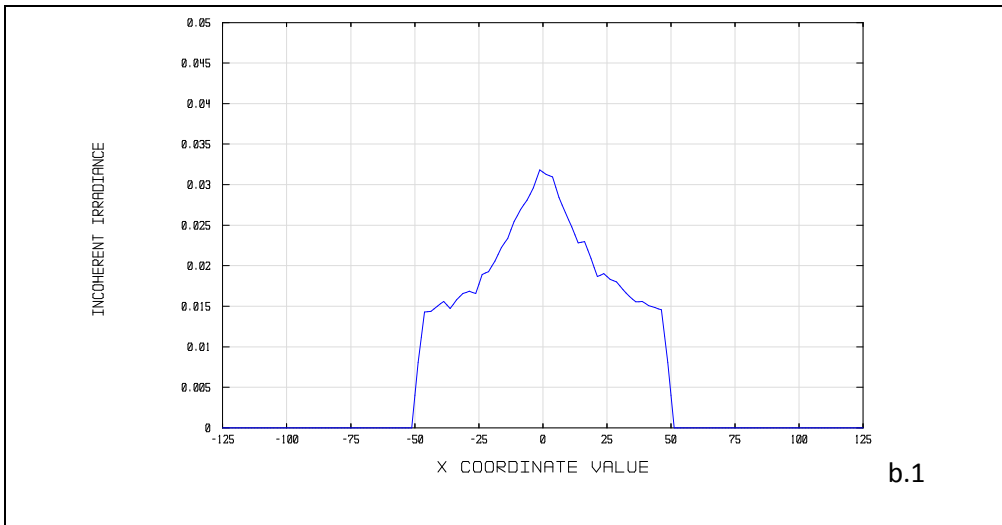


Figura B-5 Resultats de la simulació Zemax en les condicions definides en la Taula B-5. b.1, c.1, d.1) Irradiància: tall en el meridià X, mides expressades en mm. b.2, c.2, d.2) Irradiància : mapa en fals color.

B.2.2 Mida de la faceta: 10x10 mm.

Faceta 10x10 mm Parcel·la objectiu Centrada. Funció expansora E=100 mmK=0.001 L=0.16				
a) Mm (XxY) (mm)	b) Mz (XxY) (mm)	c) Font 1X1 (mm)	d) Font 2x2 (mm)	e) Font 4x4 (mm)
97.96x97.96	98.51x98.6	99.6x99.5	101.3x 101.0	92.36x92.7

Taula B-6: a) Mida de la taca calculada en els meridians X i Y. b) Mida de la taca simulada en els meridians X i Y amb Zemax[™] utilitzant font puntual i obertura 1.6°. c) Mida de la taca simulada amb Zemax[™] en el meridià X utilitzant font extensa de 1x1 mm i obertura 1.4°. d) Mida de la taca simulada amb Zemax[™] en el meridià X utilitzant font extensa de 2x2 mm i obertura 1.2°. e) Mida de la taca simulada amb Zemax[™] en el meridià X utilitzant font extensa de 4x4 mm i obertura 0.1°



Annex B.- Gràfiques resultants de les simulacions amb font extensa

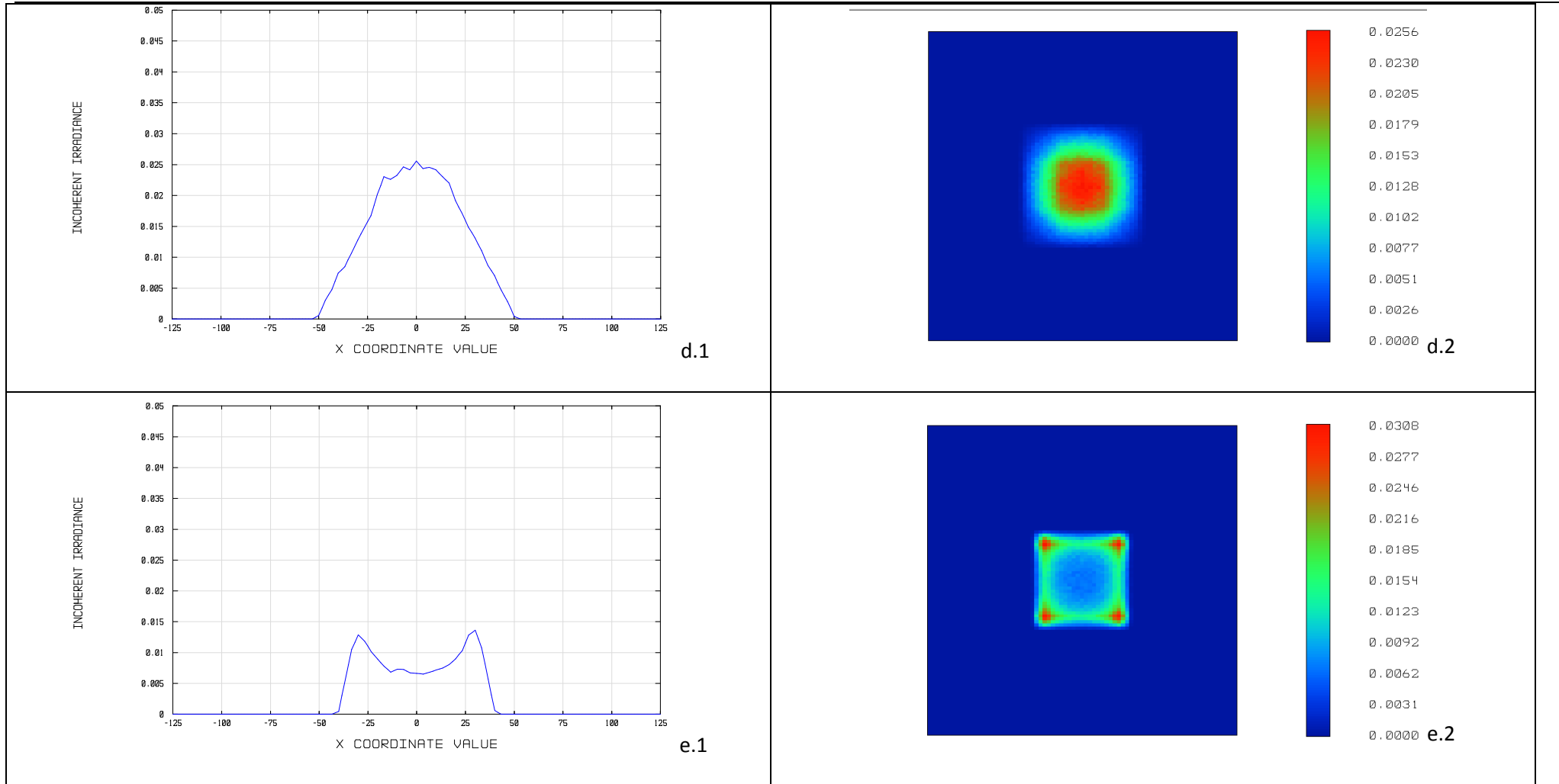
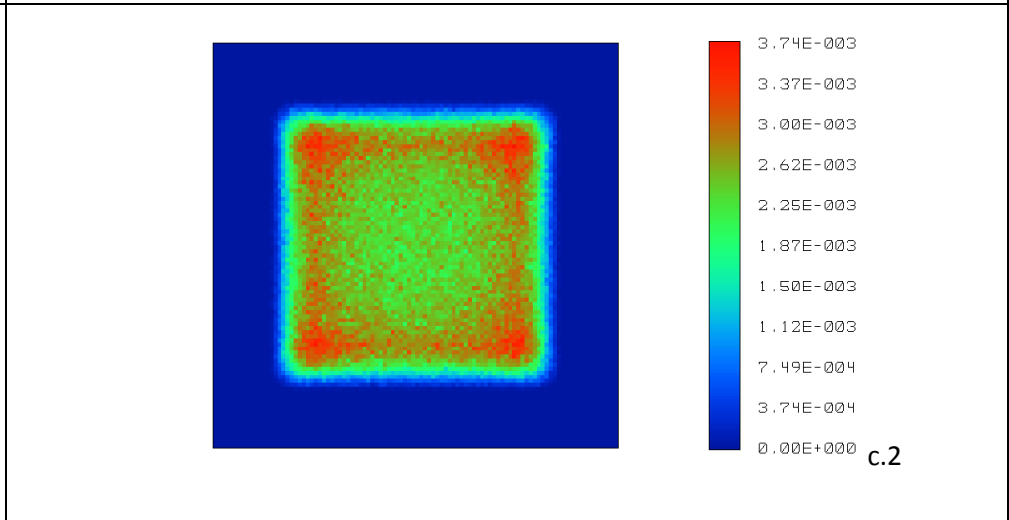
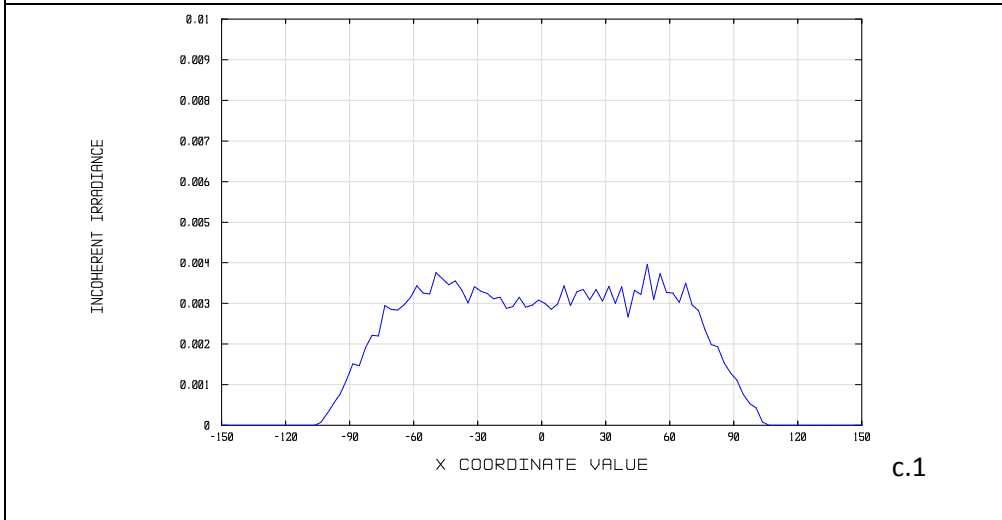
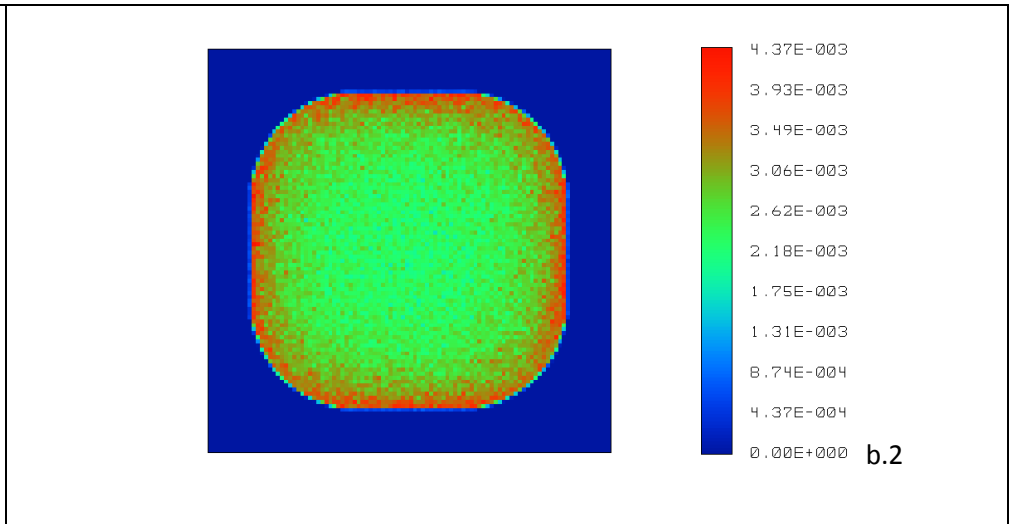
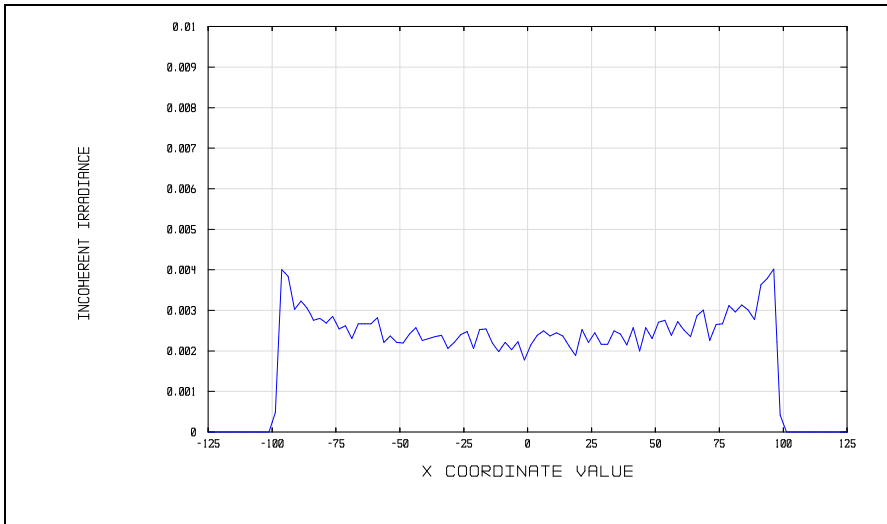


Figura B-6 Resultats de la simulació Zemax en les condicions definides en la Taula B-6 . b.1, c.1, d.1, e.1) Irradiància: tall en el meridià X, mides expressades en mm. b.2, c.2, d.2, e.2) Irradiància : mapa en fals color.

B.2.3 Mida de la faceta: 20x20 mm.

Faceta 20x20 mm Parcel·la objectiu Centrada. Funció expansora E=200 mmK=0.001 L=0.2				
a) Mm (XxY) (mm)	b) Mz (XxY) (mm)	c) Font 1X1 (mm)	d) Font 2x2 (mm)	e) Font 4x4 (mm)
195.2x195.72	196.7x196.6	214.3x214.2	210.1x212	188.45x185.1

Taula B-7: a) Mida de la taca calculada en els meridians X i Y. b) Mida de la taca simulada en els meridians X i Y amb Zemax[™] utilitzant font puntual i obertura 3.4°. c) Mida de la taca simulada amb Zemax[™] en el meridià X utilitzant font extensa de 1x1 mm i obertura 3°. d) Mida de la taca simulada amb Zemax[™] en el meridià X utilitzant font extensa de 2x2 mm i obertura 2.6°. e) Mida de la taca simulada amb Zemax[™] en el meridià X utilitzant font extensa de 4x4 mm i obertura 1.8°



Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure

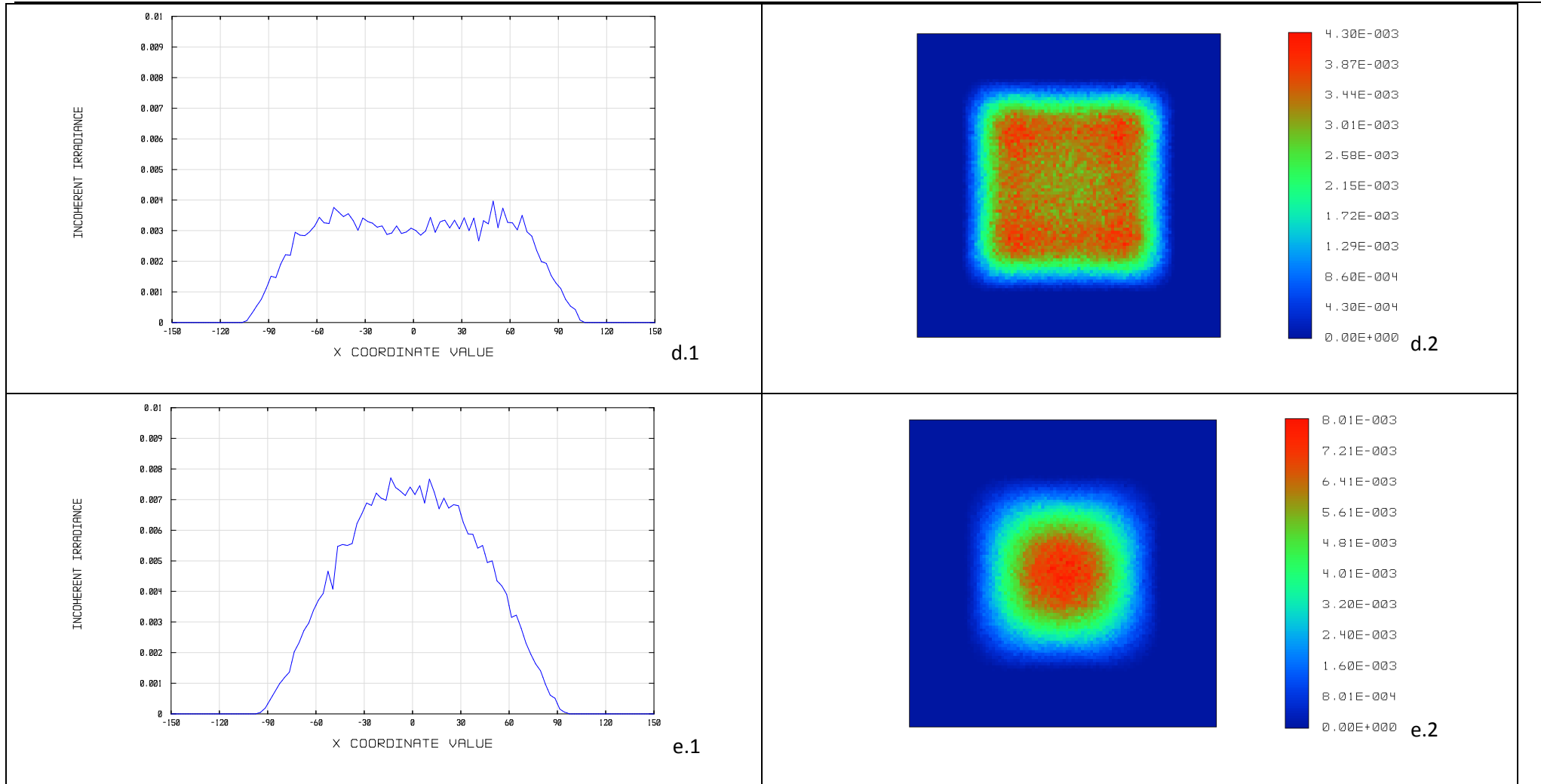
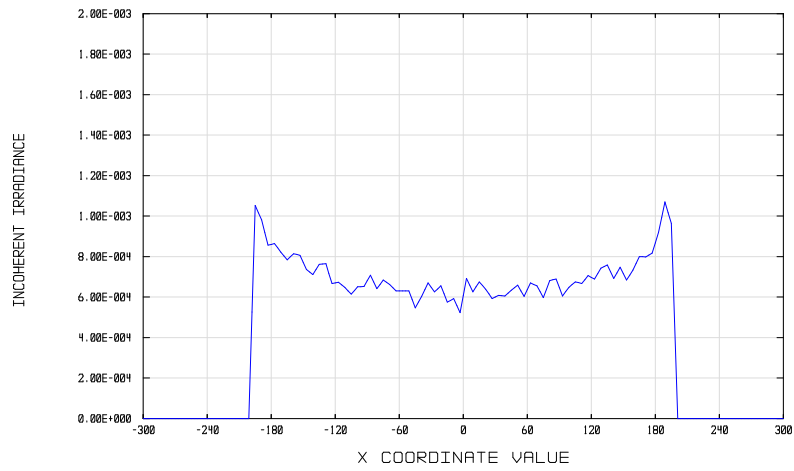


Figura B-7 Resultats de la simulació Zemax en les condicions definides en laTaula B-7. b.1, c.1, d.1, e.1) Irradiància: tall en el meridià X, mides expressades en mm. b.2, c.2, d.2, e.2) Irradiància : mapa en fals color.

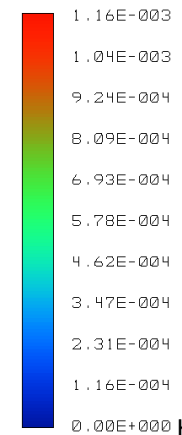
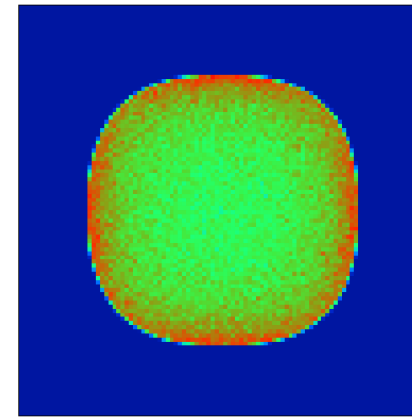
B.2.4 Mida de la faceta: 40x40 mm.

Faceta 40x40 mm Parcel·la objectiu Centrada. Funció expansora E=400 mmK=0.001 L=0.2				
a) Mm (XxY) (mm)	b) Mz (XxY) (mm)	c) Font 1X1 (mm)	d) Font 2x2 (mm)	e) Font 4x4 (mm)
395.6x395.6	394.9x394.9	434,3x434	460.3x459.9	436.6x437

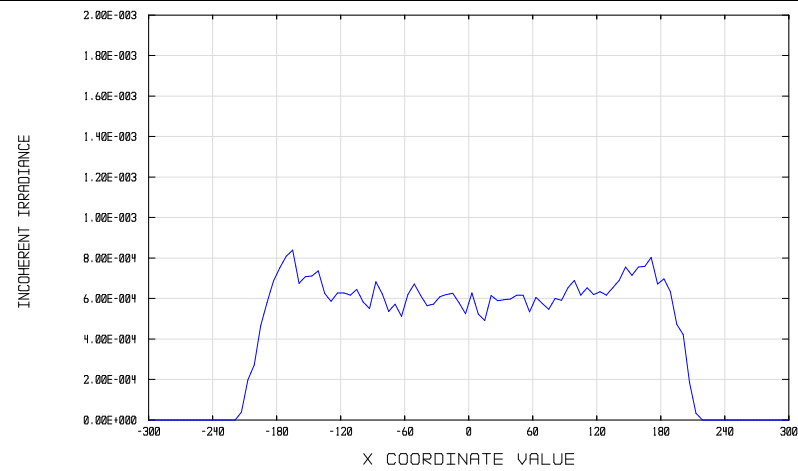
Taula B-8: a) Mida de la taca calculada en els meridians X i Y. b) Mida de la taca simulada en els meridians X i Y amb Zemax[™] utilitzant font puntual i obertura 6.2°. c) Mida de la taca simulada amb Zemax[™] en el meridià X utilitzant font extensa de 1x1 mm i obertura 6.2°. d) Mida de la taca simulada amb Zemax[™] en el meridià X utilitzant font extensa de 2x2 mm i obertura 6.2°. e) Mida de la taca simulada amb Zemax[™] en el meridià X utilitzant font extensa de 4x4 mm i obertura 5.4°



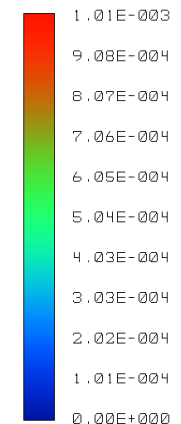
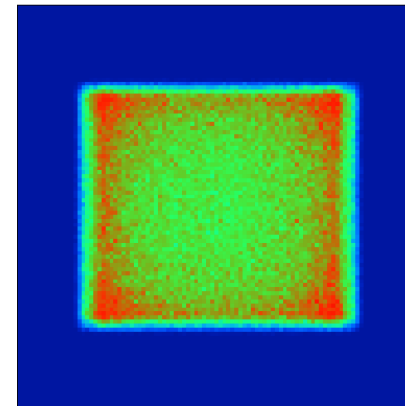
b.1



b.2



c.1



c.2

Annex B.- Gràfiques resultants de les simulacions amb font extensa

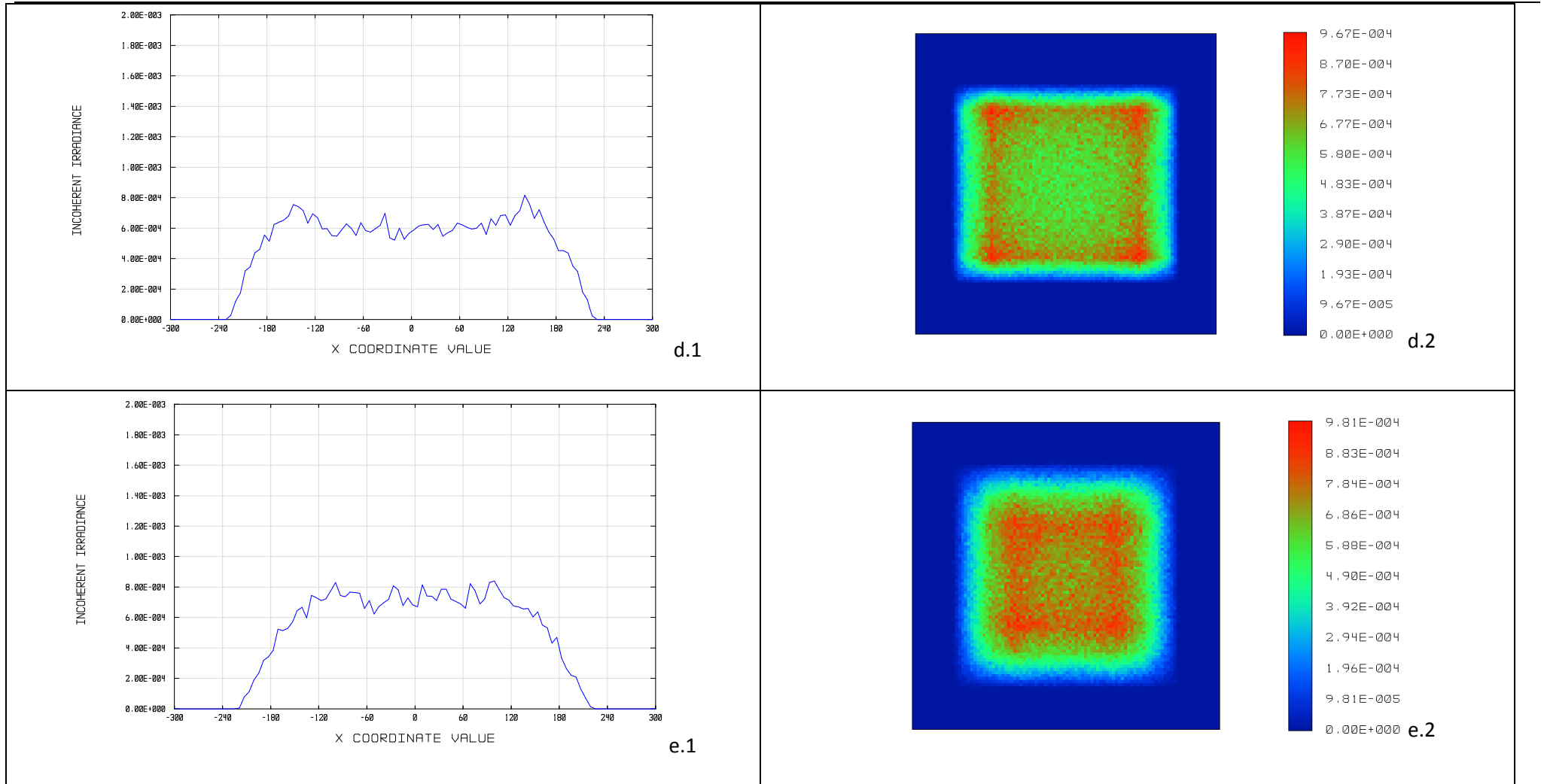


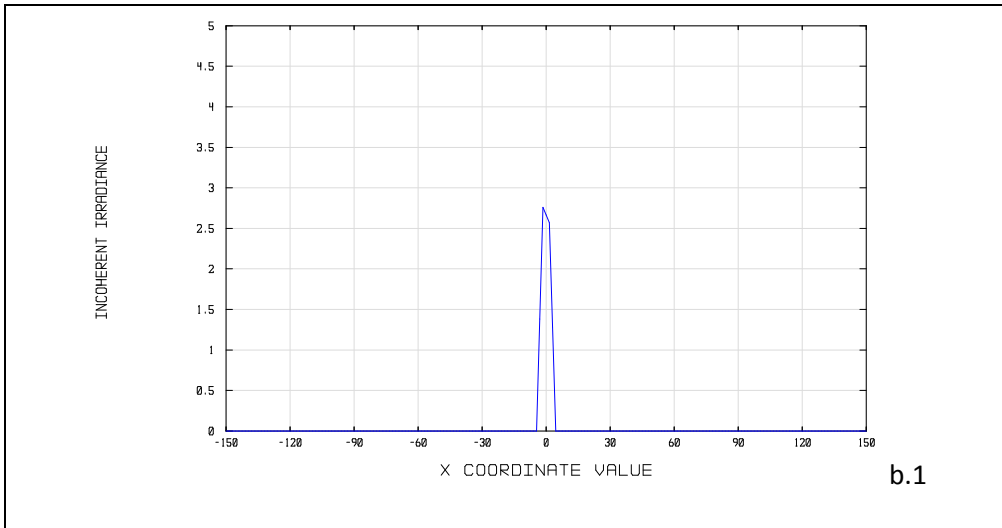
Figura B-8 Resultats de la simulació Zemax en les condicions definides en la Taula B-8. b.1, c.1, d.1, e.1) Irradiància: tall en el meridià X, mides expressades en mm. b.2, c.2, d.2, e.2) Irradiància : mapa en fals color.

B.3 Parcel·la objectiu descentrada. Funció concentradora.

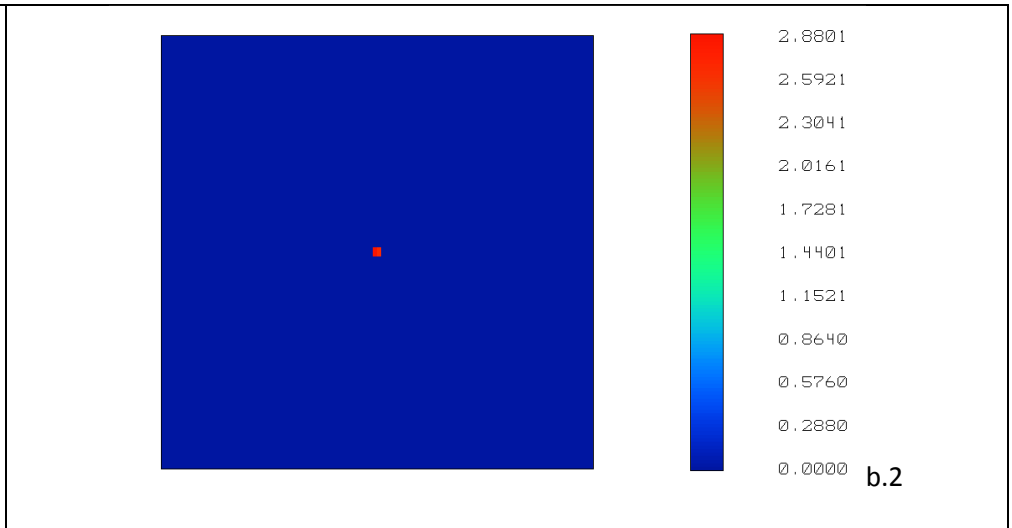
B.3.1 Parcel·la objectiu descentrada 10 °

Faceta 20x20 mm Parcel·la objectiu descentrada 10° Funció concentradora. K=0.001 L=0.17				
a) Mm (XxY) (mm)	b) Mz (XxY) (mm)	c) Font 1X1 (mm)	d) Font 2x2 (mm)	e) Font 4x4 (mm)
3.16x3.18	3.1x3.52	54.x58.2	104.99x105.8	199.7x201.3

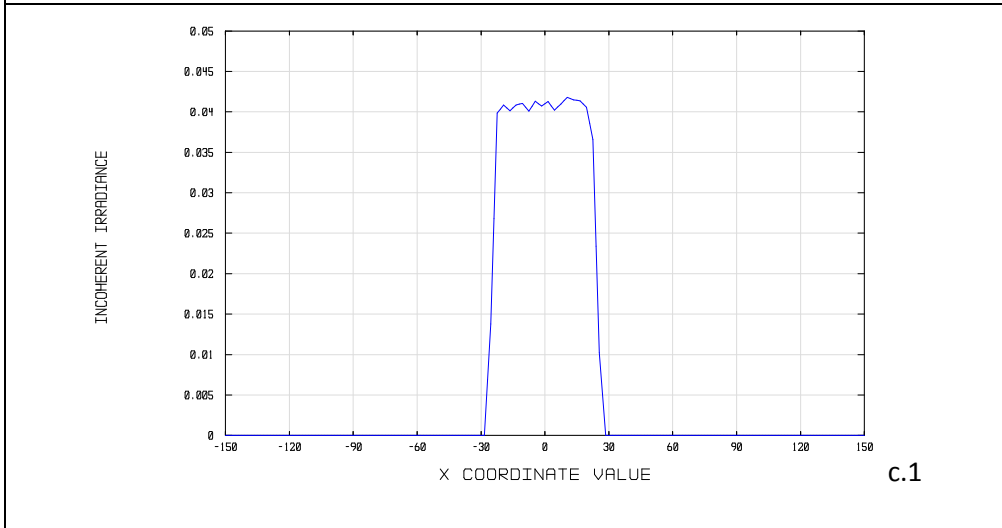
Taula B-9: a) Mida de la taca calculada en els meridians X i Y. b) Mida de la taca simulada en els meridians X i Y amb Zemax[™] utilitzant font puntual i obertura 3.4°. c) Mida de la taca simulada amb Zemax[™] en el meridià X utilitzant font extensa de 1x1 mm i obertura 3°. d) Mida de la taca simulada amb Zemax[™] en el meridià X utilitzant font extensa de 2x2 mm i obertura 2.6°. e) Mida de la taca simulada amb Zemax[™] en el meridià X utilitzant font extensa de 4x4 mm i obertura 1.8°



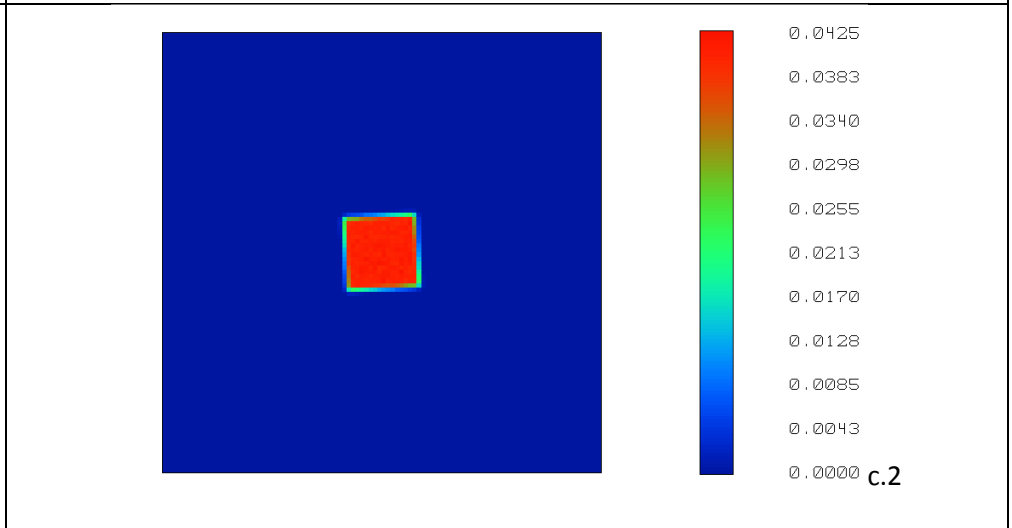
b.1



b.2



c.1



c.2

Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure

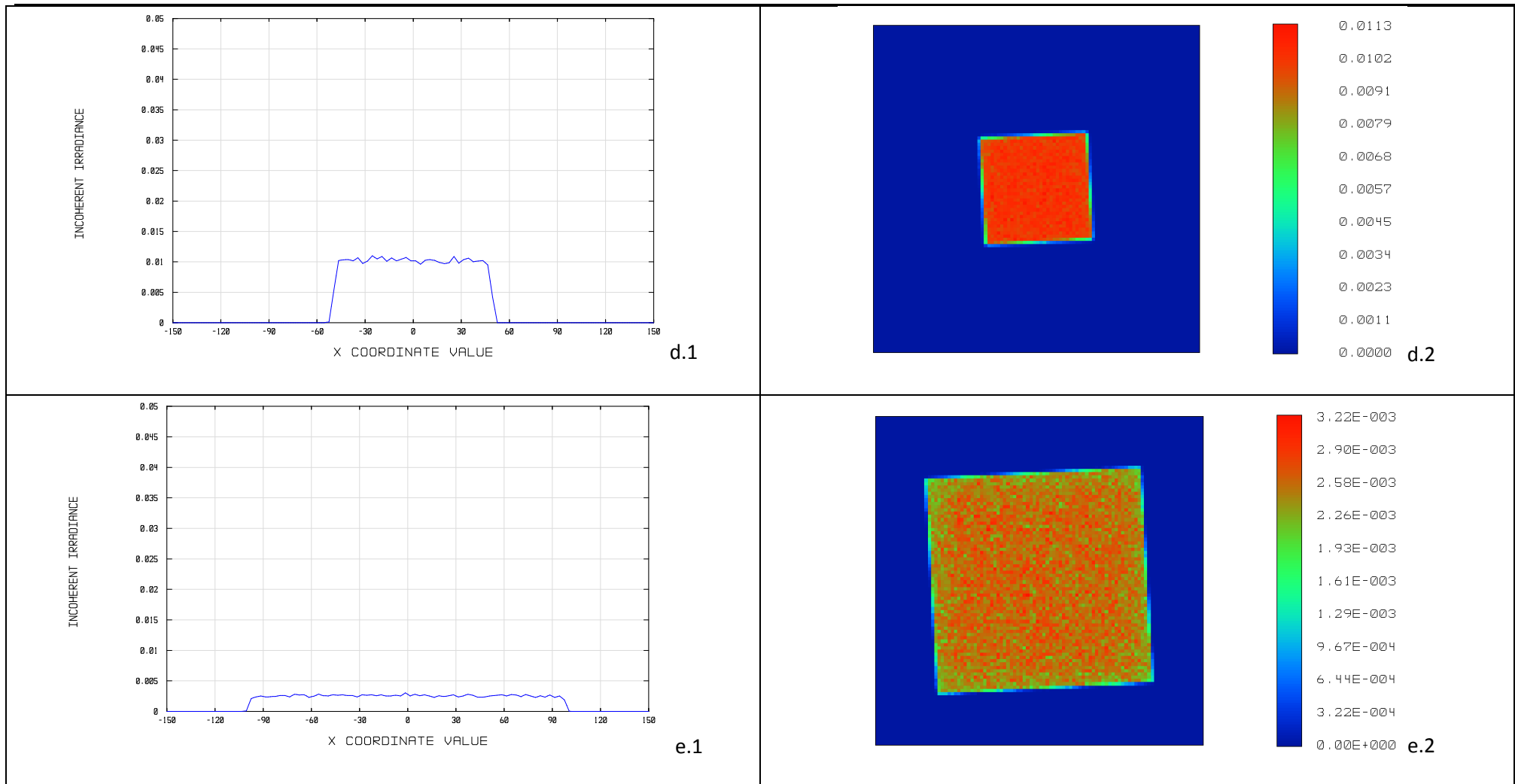
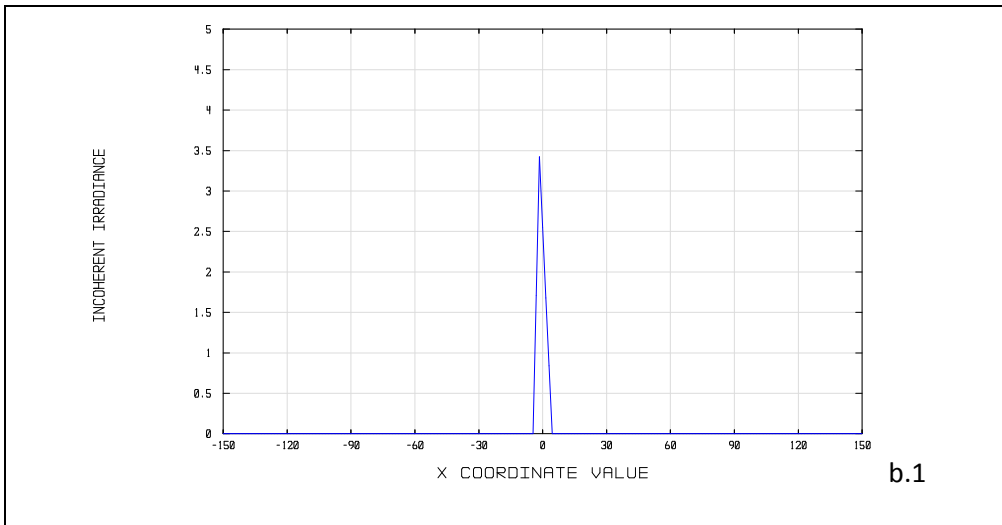


Figura B-9 Resultats de la simulació Zemax en les condicions definides en la Taula B-9. b.1, c.1, d.1, e.1) Irradiància: tall en el meridià X, mides expressades en mm. b.2, c.2, d.2, e.2) Irradiància : mapa en fals color.

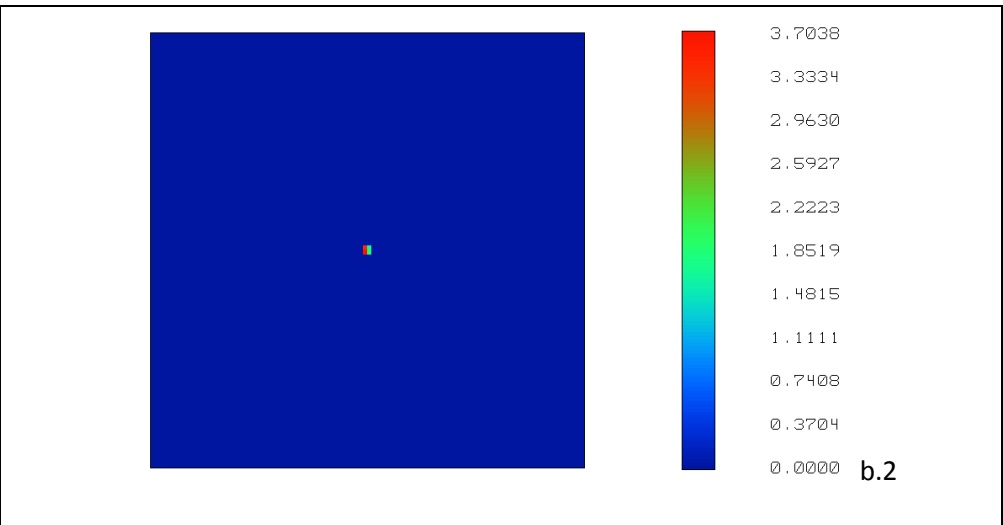
B.3.2 Parcel·la objectiu descentrada 20 °

Faceta 20x20 mm Parcel·la objectiu descentrada 20° Funcio concentradora. K=0.001 L=0.17				
a) Mm (XxY) (mm)	b) Mz (XxY) (mm)	c) Font 1X1 (mm)	d) Font 2x2 (mm)	e) Font 4x4 (mm)
3.x4.51	2.24x0.91	58.19x56.38	110.68x111.45	211x211.5

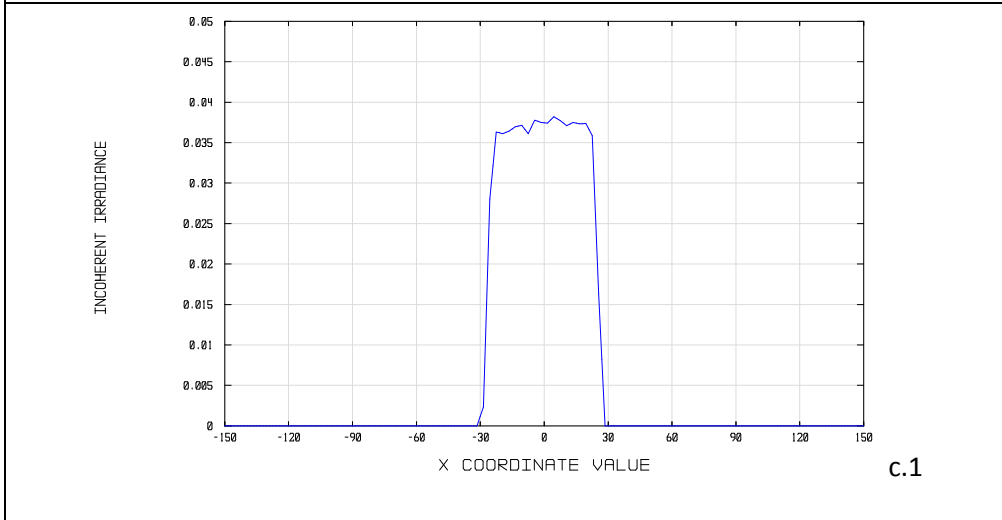
Taula B-10: a) Mida de la taca calculada en els meridians X i Y. b) Mida de la taca simulada en els meridians X i Y amb Zemaxtm utilitzant font puntual i obertura 3.4°. c) Mida de la taca simulada amb Zemaxtm en el meridià X utilitzant font extensa de 1x1 mm i obertura 3°. d) Mida de la taca simulada amb Zemaxtm en el meridià X utilitzant font extensa de 2x2 mm i obertura 2.6°. e) Mida de la taca simulada amb Zemaxtm en el meridià X utilitzant font extensa de 4x4 mm i obertura 1.8°



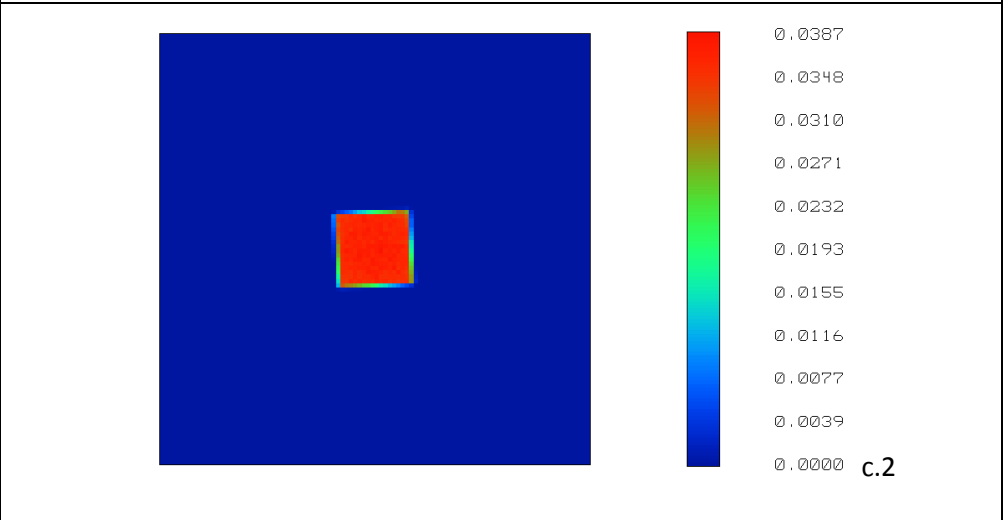
b.1



b.2



c.1



c.2

Annex B.- Gràfiques resultants de les simulacions amb font extensa

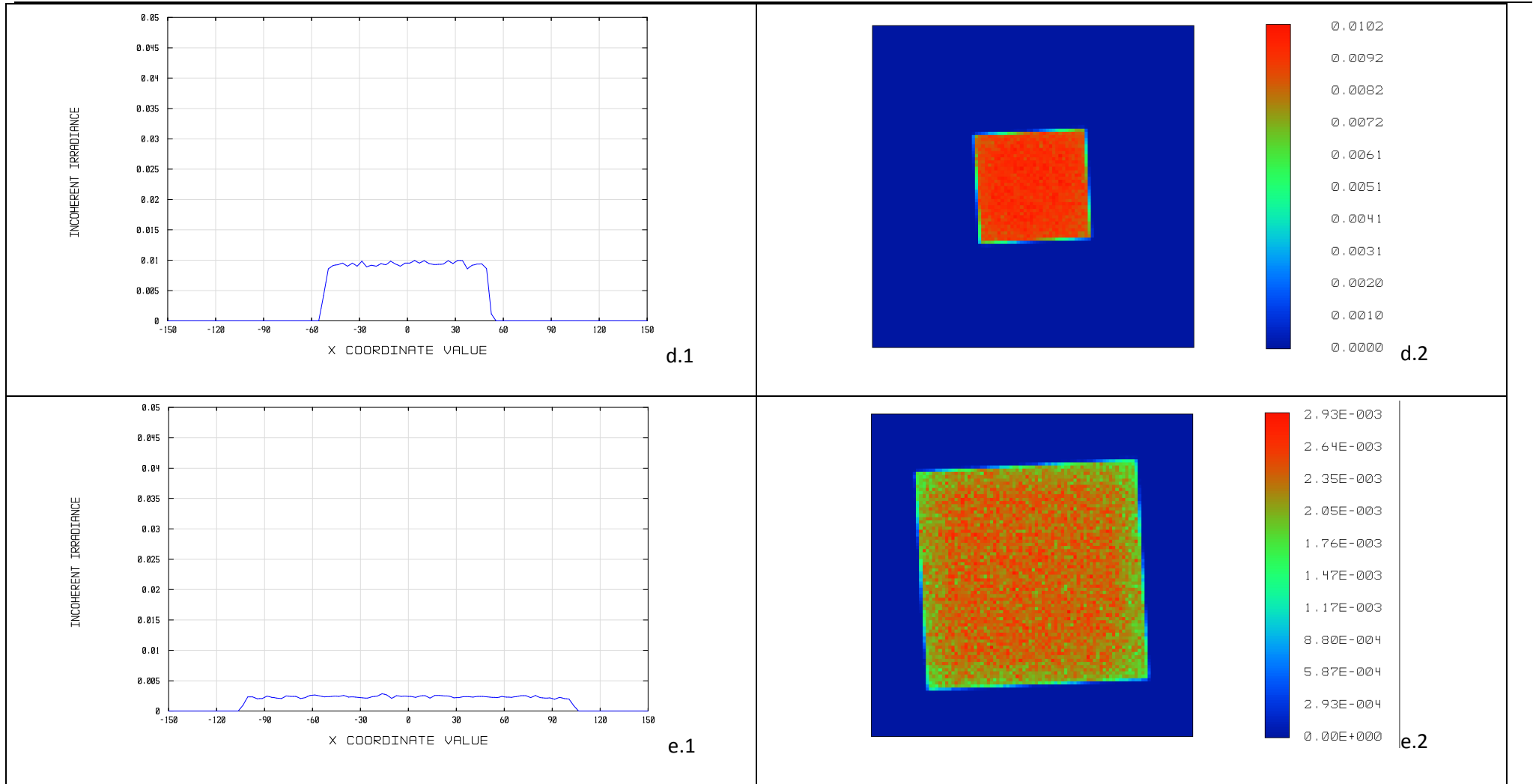
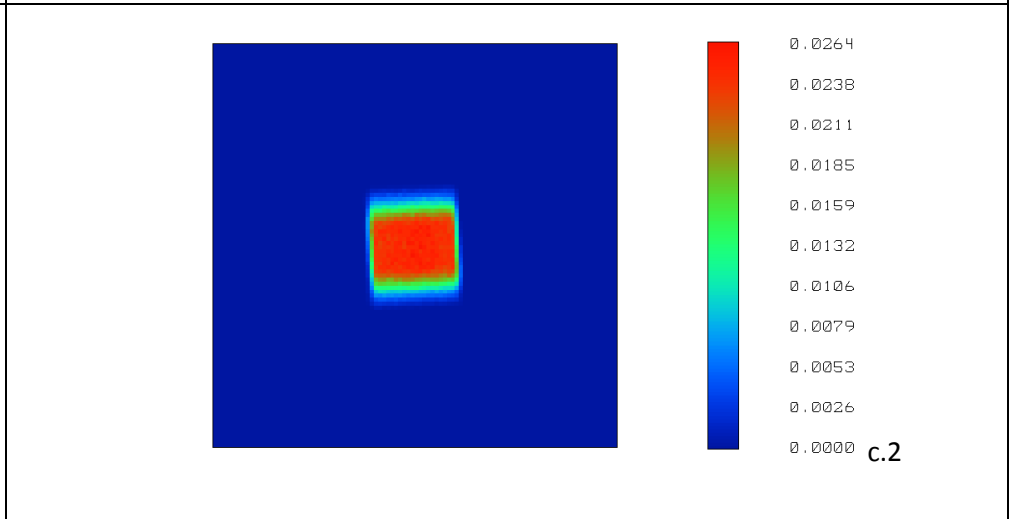
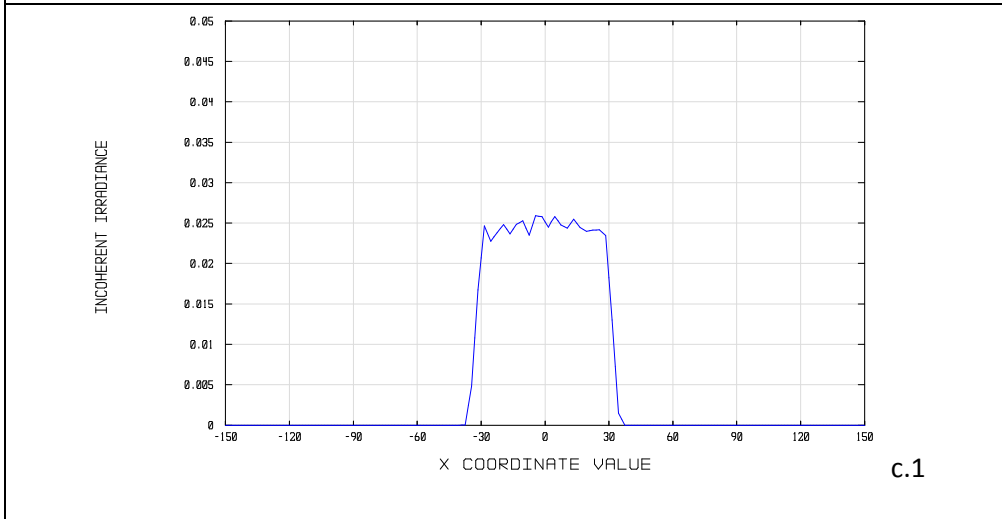
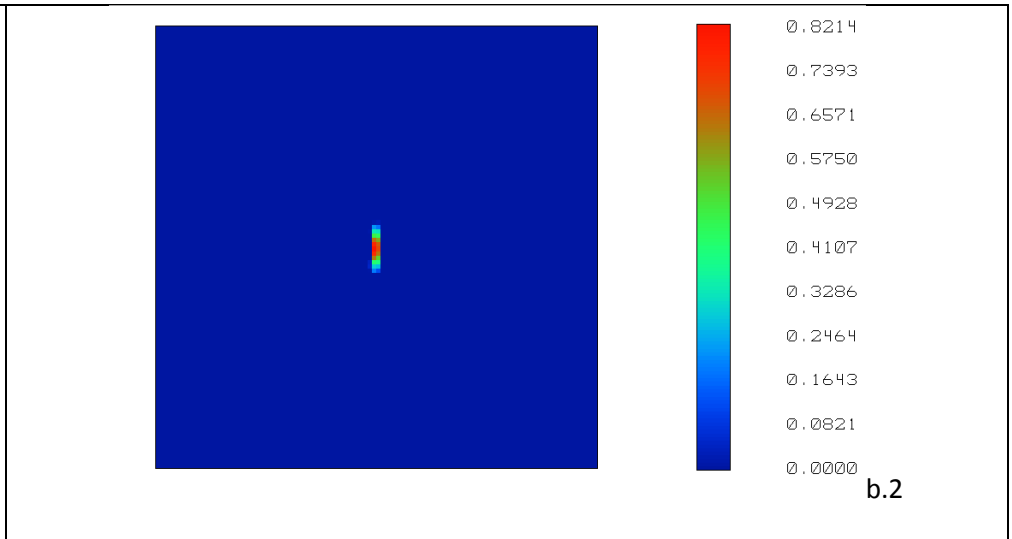
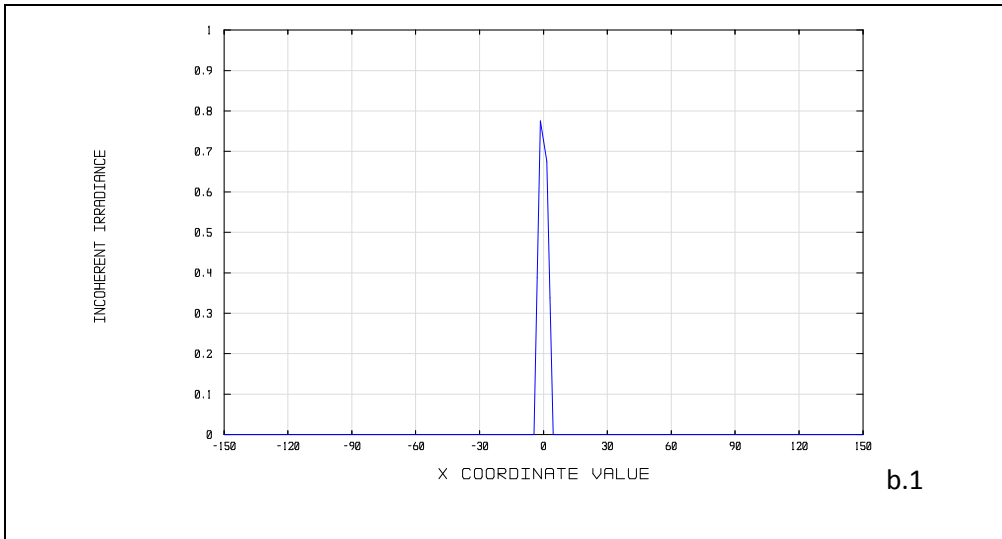


Figura B-10 Resultats de la simulació Zemax en les condicions definides en la Taula B-10 . b.1, c.1, d.1, e.1) Irradiància: tall en el meridià X, mides expressades en mm. b.2, c.2, d.2, e.2) Irradiància : mapa en fals color.

B.3.3 Parcel·la objectiu descentrada 40 °

Faceta 20x20 mm Parcel·la objectiu descentrada 40° Funcio concentradora. K=0.001 L=0.17				
a) Mm (XxY) (mm)	b) Mz (XxY) (mm)	c) Font 1X1 (mm)	d) Font 2x2 (mm)	e) Font 4x4 (mm)
5x4.7	4.7x32.43	75.8X89.94	137.8X147.5	263.2X262.7

Taula B-11: a) Mida de la taca calculada en els meridians X i Y. b) Mida de la taca simulada en els meridians X i Y amb Zemaxtm utilitzant font puntual i obertura 3.4°. c) Mida de la taca simulada amb Zemaxtm en el meridià X utilitzant font extensa de 1x1 mm i obertura 3°. d) Mida de la taca simulada amb Zemaxtm en el meridià X utilitzant font extensa de 2x2 mm i obertura 2.6°. e) Mida de la taca simulada amb Zemaxtm en el meridià X utilitzant font extensa de 4x4 mm i obertura 1.8°



Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure

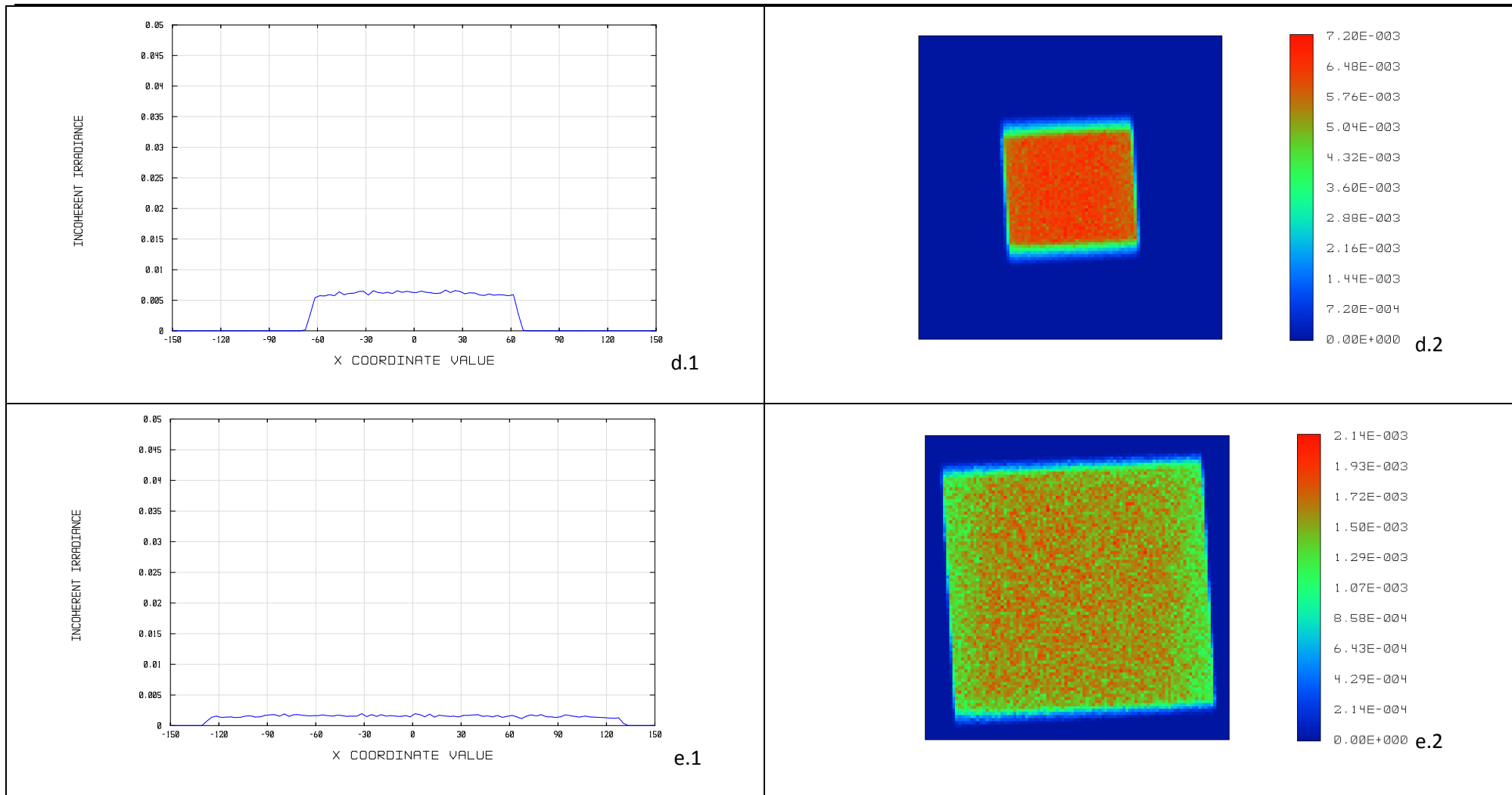


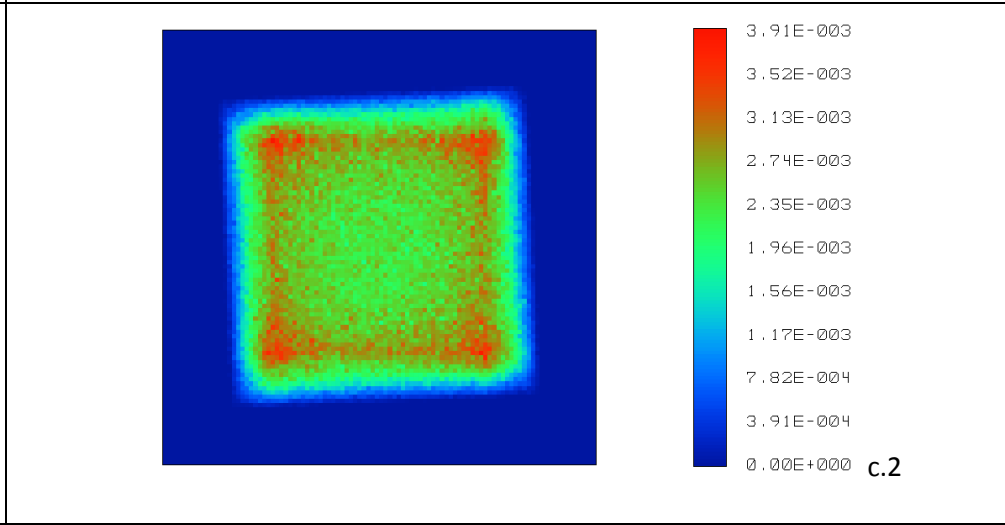
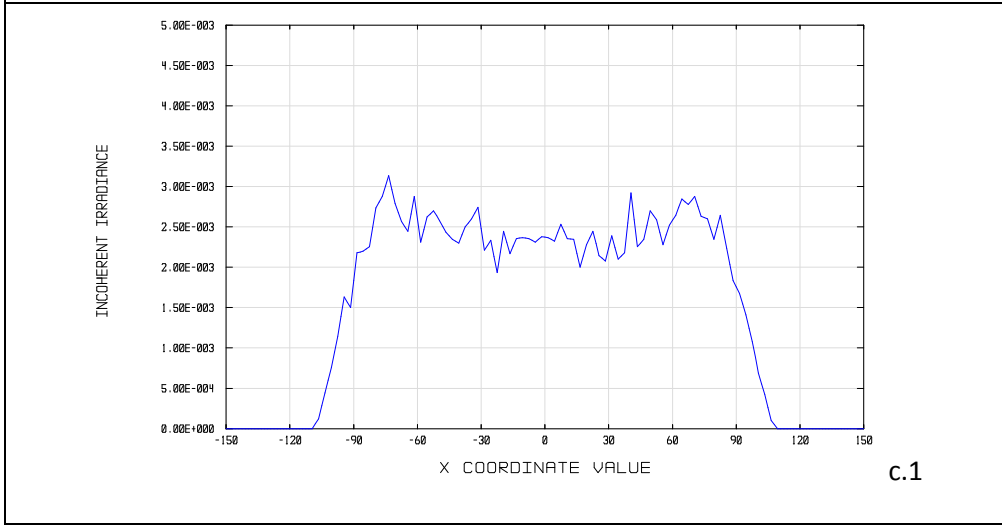
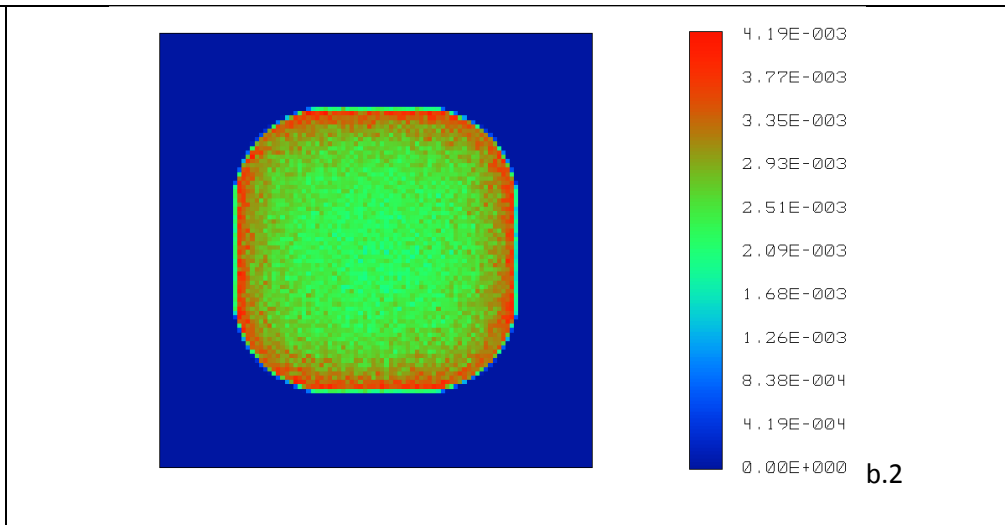
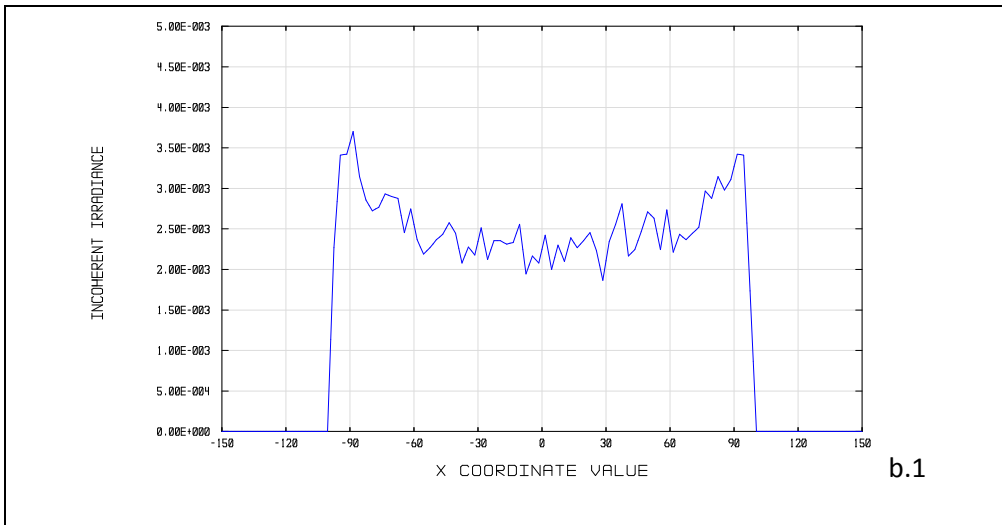
Figura B-11 Resultats de la simulació Zemax en les condicions definides en la Taula B-11 . b.1, c.1, d.1, e.1) Irradiància: tall en el meridià X, mides expressades en mm. b.2, c.2, d.2, e.2) Irradiància : mapa en fals color.

B.4 Funció Expansora. Parcel·la objectiu descentrada

B.4.1 Parcel·la objectiu descentrada 10 °

Faceta 20x20 mm Parcel·la objectiu descentrada 10° Funció expansora E= 200 mm K=0.001 L=0.2				
a) Mm (XxY) (mm)	b) Mz (XxY) (mm)	c) Font 1X1 (mm)	d) Font 2x2 (mm)	e) Font 4x4 (mm)
159.74x160	199.5x199.3	216.2x217	213.2x213.8	193.7x194

Taula B-12: a) Mida de la taca calculada en els meridians X i Y. b) Mida de la taca simulada en els meridians X i Y amb Zemaxtm utilitzant font puntual i obertura 3.4°. c) Mida de la taca simulada amb Zemaxtm en el meridià X utilitzant font extensa de 1x1 mm i obertura 3°. d) Mida de la taca simulada amb Zemaxtm en el meridià X utilitzant font extensa de 2x2 mm i obertura 2.6°. e) Mida de la taca simulada amb Zemaxtm en el meridià X utilitzant font extensa de 4x4 mm i obertura 1.8°



Annex B.- Gràfiques resultants de les simulacions amb font extensa

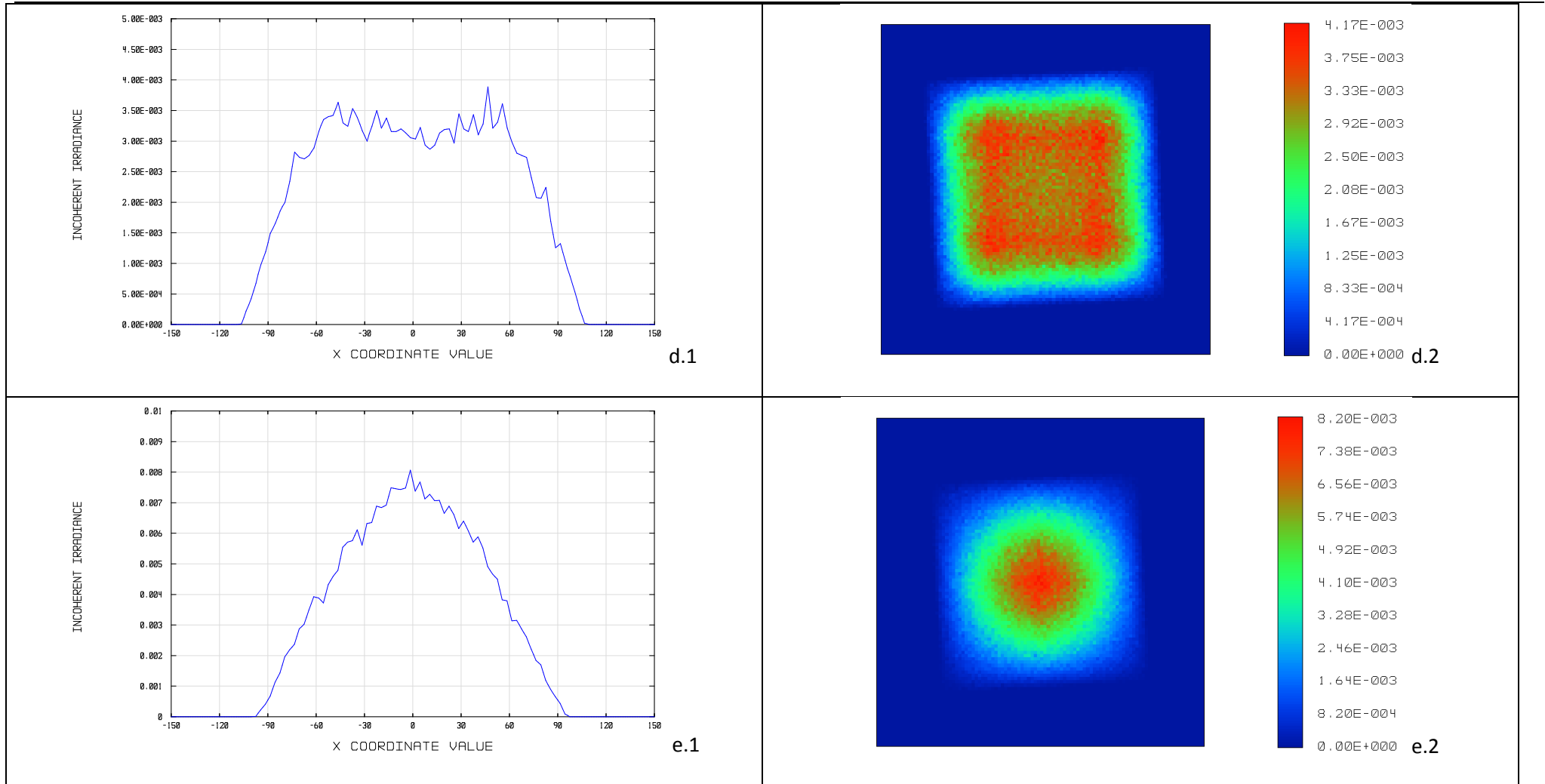
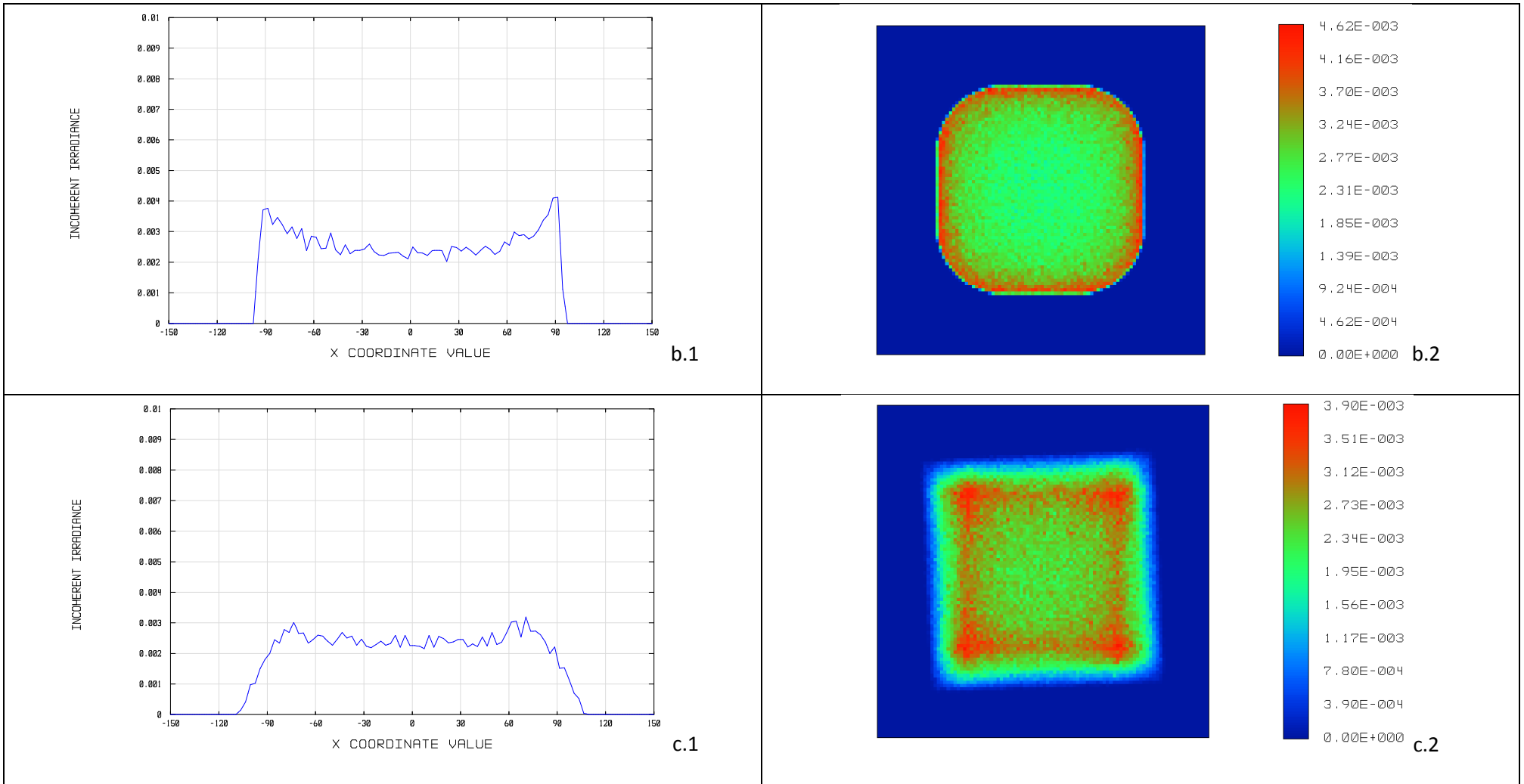


Figura B-12 Resultats de la simulació Zemax en les condicions definides en la Taula B-12 . b.1, c.1, d.1, e.1) Irradiància: tall en el meridià X, mides expressades en mm. b.2, c.2, d.2, e.2) Irradiància : mapa en fals color.

B.4.2 Parcel·la objectiu descentrada 20 °

Faceta 20x20 mm Parcel·la objectiu descentrada 20° Funció expansora E= 200 mm K=0.001 L=0.2				
a) Mm (XxY) (mm)	b) Mz (XxY) (mm)	c) Font 1X1 (mm)	d) Font 2x2 (mm)	e) Font 4x4 (mm)
189x195.12	196.69x186.13	213.2X 213.7	213.3X 213.5	202.1x202.7

Taula B-13: a) Mida de la taca calculada en els meridians X i Y. b) Mida de la taca simulada en els meridians X i Y amb Zemaxtm utilitzant font puntual i obertura 3.4°. c) Mida de la taca simulada amb Zemaxtm en el meridià X utilitzant font extensa de 1x1 mm i obertura 3°. d) Mida de la taca simulada amb Zemaxtm en el meridià X utilitzant font extensa de 2x2 mm i obertura 2.6°. e) Mida de la taca simulada amb Zemaxtm en el meridià X utilitzant font extensa de 4x4 mm i obertura 1.8°



Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure

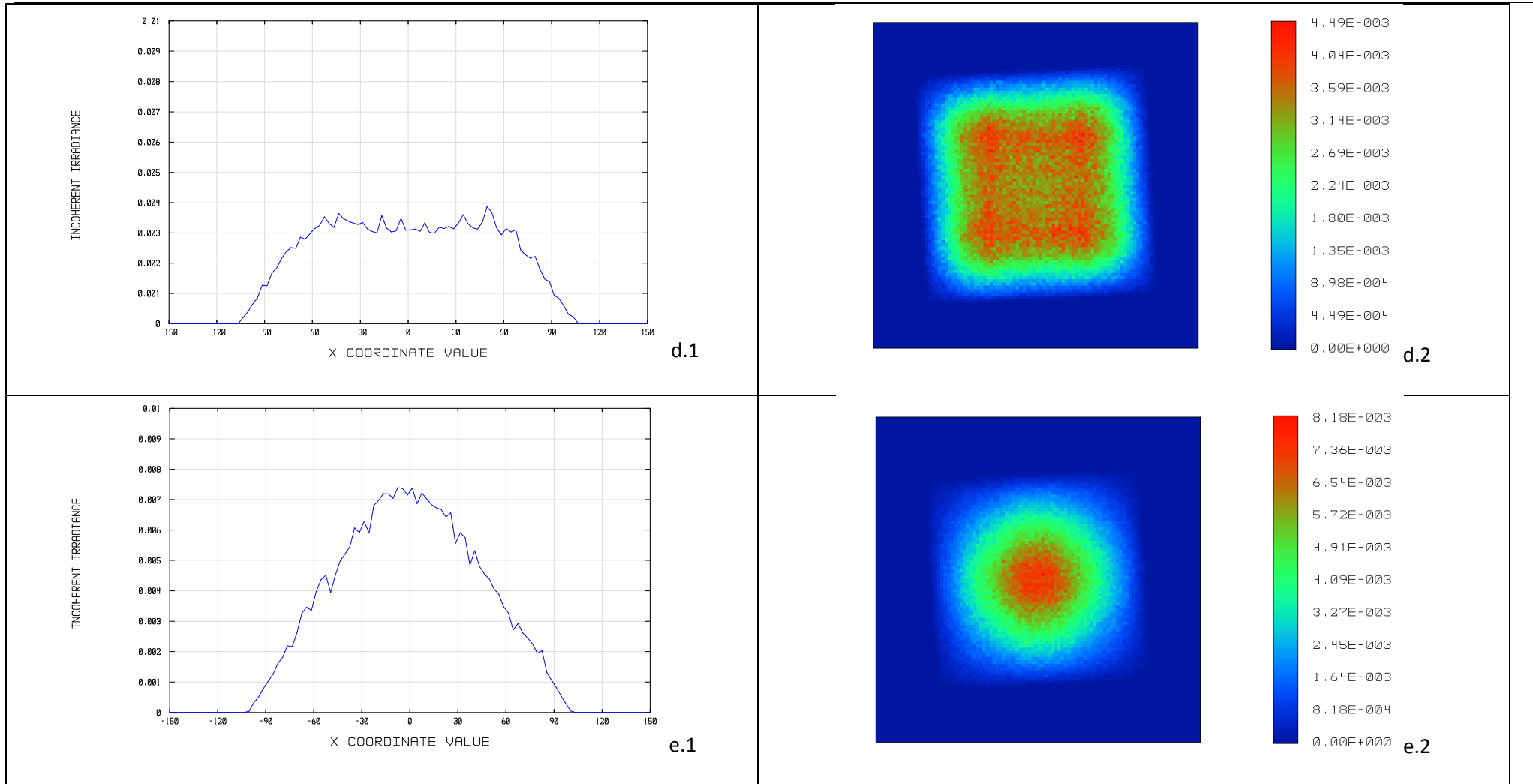
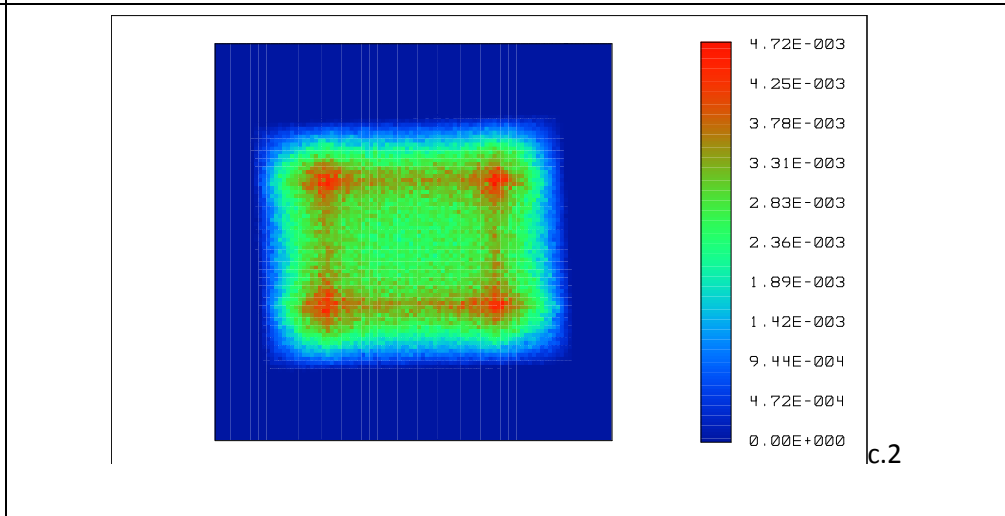
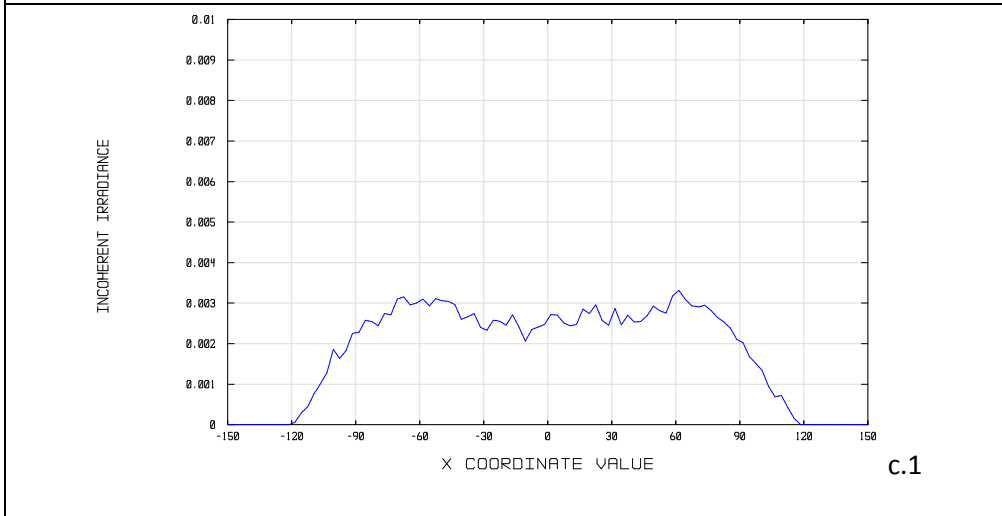
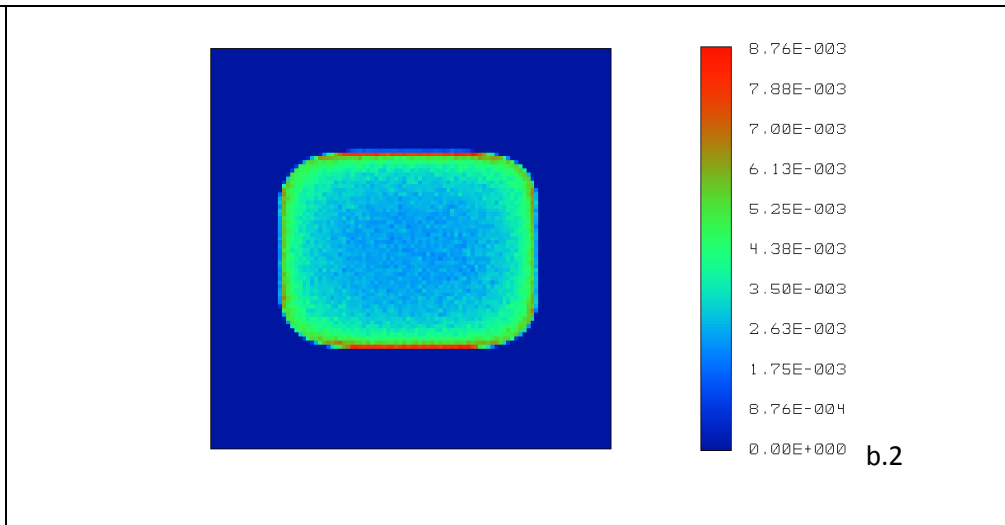
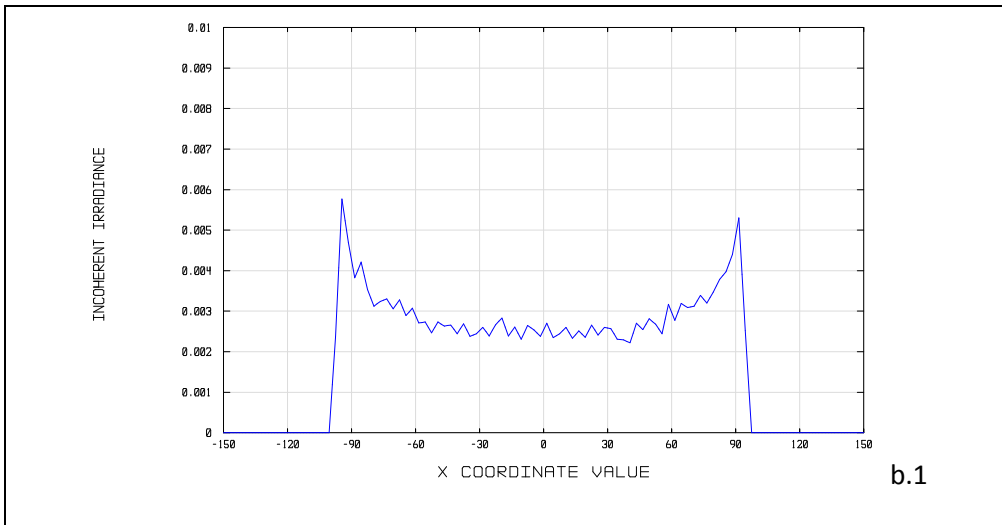


Figura B-13 Resultats de la simulació Zemax en les condicions definides en la Taula B-13 . b.1, c.1, d.1, e.1) Irradiància: tall en el meridià X, mides expressades en mm. b.2, c.2, d.2, e.2) Irradiància : mapa en fals color.

B.4.3 Parcel·la objectiu descentrada 40°

Faceta 20x20 mm Parcel·la objectiu descentrada 40° Funció expansora E=200 mm K=0.001 L=0.2				
a) Mm (XxY) (mm)	b) Mz (XxY) (mm)	c) Font 1X1 (mm)	d) Font 2x2 (mm)	e) Font 4x4 (mm)
192x 195.66	196.71x152	234x190	247x205	251x223

Taula B-14: a) Mida de la taca calculada en els meridians X i Y. b) Mida de la taca simulada en els meridians X i Y amb Zemaxtm utilitzant font puntual i obertura 3.4°. c) Mida de la taca simulada amb Zemaxtm en el meridià X utilitzant font extensa de 1x1 mm i obertura 3°. d) Mida de la taca simulada amb Zemaxtm en el meridià X utilitzant font extensa de 2x2 mm i obertura 2.6°. e) Mida de la taca simulada amb Zemaxtm en el meridià X utilitzant font extensa de 4x4 mm i obertura 1.8°



Annex B.- Gràfiques resultants de les simulacions amb font extensa

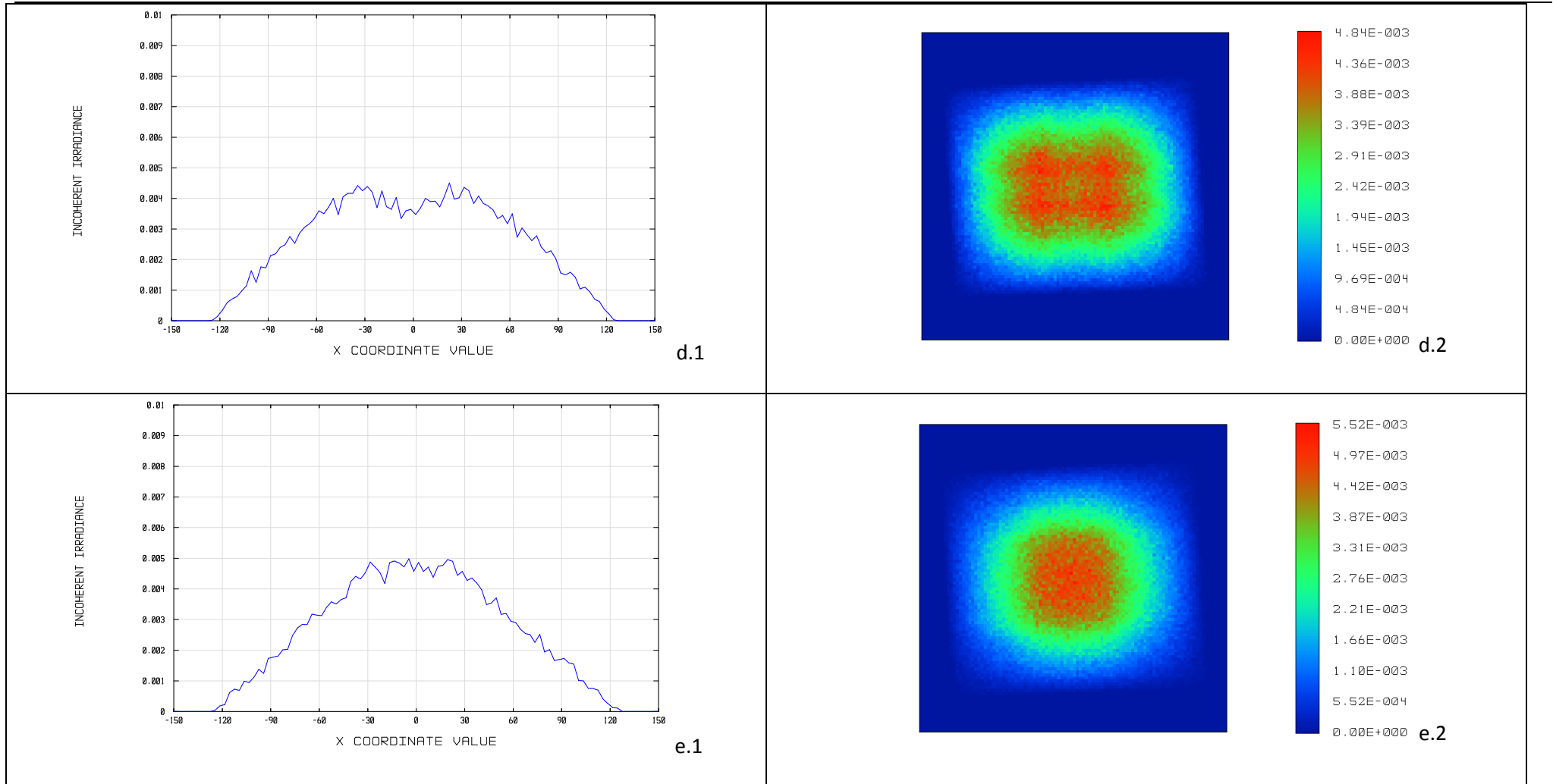


Figura B-14 Resultats de la simulació Zemax en les condicions definides en la Taula B-14. b.1, c.1, d.1, e.1) Irradiància: tall en el meridià X, mides expressades en mm. b.2, c.2, d.2, e.2) Irradiància : mapa en fals color.

B.5 Múltiples facetes: 9 facetes (3x3)

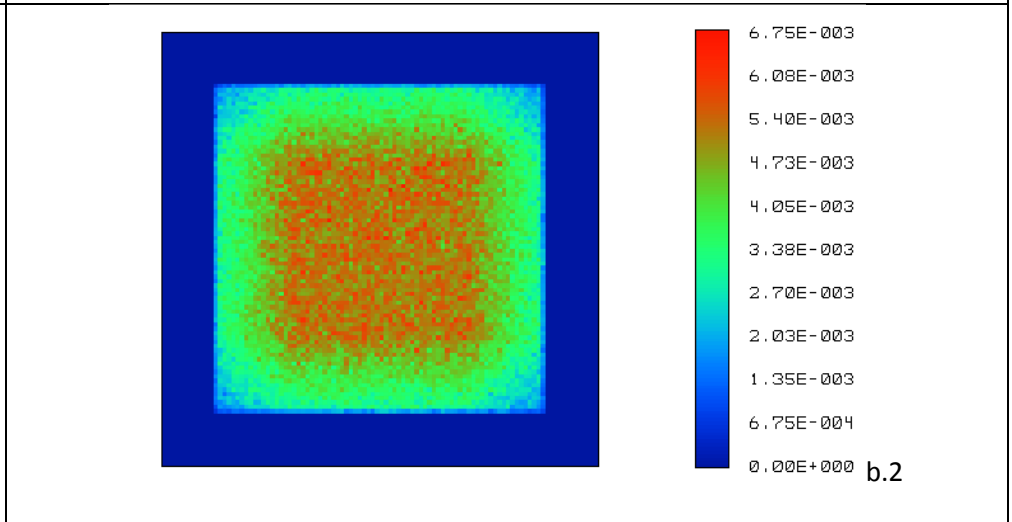
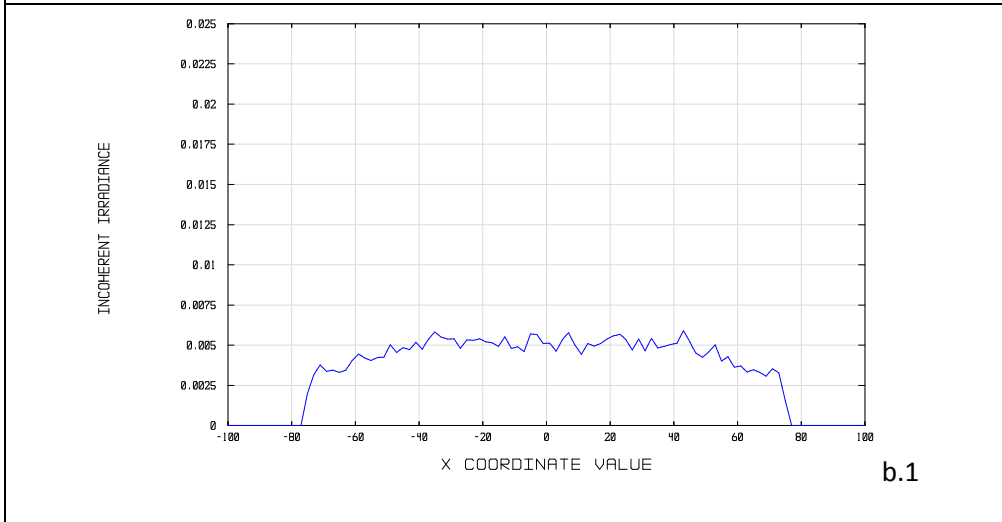
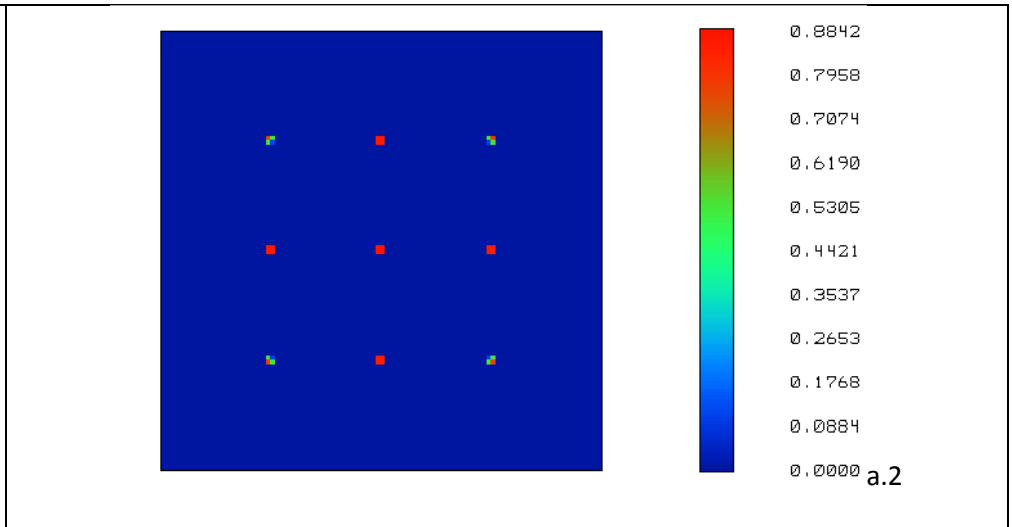
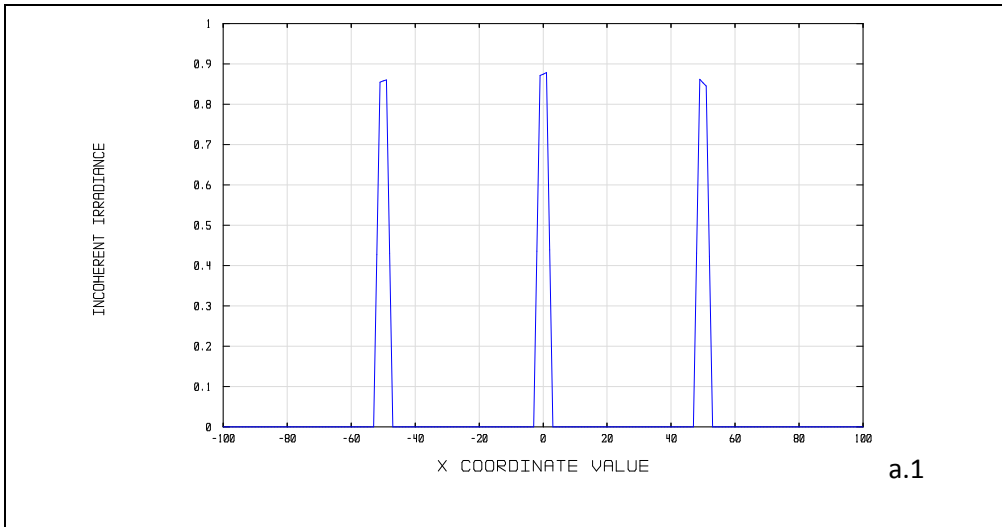
B.5.1 Funció concentradora

B.5.1.1 Mida de la faceta: 5x5 mm

9 facetes. Faceta 5x5mm. Funció concentradora				
	a) Font puntual	b) Font 1x1 mm	c) Font 2x2 mm	d) Font 4x4mm
α	2.4°	2.2°	1.8°	1.8°
Mz(x) total (mm)	110	153	200	164
Mz(x) parcial (mm)	3.5		103	105

Taula B-15: Mida de la taca simulada amb Zemaxtm corresponent a un conjunt de 9 facetes de 5x5 mm, no lligades a) per font puntual i facetes b) amb font extensa 1x1 mm. c) amb font extensa 2x2 mm. d) amb font extensa 4x4 mm. Mz(x) total = mida màxima de la taca. Mz(x) =mida de la taca central. α = angle d'obertura del feix.

Utilitzant les mateixes condicions de font, no s'aprecien diferències significatives amb les mides de les taques simulades amb Zemaxtm corresponent a un conjunt de 9 facetes de 5x5 mm, quan s'utilitzen les facetes lligades i suavitzades. Per aquestes facetes, a la **Error! No s'ha trobat l'origen de la referència.** es mostren només els mapes d'irradiància en fals color



Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure

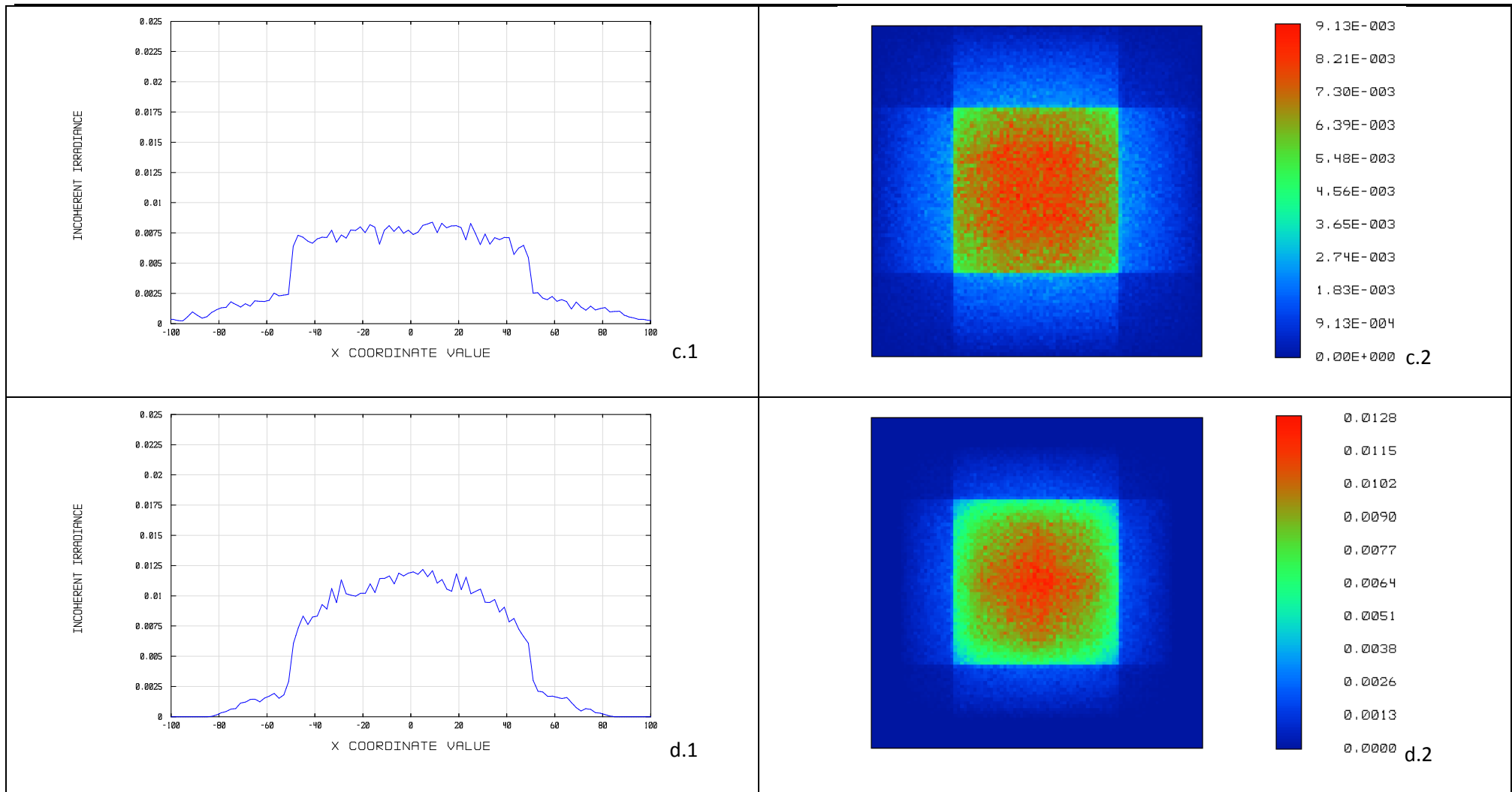


Figura B-15: Resultats de la simulació Zemaxtm en les condicions definides en la Taula B-15Taula B-14 .a.1, b.1, c.1, d.1) Irradiància: tall en el meridià X, mides expressades en mm. a.2, b.2, c.2, d.2) Irradiància : mapa en fals color.

Annex B.- Gràfiques resultants de les simulacions amb font extensa

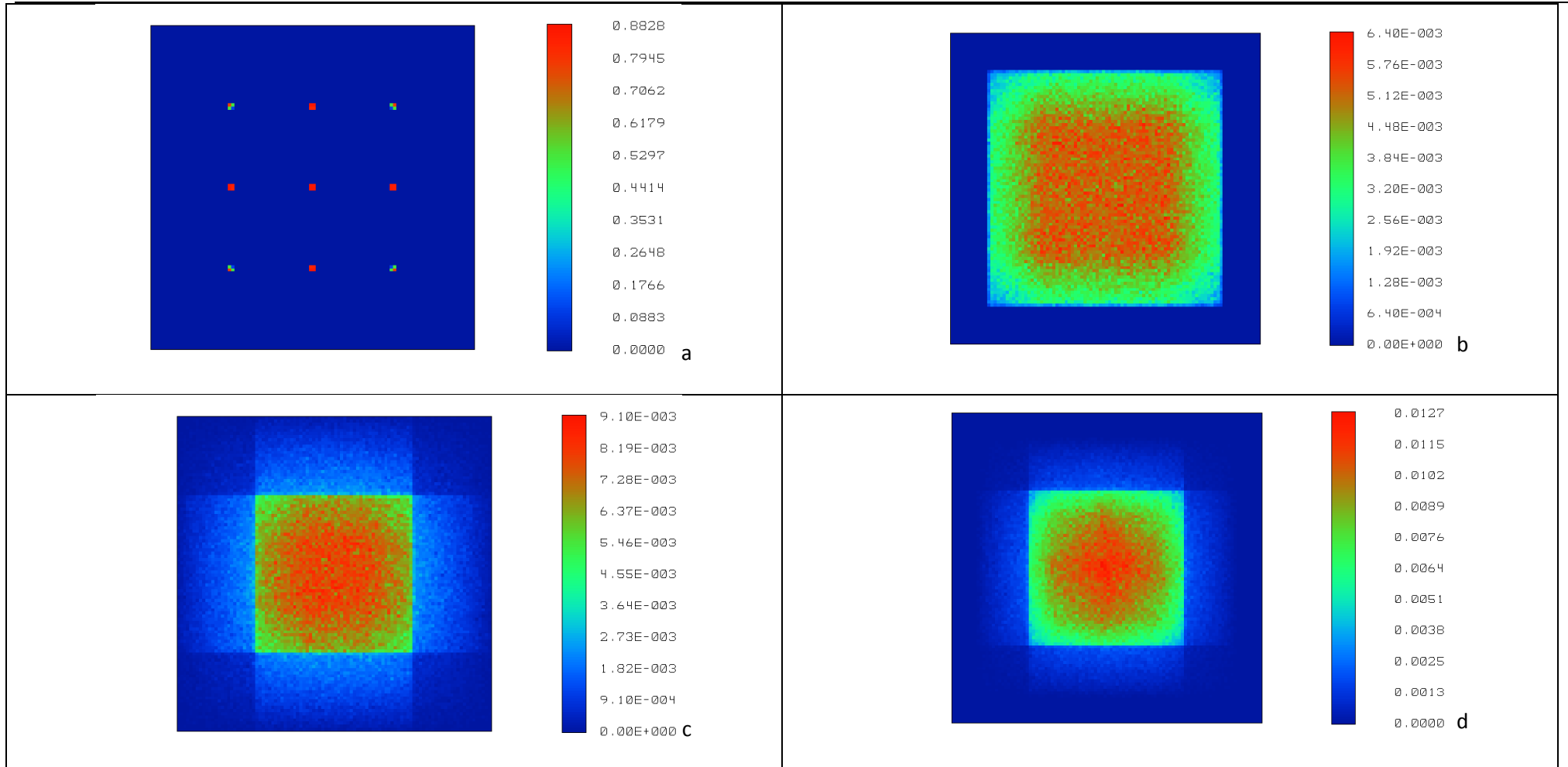


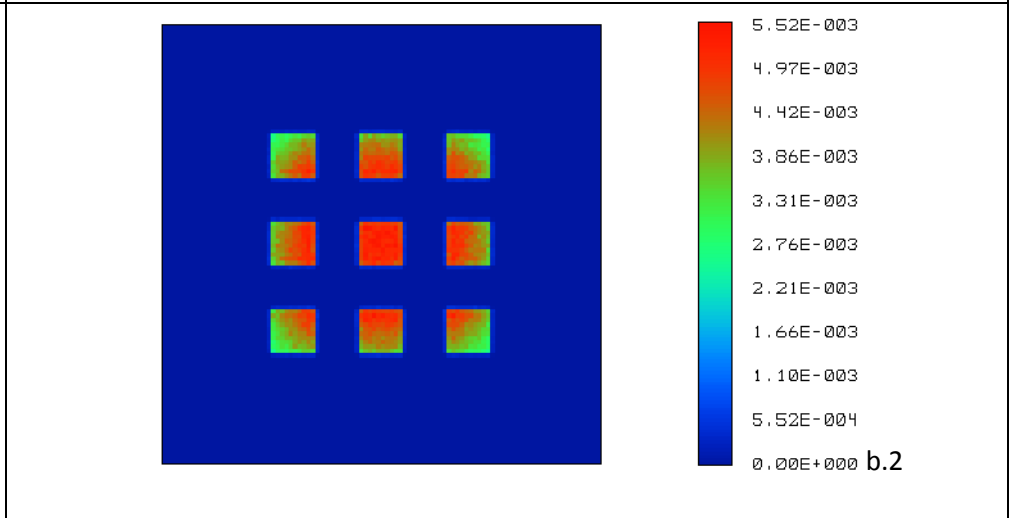
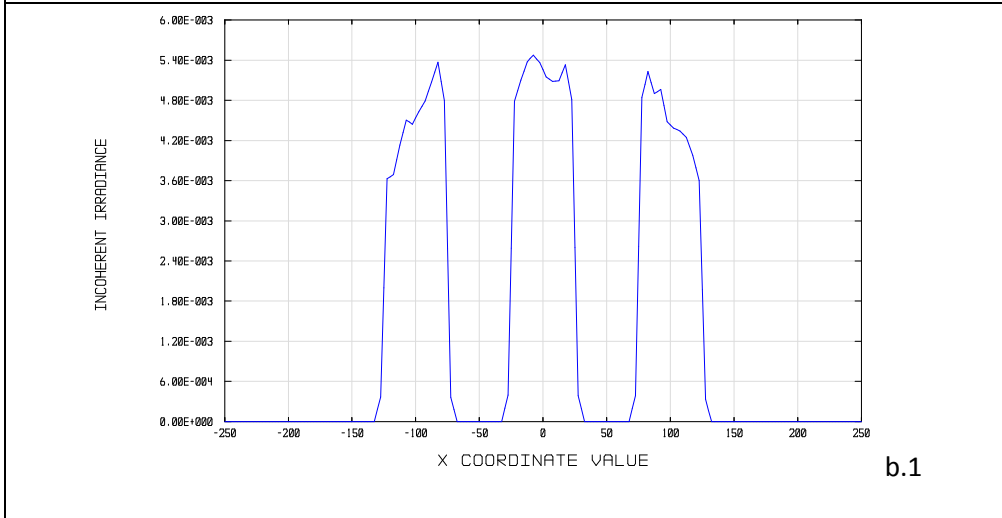
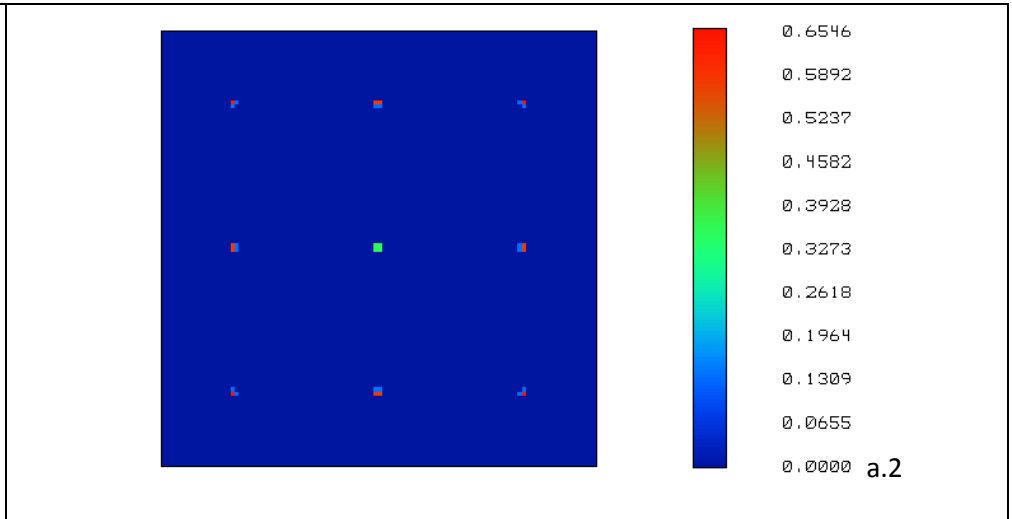
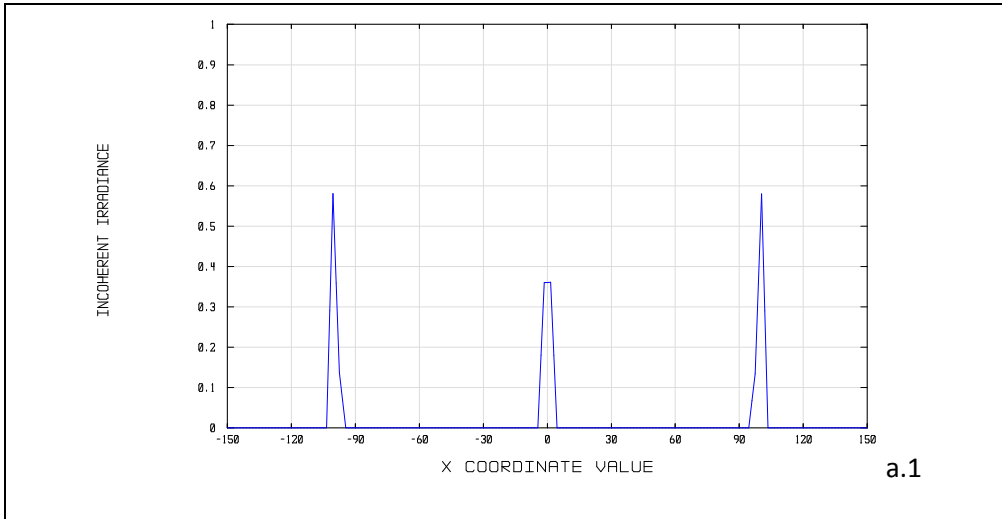
Figura B-16: Resultats de la simulació Zemaxtm en les condicions definides en la Taula B-15Taula B-14 utilitzant les facetes lligades i suavitzades a,b,c,d) Irradiància : mapa en fals color.

B.5.1.2 Mida de la faceta: 10 mm

9 facetes. Faceta 10x10mm. Funció concentradora				
	a) Font puntual	b) Font 1x1 mm	c) Font 2x2 mm	d) Font 4x4mm
α	5°	4.4°	4.4°	4.4°
Mz(x) total (mm)	205	264	309	405
Mz(x) parcial (mm)	8.5	63		206

Taula B-16: Mida de la taca simulada amb Zemaxtm corresponent a un conjunt de 9 facetes de 10x10 mm, a) per font puntual i facetes no lligades b) per font puntual i facetes suavitzades, c) amb font extensa 1x1 mm i facetes no lligades. d) amb font extensa 2x2 mm, i facetes no lligades. e) amb font extensa 4x4 mm i facetes no lligades. Mz(x) total = mida màxima de la taca. Mz(x) =mida de la taca central. α = angle d'obertura del feix.

Utilitzant les mateixes condicions de font, no s'aprecien diferències significatives amb les mides de les taques simulades amb Zemaxtm corresponent a un conjunt de 9 facetes de 10x010 mm, quan s'utilitzen les facetes lligades i suavitzades. Per aquestes facetes, a la Figura B-18 es mostren només els mapes d'irradiància en fals color



Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure

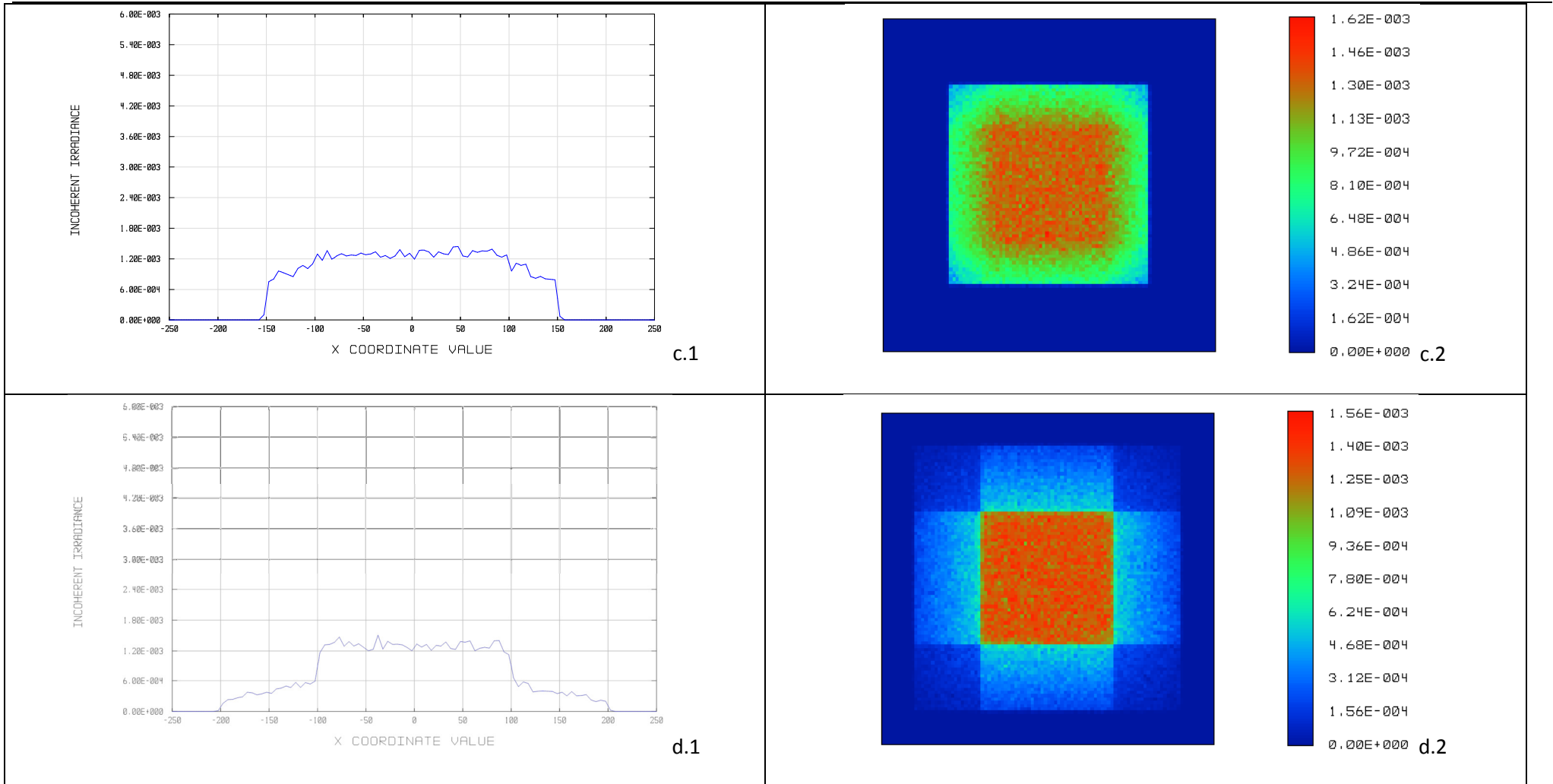


Figura B-17: Resultats de la simulació Zemaxtm en les condicions definides en la Taula B-14Taula B-16.a.1, b.1, c.1, d.1) Irradiància: tall en el meridià X, mides expressades en mm. a.2, b.2, c.2, d.2) Irradiància : mapa en fals color.

Annex B.- Gràfiques resultants de les simulacions amb font extensa

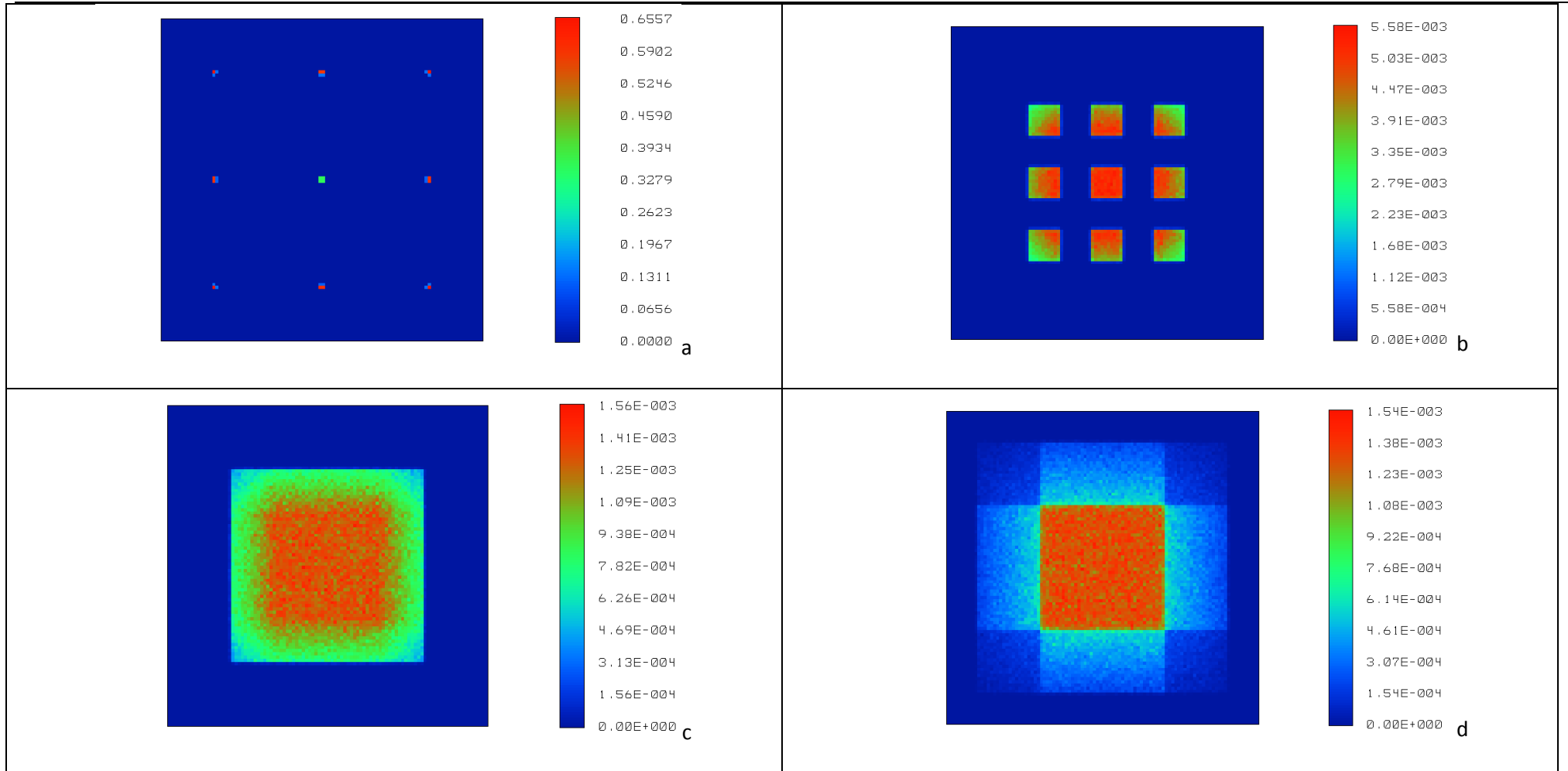


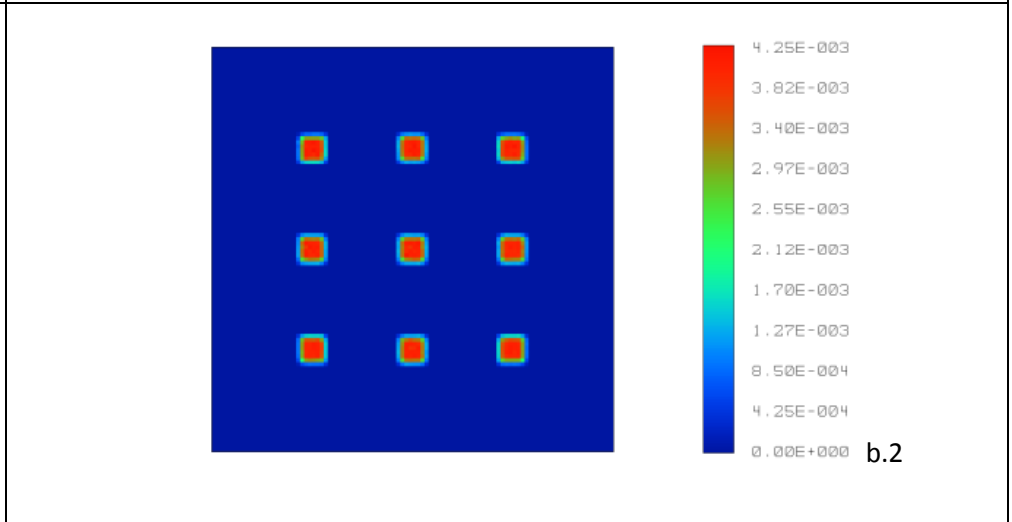
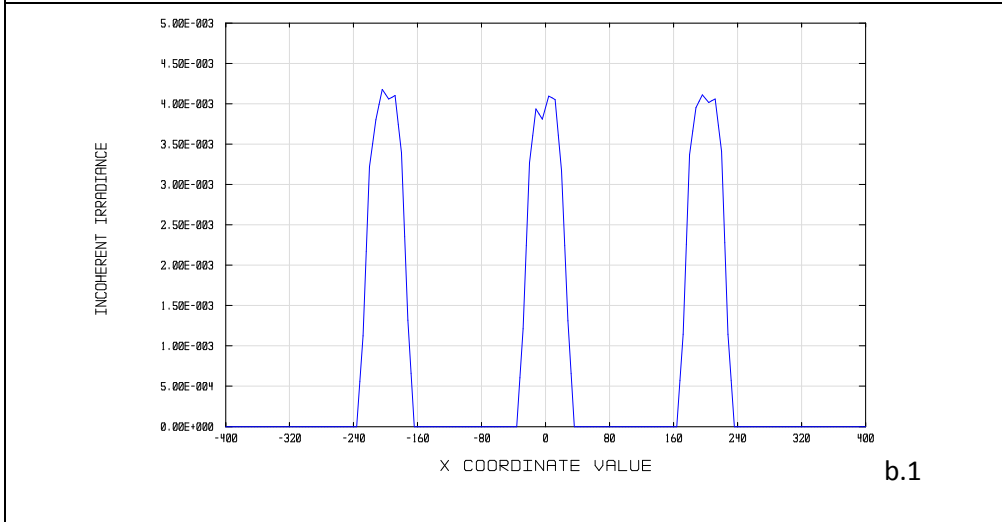
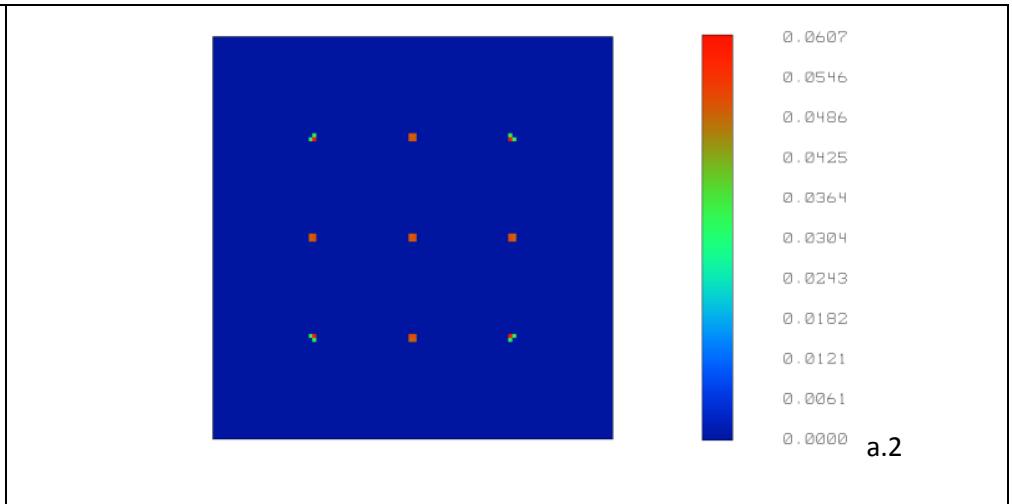
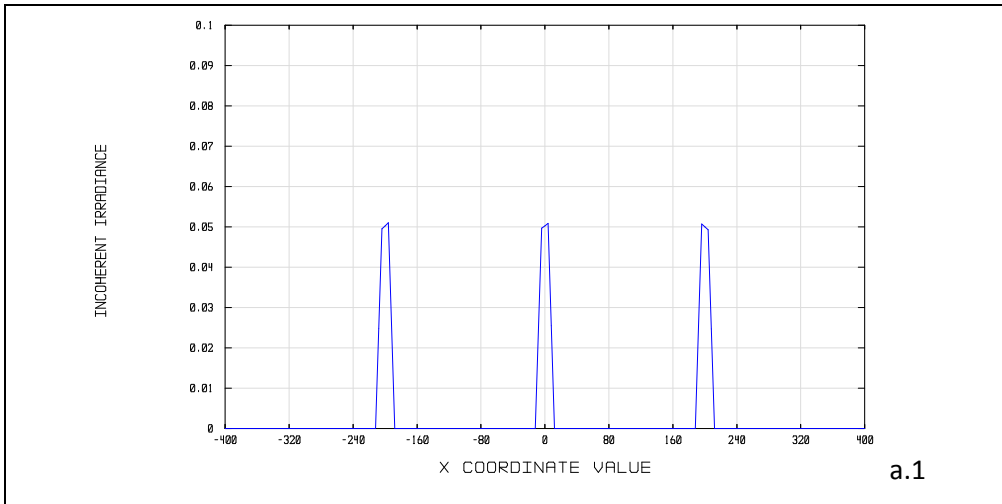
Figura B-18: Resultats de la simulació Zemaxtm en les condicions definides en la Taula B-16 utilitzant les facetes lligades i suavitzades a,b,c,d) Irradiància : mapa en fals color.

B.5.1.3 Mida de la faceta: 20 mm

9 facetes. Faceta 20x20mm. Funció concentradora				
	a) Font puntual	b) Font 1x1 mm	c) Font 2x2 mm	d) Font 4x4mm
α	10°	10°	10°	10°
Mz(x) total (mm)	415	474	521	614
Mz(x) parcial (mm)	25	70	124	

Taula B-17: Mida de la taca simulada amb Zemaxtm corresponent a un conjunt de 9 facetes de 20x20 mm, a) per font puntual i facetes no lligades b) per font puntual i facetes suavitzades, c) amb font extensa 1x1 mm i facetes no lligades. d) amb font extensa 2x2 mm, i facetes no lligades. e) amb font extensa 4x4 mm i facetes no lligades. Mz(x) total = mida màxima de la taca. Mz(x) =mida de la taca central. α = angle d'obertura del feix.

Utilitzant les mateixes condicions de font, no s'aprecien diferències significatives amb les mides de les taques simulades amb Zemaxtm corresponent a un conjunt de 9 facetes de 20x20 mm, quan s'utilitzen les facetes lligades i suavitzades. Per aquestes facetes, a la Figura B-20 es mostren només els mapes d'irradiància en fals color



Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure

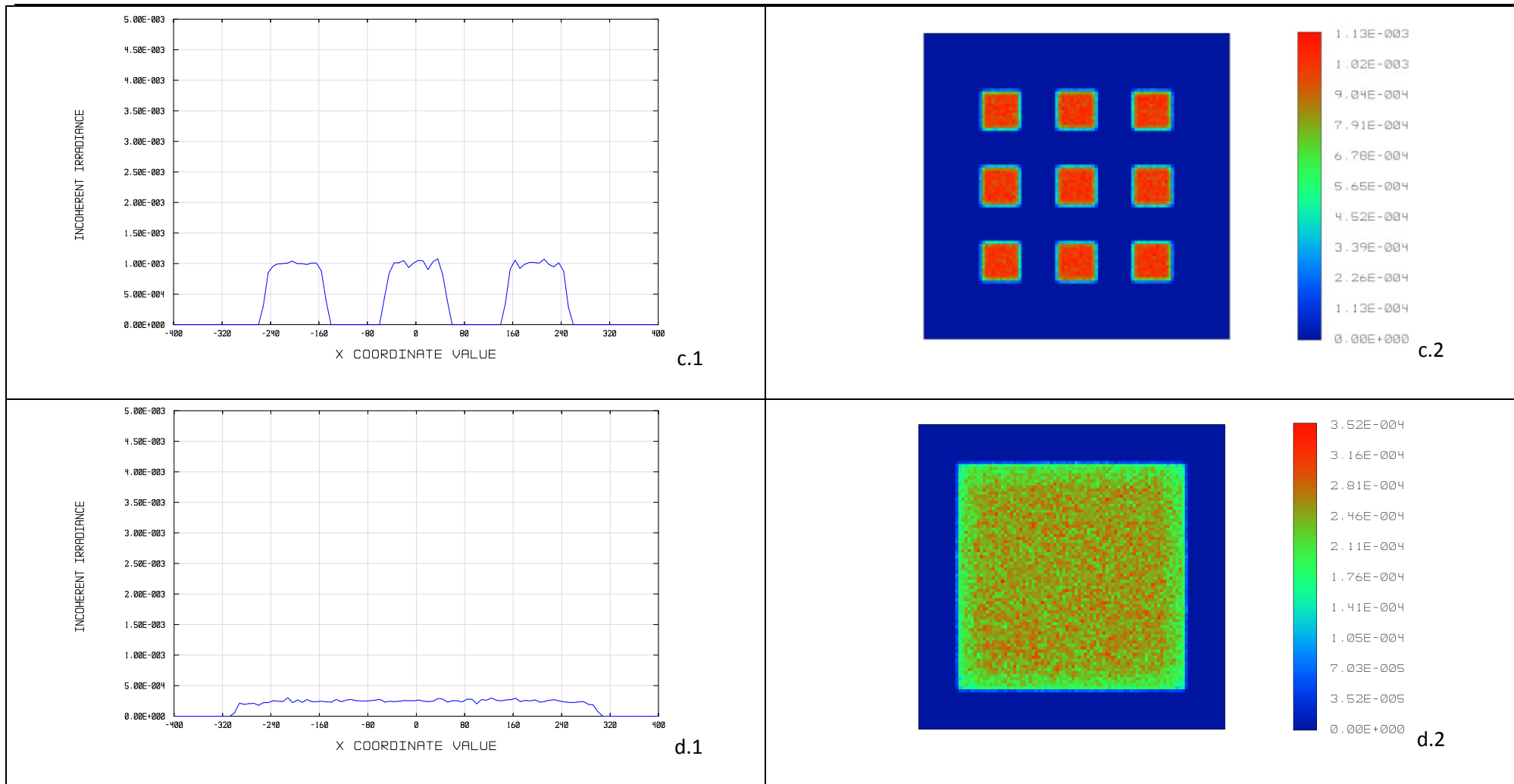


Figura B-19: Resultats de la simulació Zemaxtm en les condicions definides en la Taula B-17Taula B-14 .a.1, b.1, c.1, d.1) Irradiància: tall en el meridià X, mides expressades en mm. a.2, b.2, c.2, d.2) Irradiància : mapa en fals color.

Annex B.- Gràfiques resultants de les simulacions amb font extensa

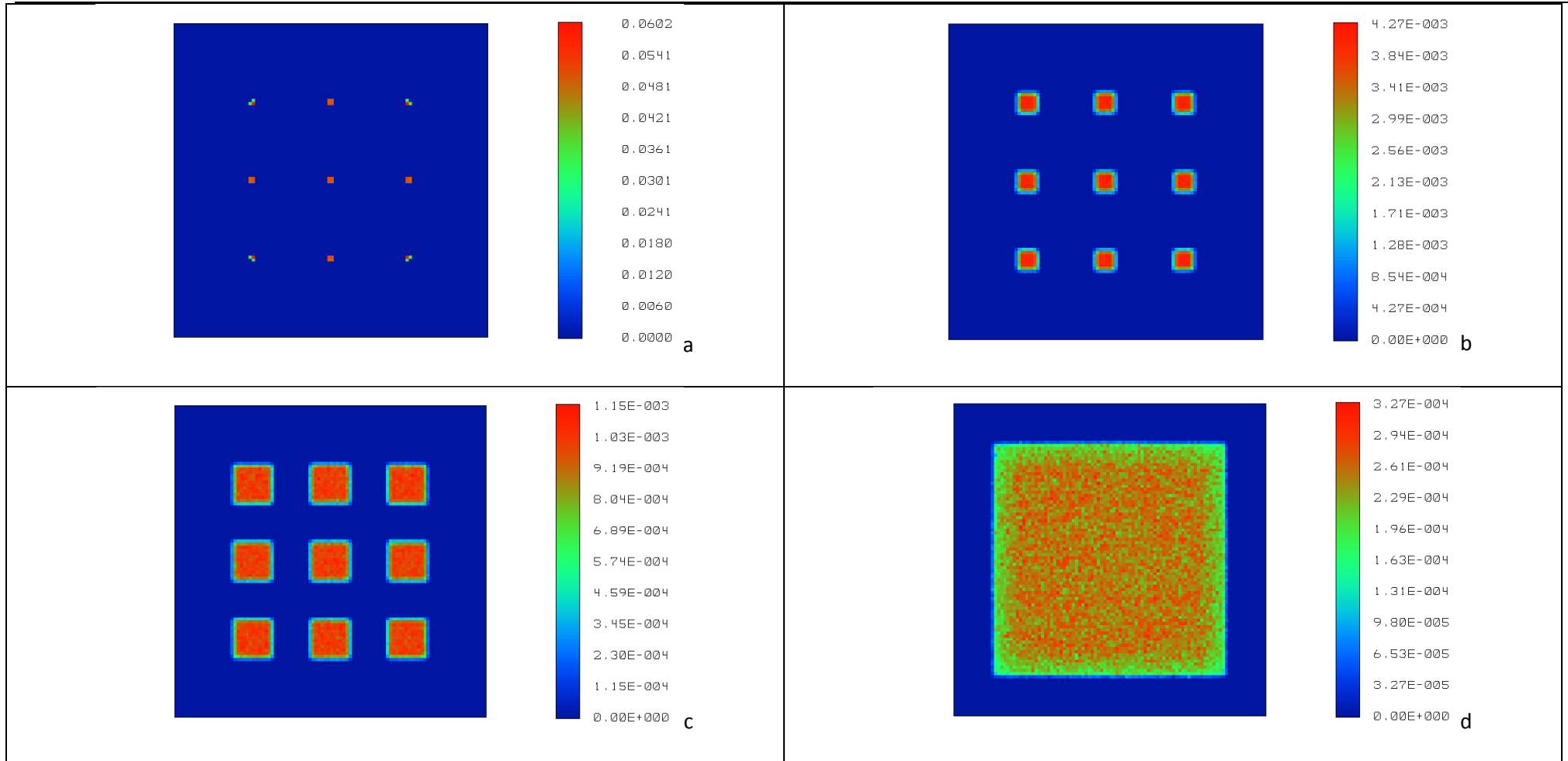


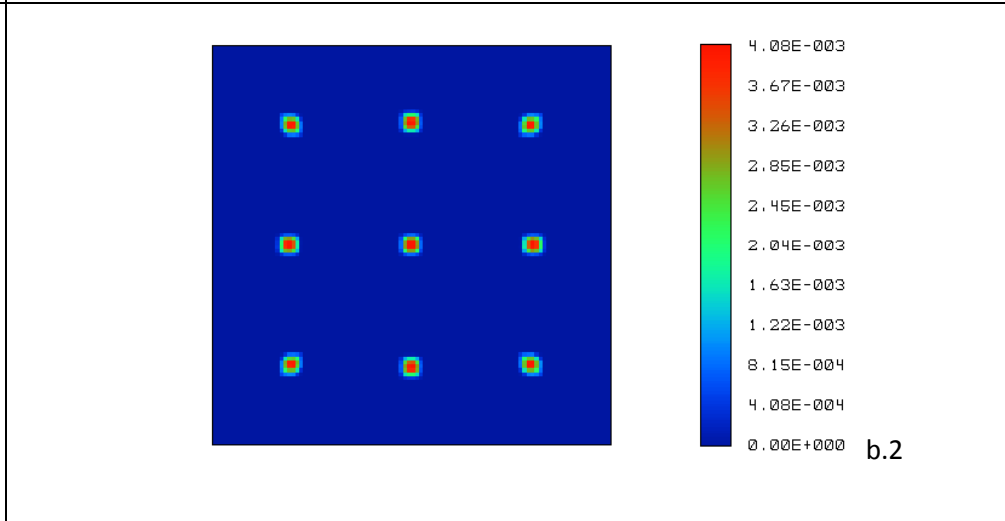
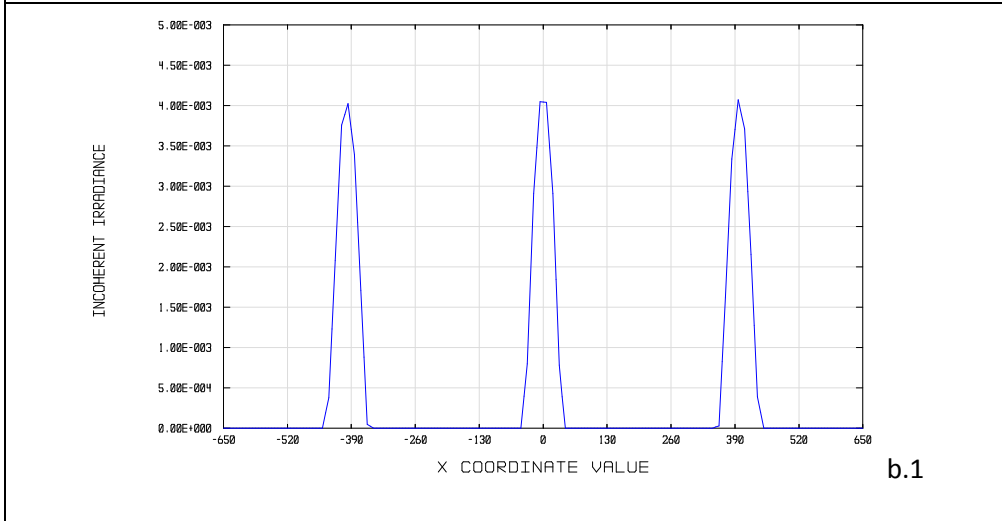
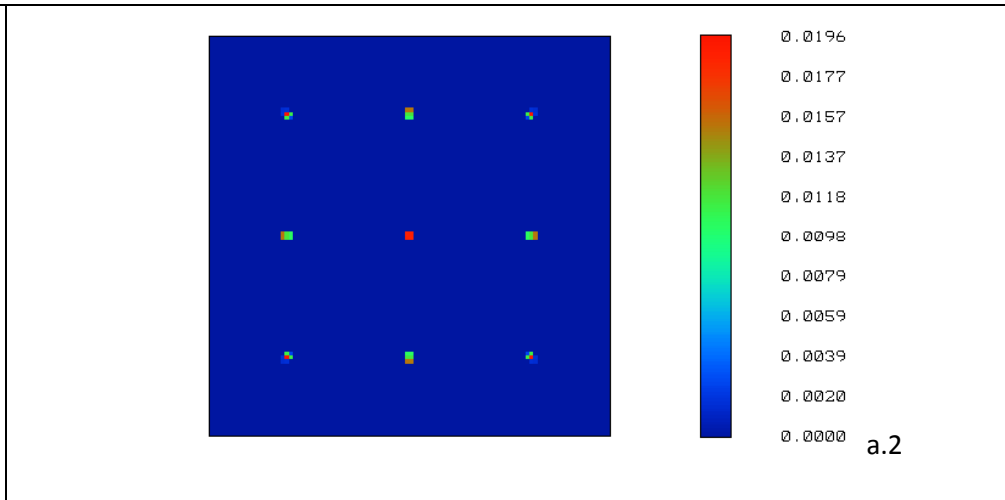
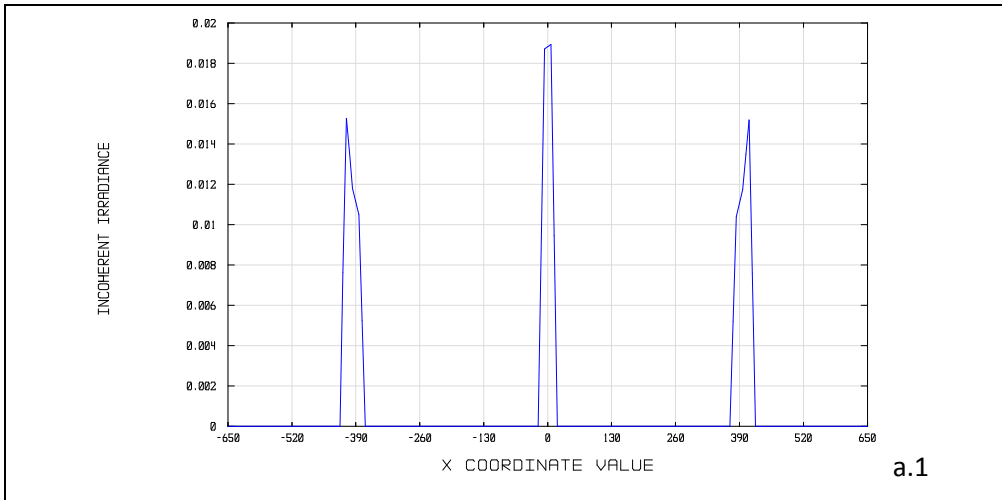
Figura B-20: Resultats de la simulació Zemaxtm en les condicions definides en la Taula B-17Taula B-14 utilitzant les facetes lligades i suavitzades a,b,c,d) Irradiància : mapa en fals color.

B.5.1.4 Mida de la faceta: 40 mm

9 facetes. Faceta 40x40mm. Funció concentradora					
	a) Font puntual	b) Font puntual (suavitzades)	c) Font 1x1 mm	d) Font 2x2 mm	e) Font 4x4mm
α	20°	20°	20°	20°	20°
Mz(x) total (mm)	836	836	895	947	1100
Mz(x) parcial (mm)	248	248	87	140	240

Taula B-18: Mida de la taca simulada amb Zemaxtm corresponent a un conjunt de 9 facetes de 40x40 mm, a) per font puntual i facetes no lligades b) per font puntual i facetes suavitzades, c) amb font extensa 1x1 mm i facetes no lligades. d) amb font extensa 2x2 mm, i facetes no lligades. e) amb font extensa 4x4 mm i facetes no lligades. Mz(x) total = mida màxima de la taca. Mz(x) =mida de la taca central. α = angle d'obertura del feix.

Utilitzant les mateixes condicions de font, no s'aprecien diferències significatives amb les mides de les taques simulades amb Zemaxtm corresponent a un conjunt de 9 facetes de 40x40 mm, quan s'utilitzen les facetes lligades i suavitzades. Per aquestes facetes, a la Figura B-22 es mostren només els mapes d'irradiància en fals color



Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure

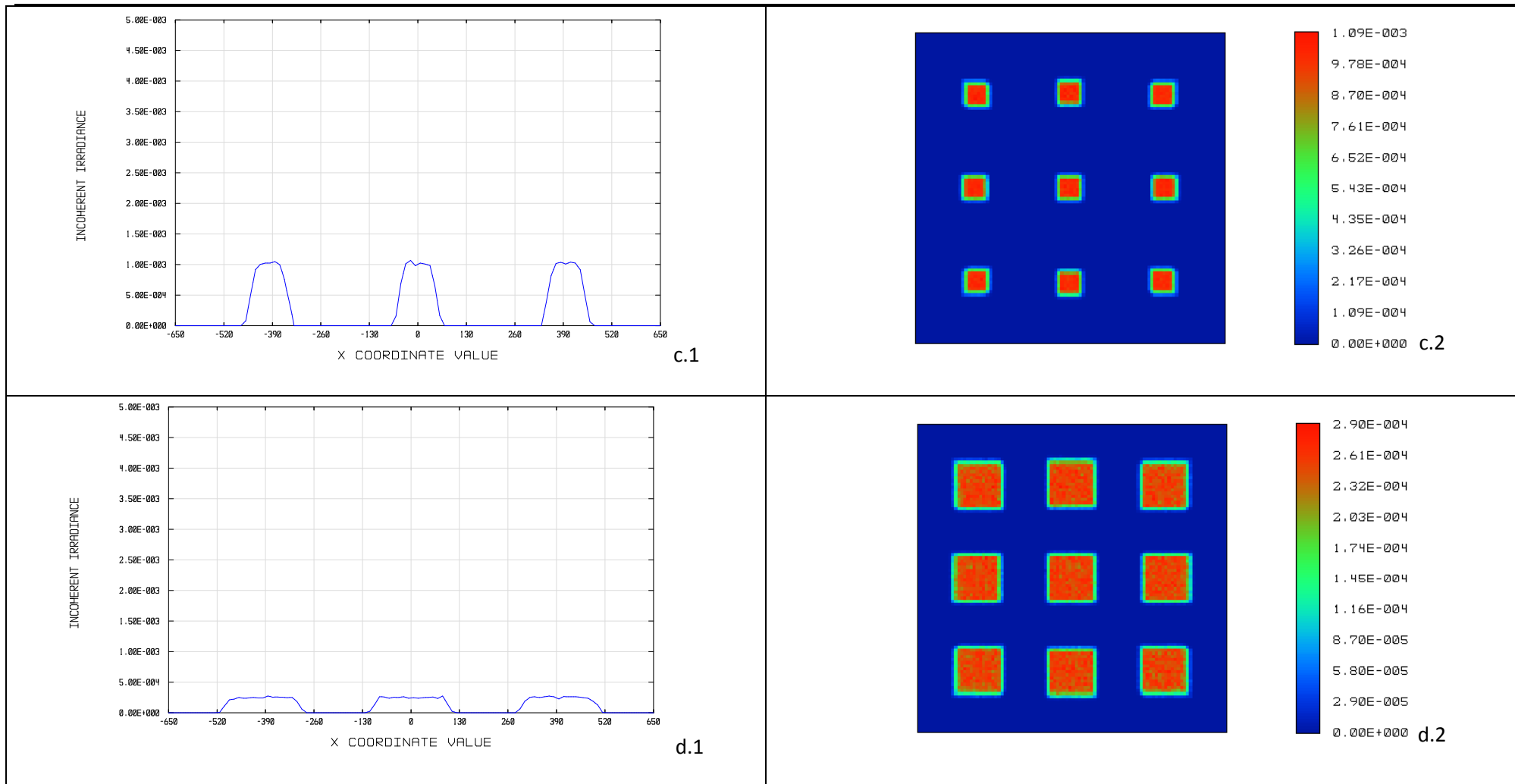


Figura B-21: Resultats de la simulació Zemaxtm en les condicions definides en la Taula B-18Taula B-14 .a.1, b.1, c.1, d.1) Irradiància: tall en el meridià X, mides expressades en mm. a.2, b.2, c.2, d.2) Irradiància : mapa en fals color.

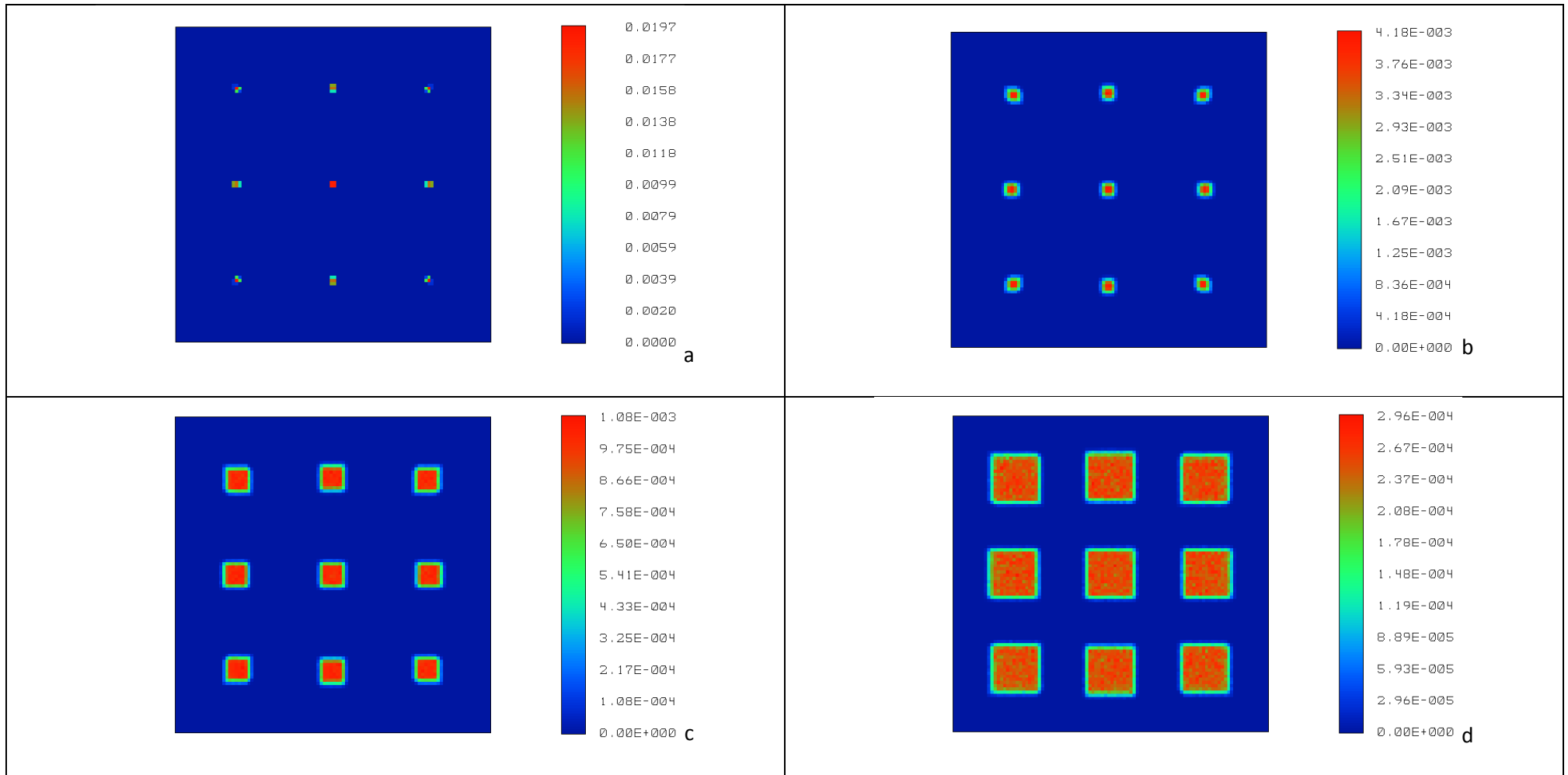


Figura B-22: Resultats de la simulació Zemaxtm en les condicions definides en la Taula B-18Taula B-14 utilitzant les facetes lligades i suavitzades a,b,c,d) Irradiància : mapa en fals color.

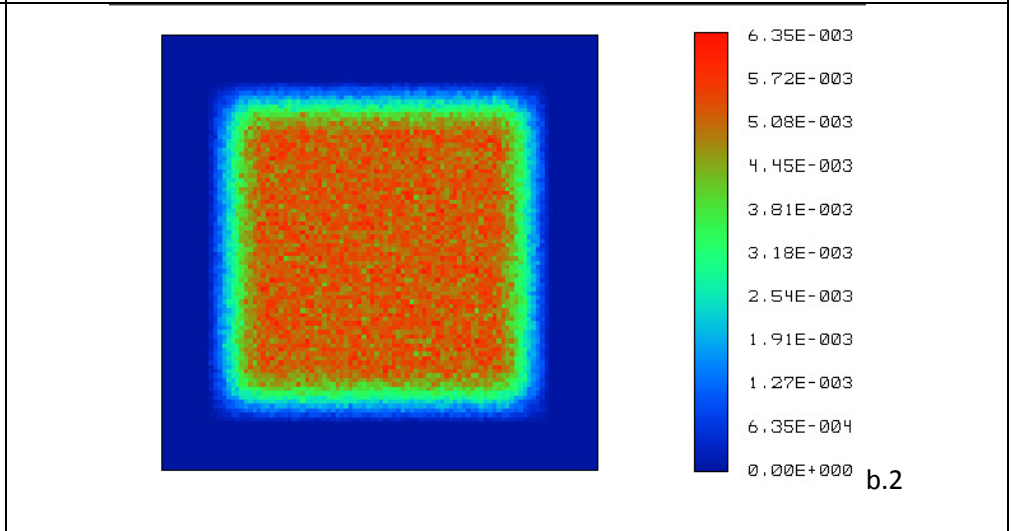
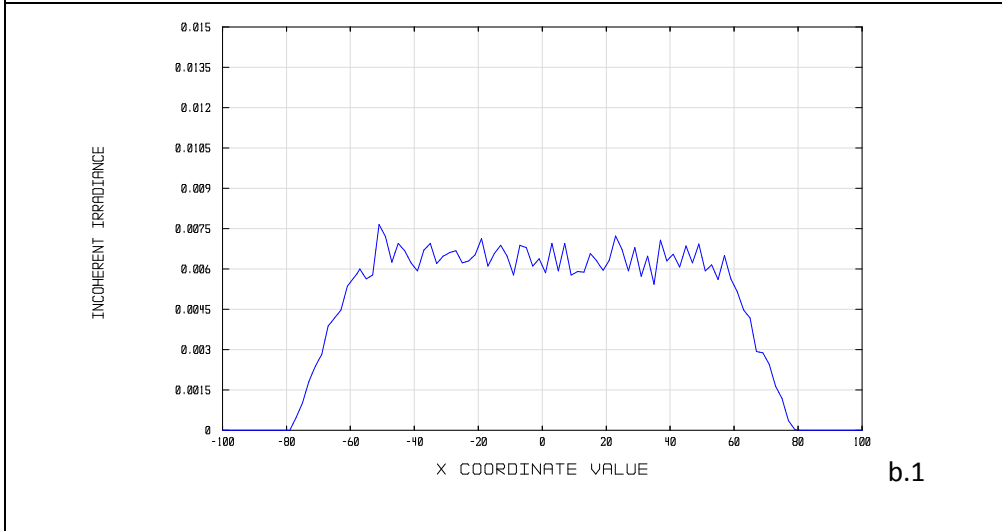
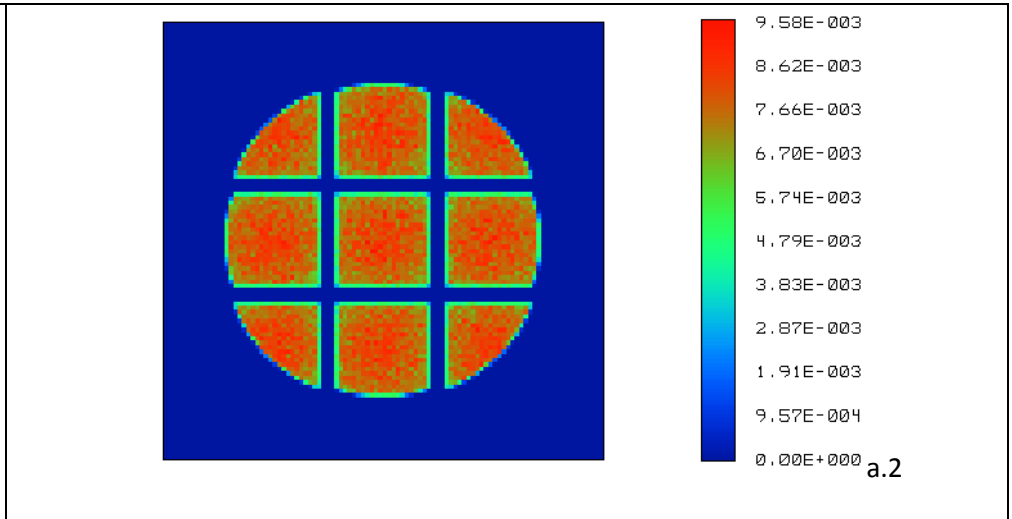
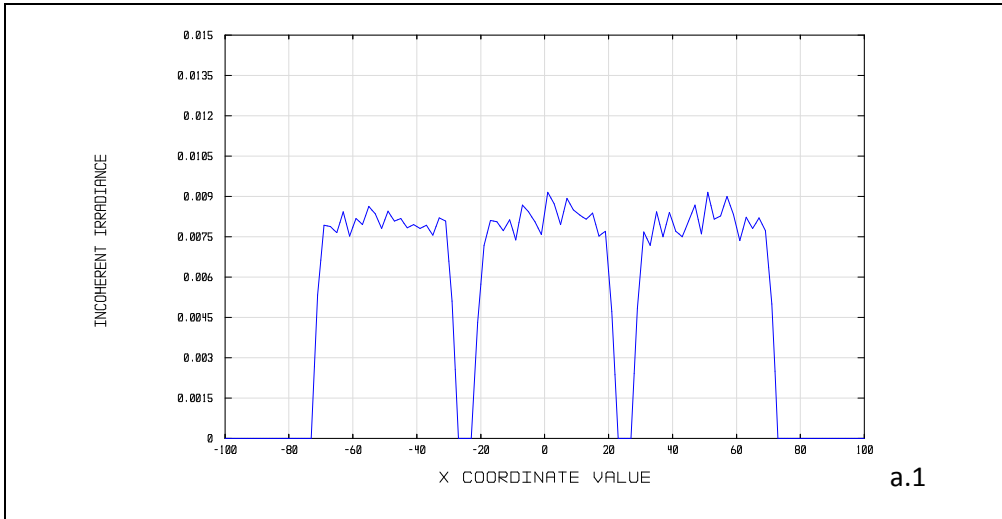
B.5.2 Funció expansora*B.5.2.1 Mida de la faceta: 5x5 mm*

9 facetes. Faceta 5x5 mm. Funció expansora E=50 mm

	a) Font puntual	b) Font puntual (suavitzades)	c) Font 1x1 mm	d) Font 2x2 mm	e) Font 4x4mm
α	2.4°	2.4°	2.2°	1.8°	1°
Mz(x) total (mm)	145	145	148	160	142
Mz(x) parcial (mm)	46	46			

Taula B-19: Mida de la taca simulada amb Zemaxtm corresponent a un conjunt de 9 facetes de 5x5 mm, a) per font puntual i facetes no lligades b) per font puntual i facetes suavitzades, c) amb font extensa 1x1 mm i facetes no lligades. d) amb font extensa 2x2 mm, i facetes no lligades. e) amb font extensa 4x4 mm i facetes no lligades. Mz(x) total = mida màxima de la taca. Mz(x) =mida de la taca central. α = angle d'obertura del feix.

Utilitzant les mateixes condicions de font, no s'aprecien diferències significatives amb les mides de les taques simulades amb Zemaxtm corresponent a un conjunt de 9 facetes de 5x5 mm, quan s'utilitzen les facetes lligades i suavitzades. Per aquestes facetes, a la Figura B-24 es mostren només els mapes d'irradiància en fals color



Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure

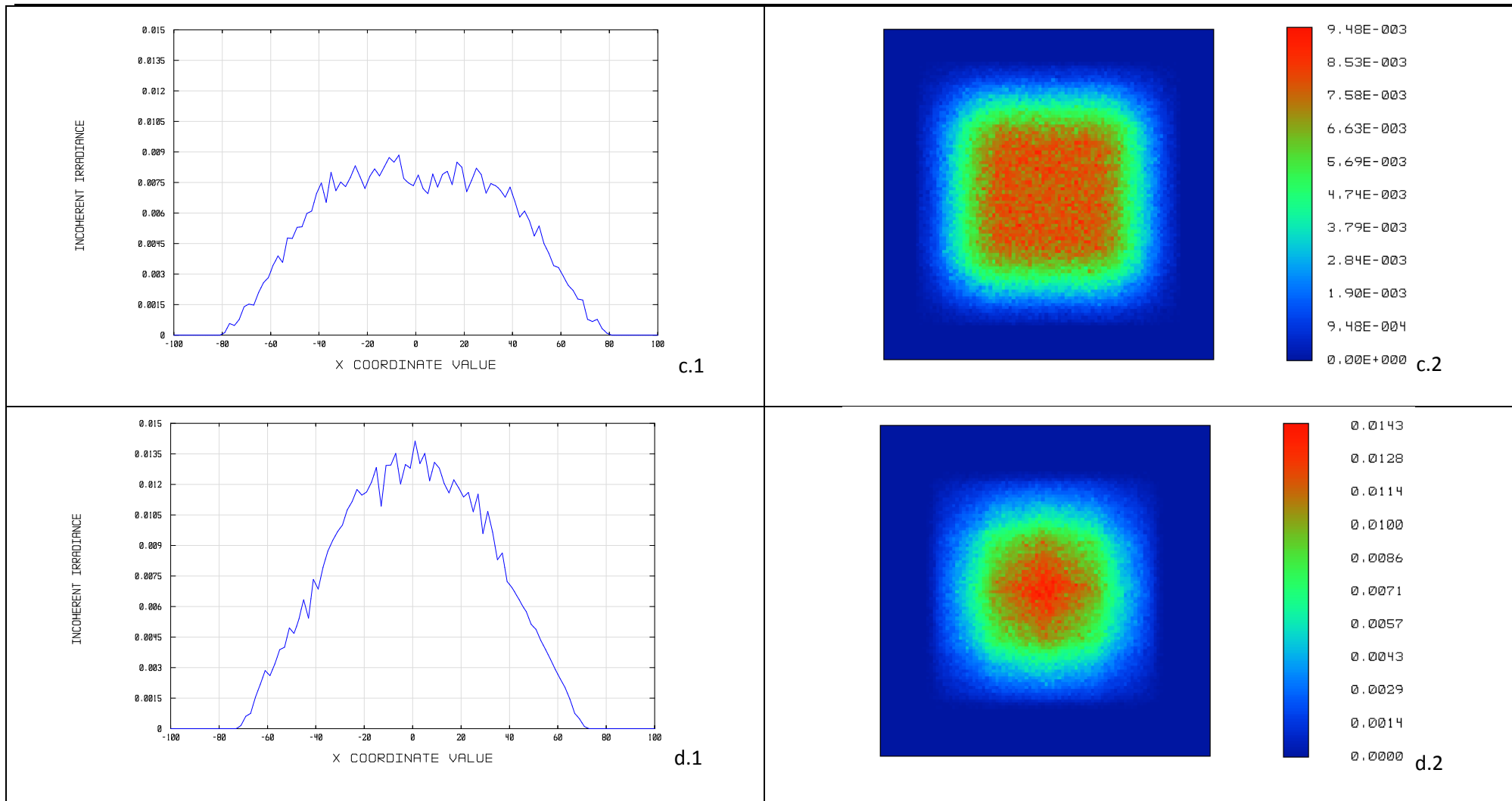


Figura B-23: Resultats de la simulació Zemaxtm en les condicions definides en la Taula B-19Taula B-14 .a.1, b.1, c.1, d.1) Irradiància: tall en el meridià X, mides expressades en mm. a.2, b.2, c.2, d.2) Irradiància : mapa en fals color.

Annex B.- Gràfiques resultants de les simulacions amb font extensa

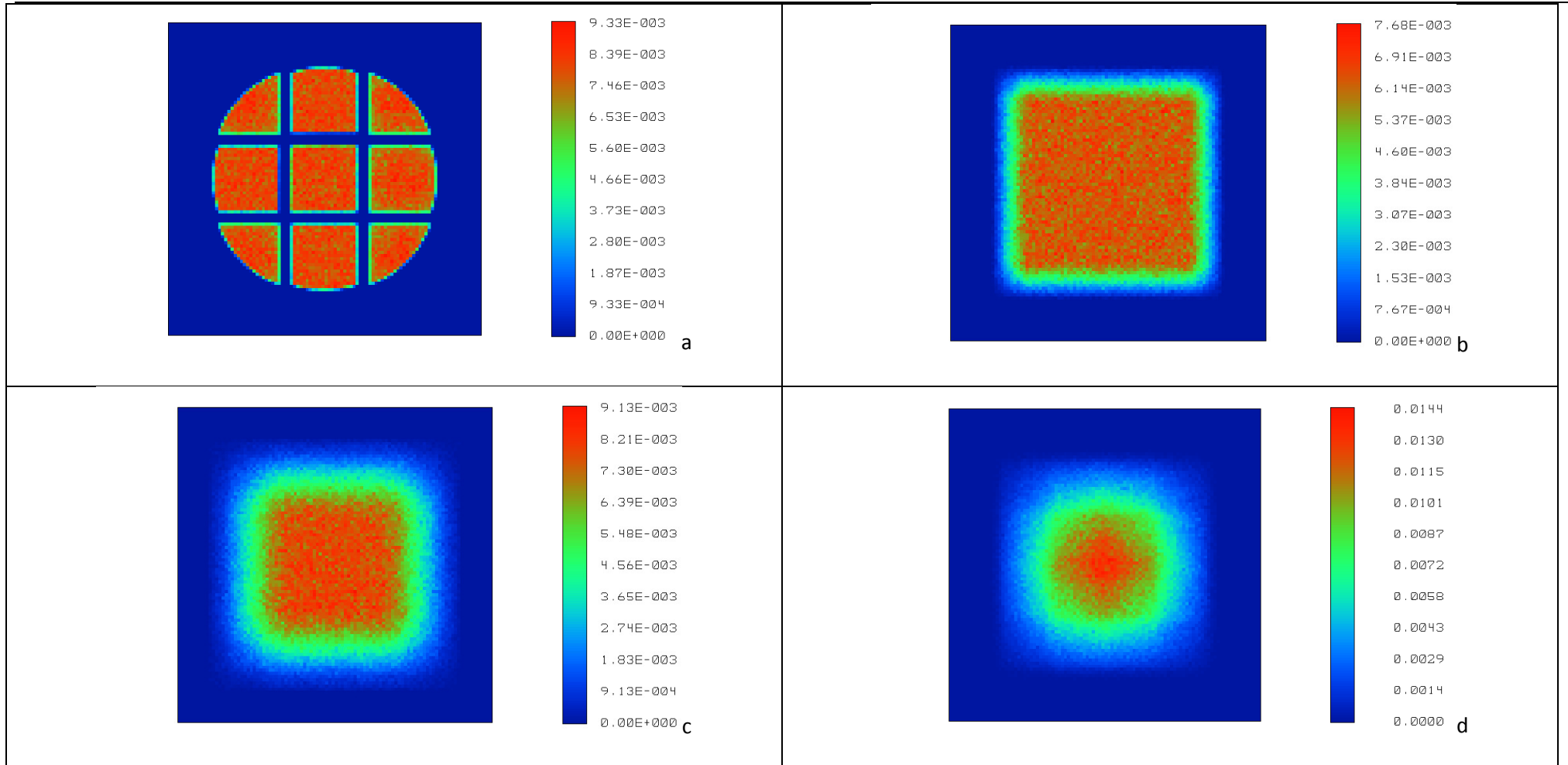


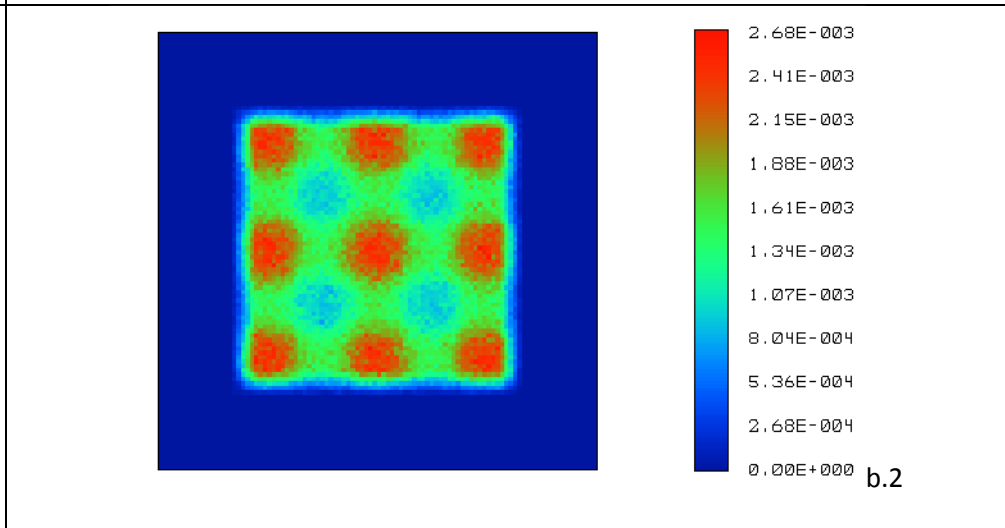
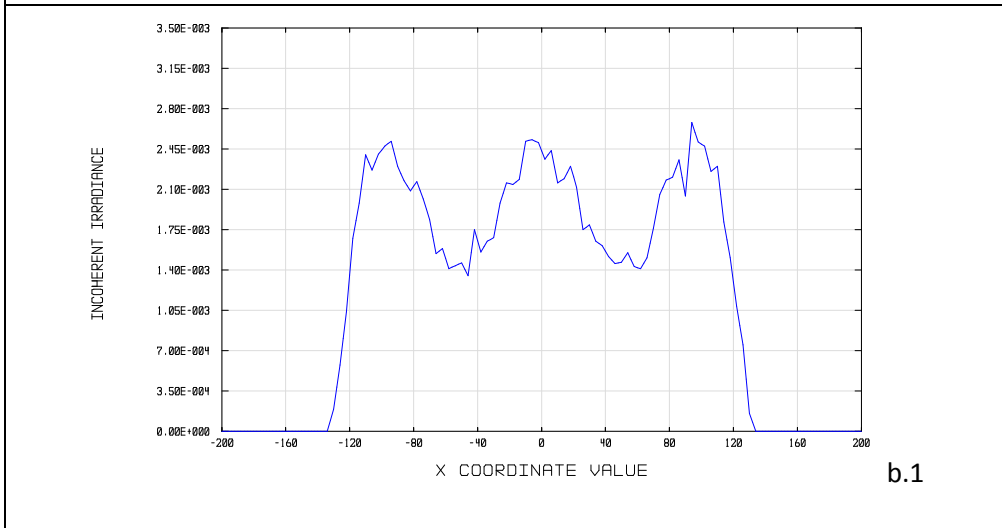
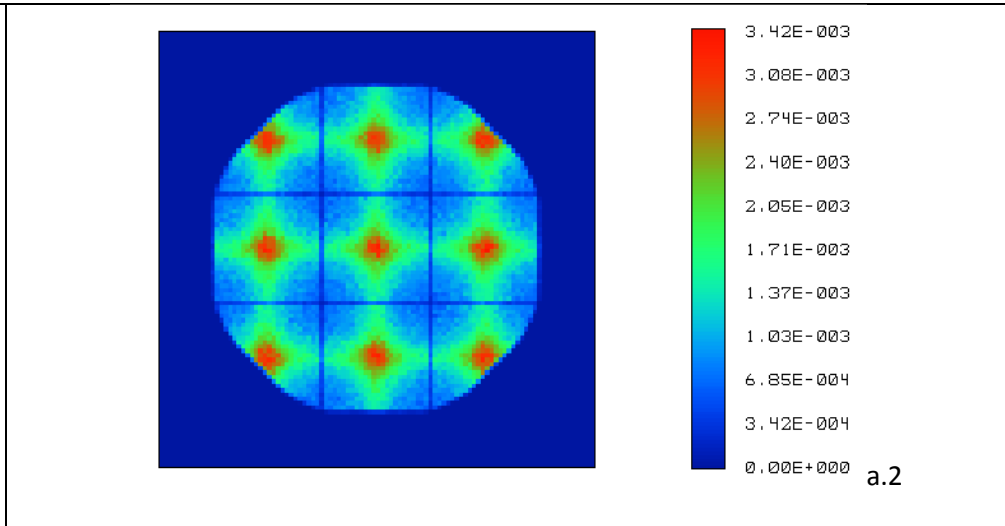
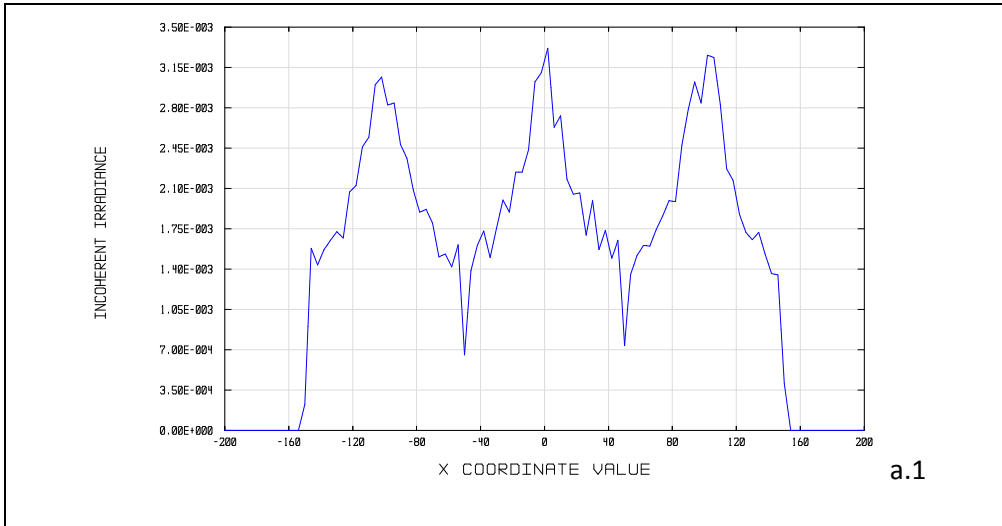
Figura B-24: Resultats de la simulació Zemaxtm en les condicions definides en la Taula B-19 utilitzant les facetes lligades i suavitzades a,b,c,d) Irradiància : mapa en fals color.

B.5.2.2 Mida de la faceta: 10 mm

9 facetes. Faceta 10x10 mm Funció expansora E=100 mm					
	a) Font puntual	b) Font puntual (suavitzades)	c) Font 1x1 mm	d) Font 2x2 mm	e) Font 4x4mm
α	5°	5°	4°	4°	4°
Mz(x) total (mm)	307	307	265	298	344
Mz(x) parcial (mm)	97	97			

Taula B-20: Mida de la taca simulada amb Zemaxtm corresponent a un conjunt de 9 facetes de 10x10 mm, a) per font puntual i facetes no lligades b) per font puntual i facetes suavitzades, c) amb font extensa 1x1 mm i facetes no lligades. d) amb font extensa 2x2 mm, i facetes no lligades. e) amb font extensa 4x4 mm i facetes no lligades. Mz(x) total = mida màxima de la taca. Mz(x) =mida de la taca central. α = angle d'obertura del feix.

Utilitzant les mateixes condicions de font, no s'aprecien diferències significatives amb les mides de les taques simulades amb Zemaxtm corresponent a un conjunt de 9 facetes de 10x10 mm, quan s'utilitzen les facetes lligades i suavitzades. Per aquestes facetes, a la Figura B-26 es mostren només els mapes d'irradiància en fals color



Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure

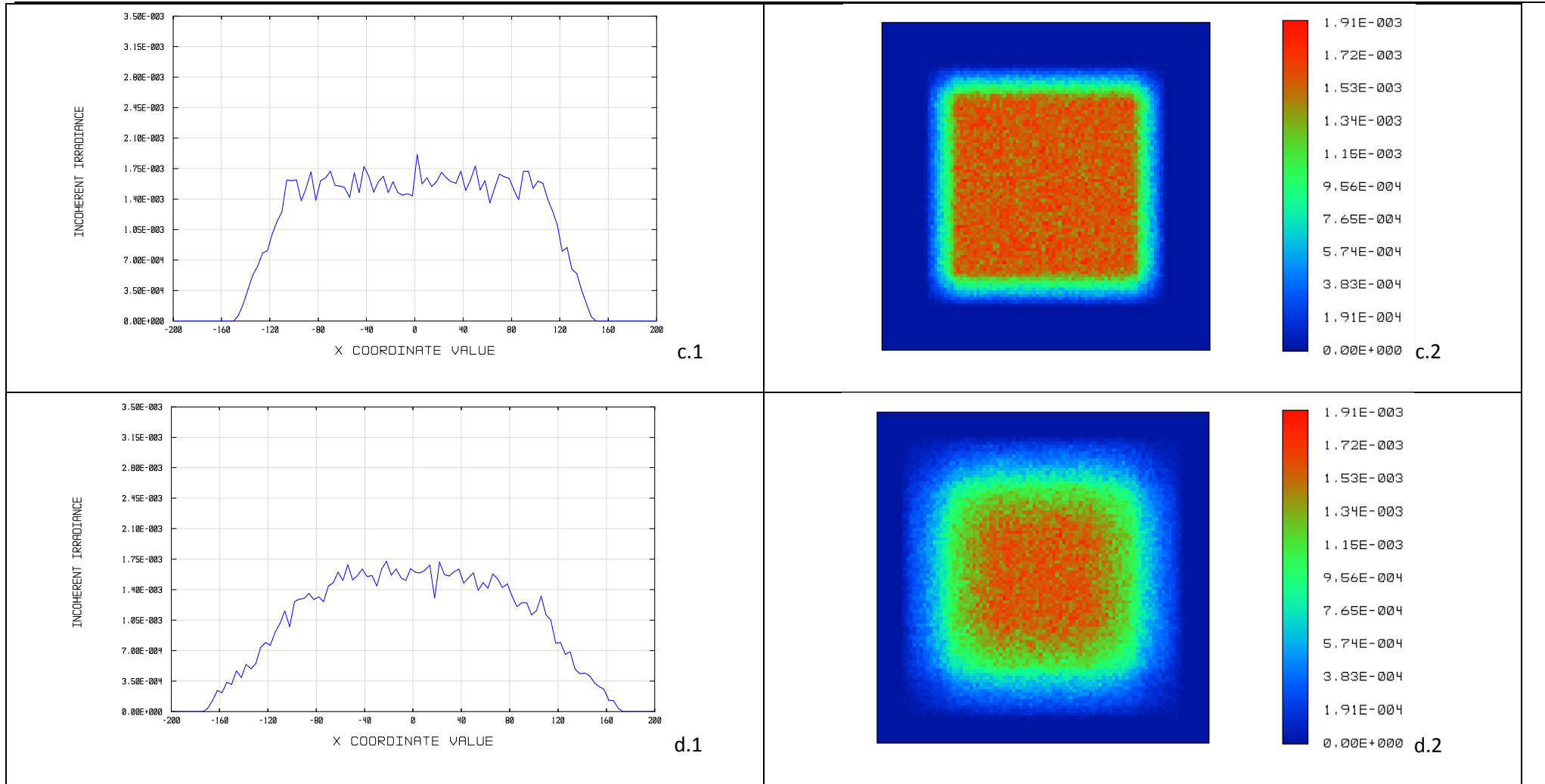


Figura B-25: Resultats de la simulació Zemaxtm en les condicions definides en la Taula B-20Taula B-14 .a.1, b.1, c.1, d.1) Irradiància: tall en el meridià X, mides expressades en mm. a.2, b.2, c.2, d.2) Irradiància : mapa en fals color.

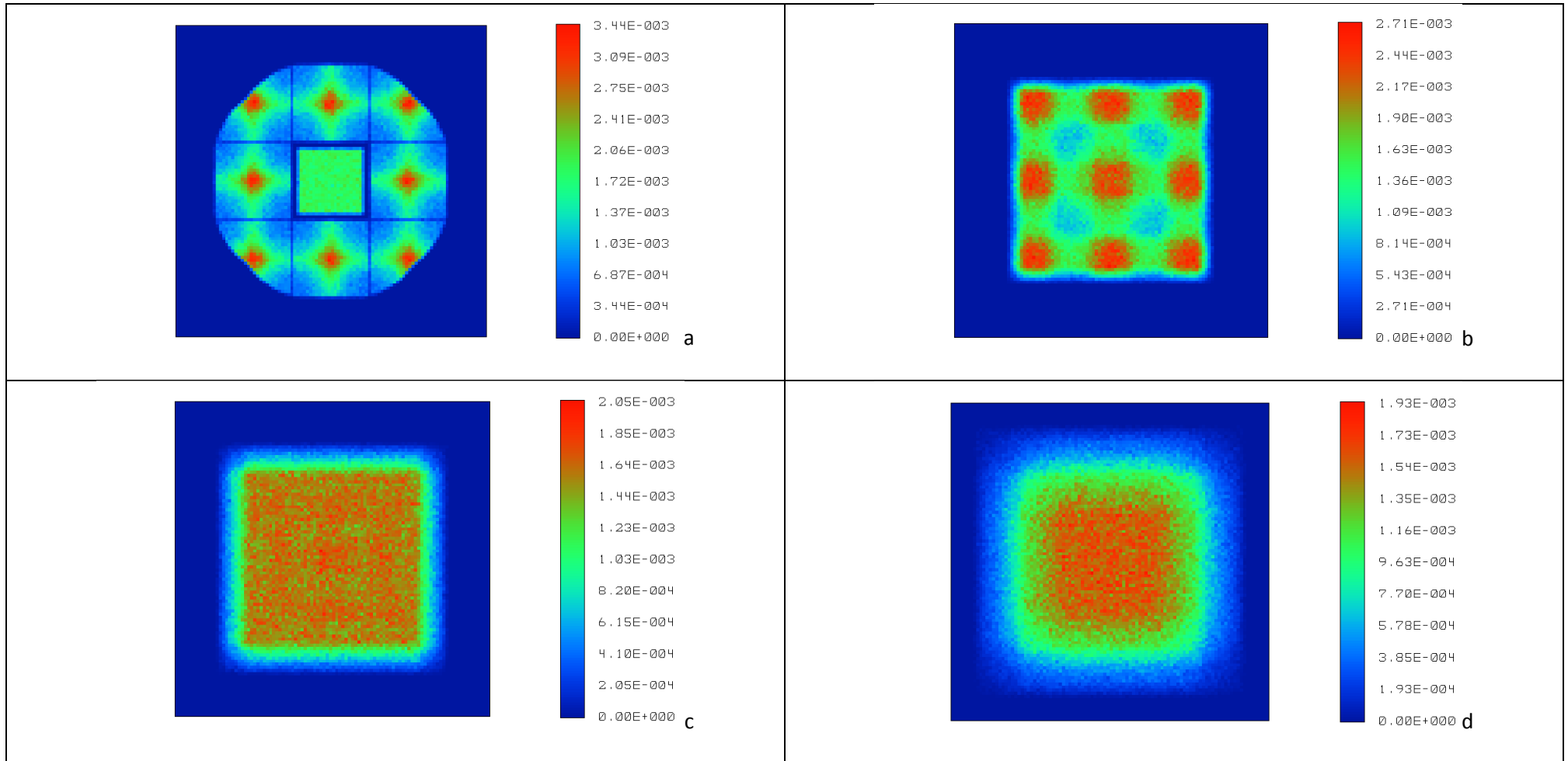


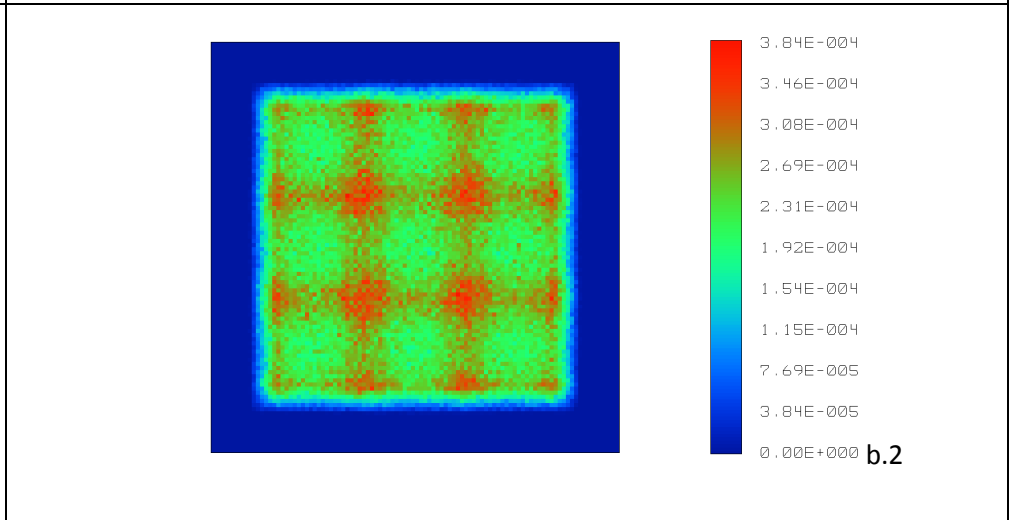
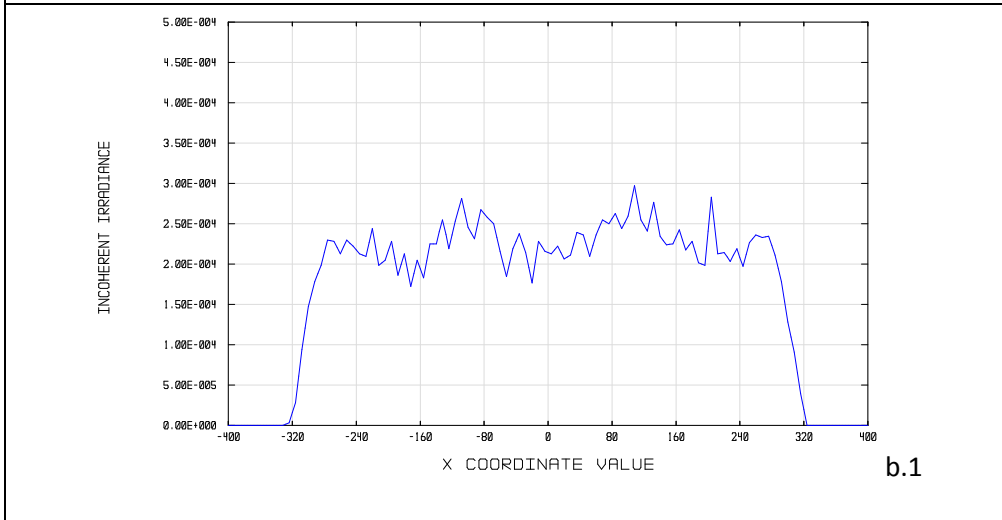
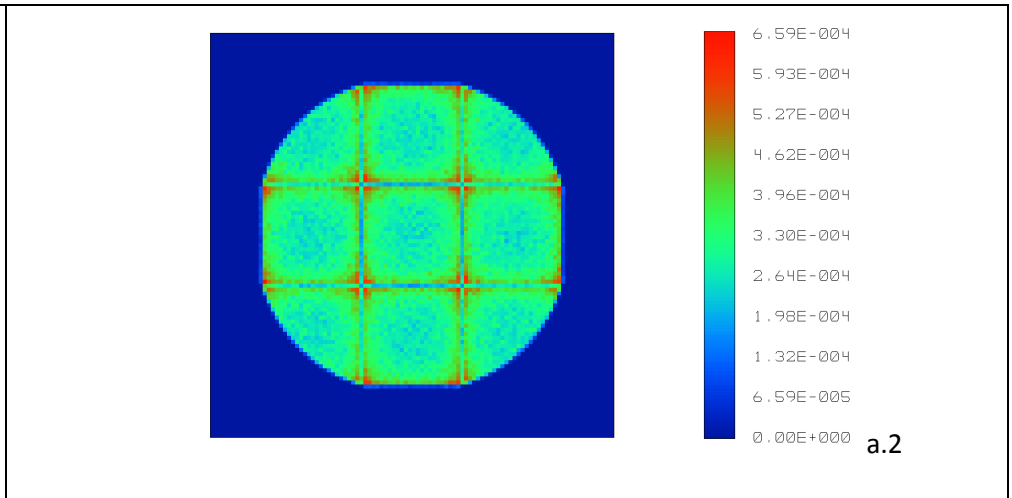
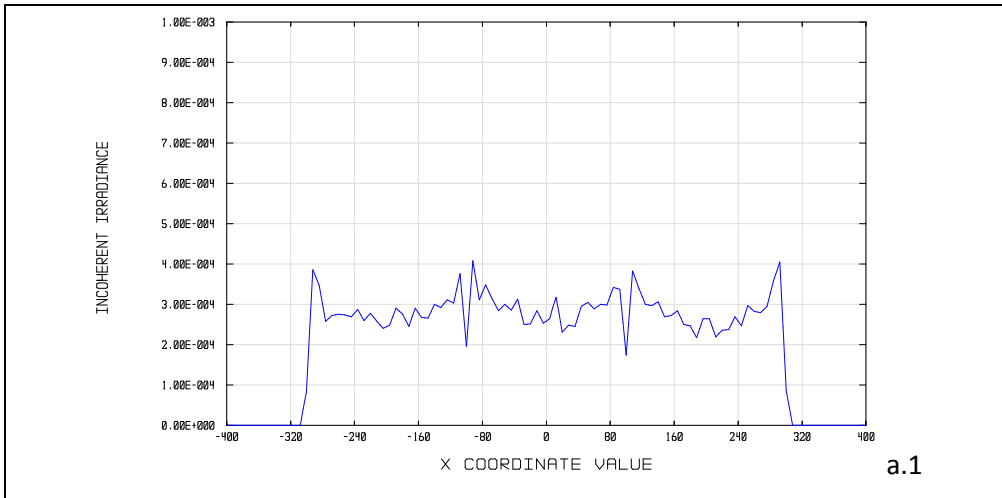
Figura B-26: Resultats de la simulació Zemaxtm en les condicions definides en la Taula B-20 utilitzant les facetes lligades i suavitzades a,b,c,d) Irradiància : mapa en fals color.

B.5.2.3 Mida de la faceta: 20 mm

9 facetes Faceta 20x20 mm Funció expansora E=200 mm					
	a) Font puntual	b) Font puntual (suavitzades)	c) Font 1x1 mm	d) Font 2x2 mm	e) Font 4x4mm
α	10°	10°	10°	10°	10°
Mz(x) total (mm)	612	612	644	678	582
Mz(x) parcial (mm)	191	191			

Taula B-21: Mida de la taca simulada amb Zemaxtm corresponent a un conjunt de 9 facetes de 20x20 mm, a) per font puntual i facetes no lligades b) per font puntual i facetes suavitzades, c) amb font extensa 1x1 mm i facetes no lligades. d) amb font extensa 2x2 mm, i facetes no lligades. e) amb font extensa 4x4 mm i facetes no lligades. Mz(x) total = mida màxima de la taca. Mz(x) =mida de la taca central. α = angle d'obertura del feix.

Utilitzant les mateixes condicions de font, no s'aprecien diferències significatives amb les mides de les taques simulades amb Zemaxtm corresponent a un conjunt de 9 facetes de 20x020 mm, quan s'utilitzen les facetes lligades i suavitzades. Per aquestes facetes, a la Figura B-28Figura B-18 es mostren només els mapes d'irradiància en fals color



Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure

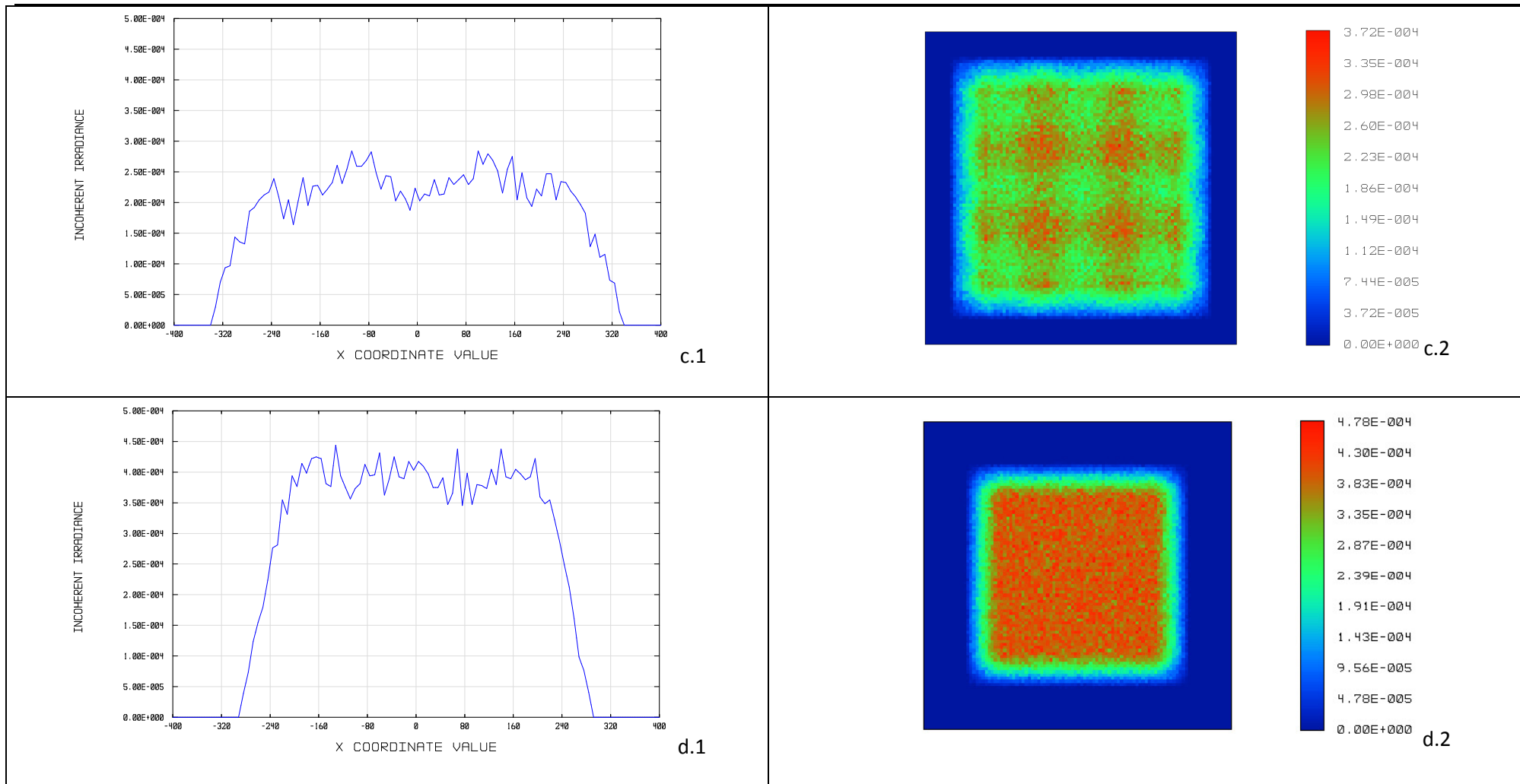


Figura B-27: Resultats de la simulació Zemaxtm en les condicions definides en la Taula B-21Taula B-14 .a.1, b.1, c.1, d.1) Irradiància: tall en el meridià X, mides expressades en mm. a.2, b.2, c.2, d.2) Irradiància : mapa en fals color.

Annex B.- Gràfiques resultants de les simulacions amb font extensa

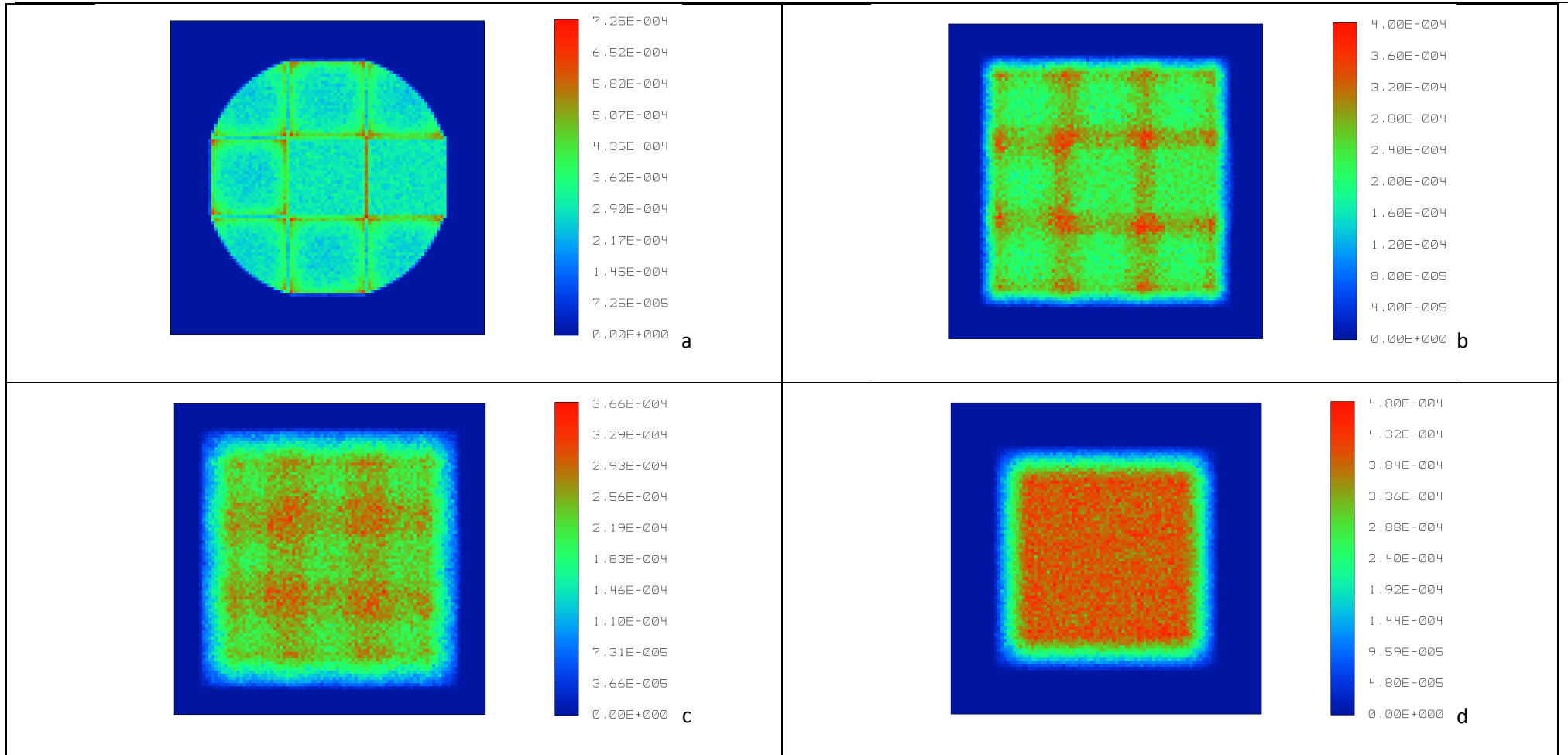


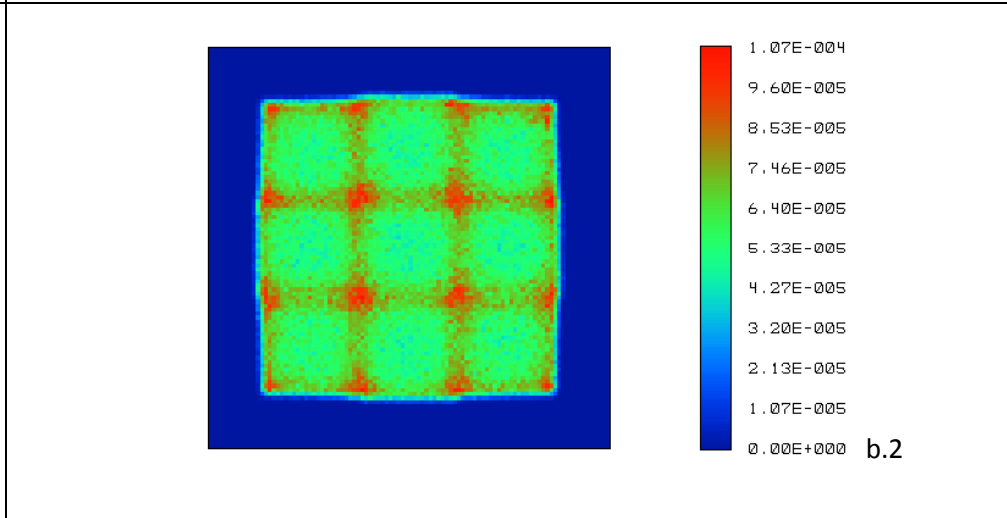
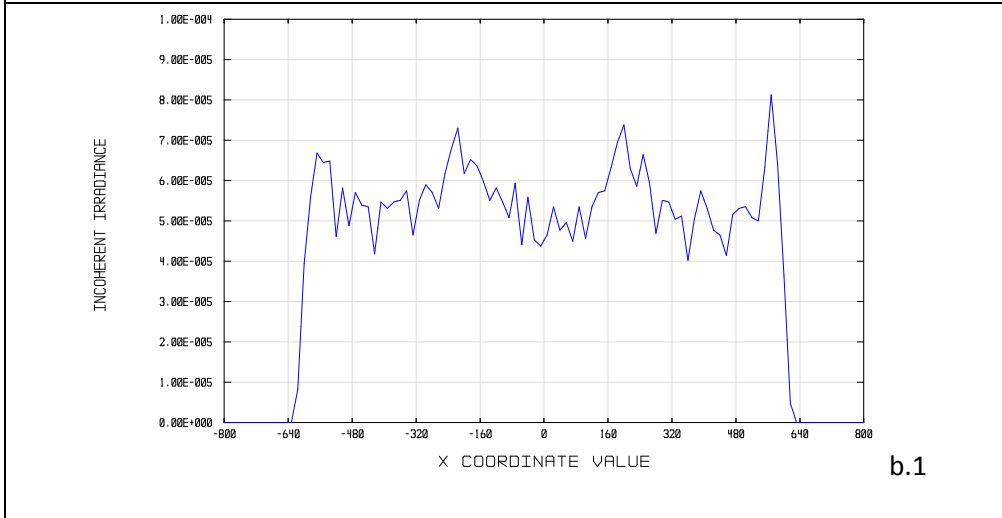
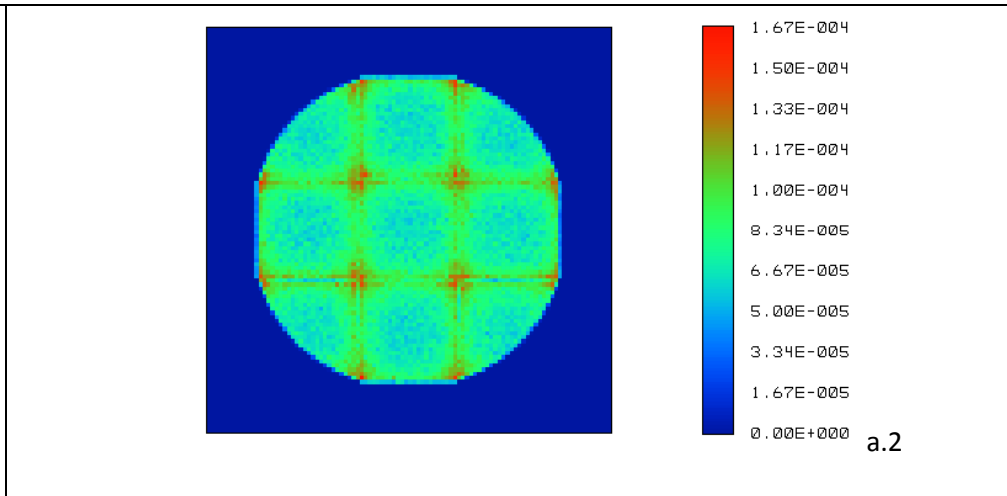
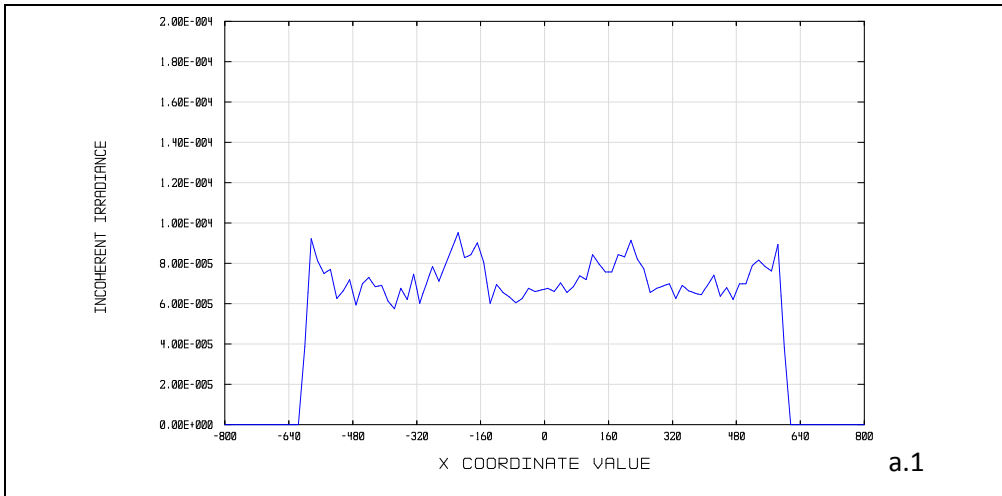
Figura B-28: Resultats de la simulació Zemaxtm en les condicions definides en la Taula B-21 utilitzant les facetes lligades i suavitzades a,b,c,d) Irradiància : mapa en fals color.

B.5.2.4 Mida de la faceta: 40 mm

9 facetes . Faceta 40x40 mm Funció expansora E=400 mm					
	a) Font puntual	b) Font puntual (suavitzades)	c) Font 1x1 mm	d) Font 2x2 mm	e) Font 4x4mm
α	20°	20°	20°	20°	20°
Mz(x) total (mm)	1247	1247	1258	1297	1356
Mz(x) parcial (mm)					

Taula B-22: Mida de la taca simulada amb Zemaxtm corresponent a un conjunt de 9 facetes de 40x40 mm, a) per font puntual i facetes no lligades b) per font puntual i facetes suavitzades, c) amb font extensa 1x1 mm i facetes no lligades. d) amb font extensa 2x2 mm, i facetes no lligades. e) amb font extensa 4x4 mm i facetes no lligades. Mz(x) total = mida màxima de la taca. Mz(x) =mida de la taca central. α = angle d'obertura del feix.

Utilitzant les mateixes condicions de font, no s'aprecien diferències significatives amb les mides de les taques simulades amb Zemaxtm corresponent a un conjunt de 9 facetes de 40x040 mm, quan s'utilitzen les facetes lligades i suavitzades. Per aquestes facetes, a la Figura B-30 es mostren només els mapes d'irradiància en fals color



Estratègia 2D per al disseny de reflectors amb facetes de forma lliure

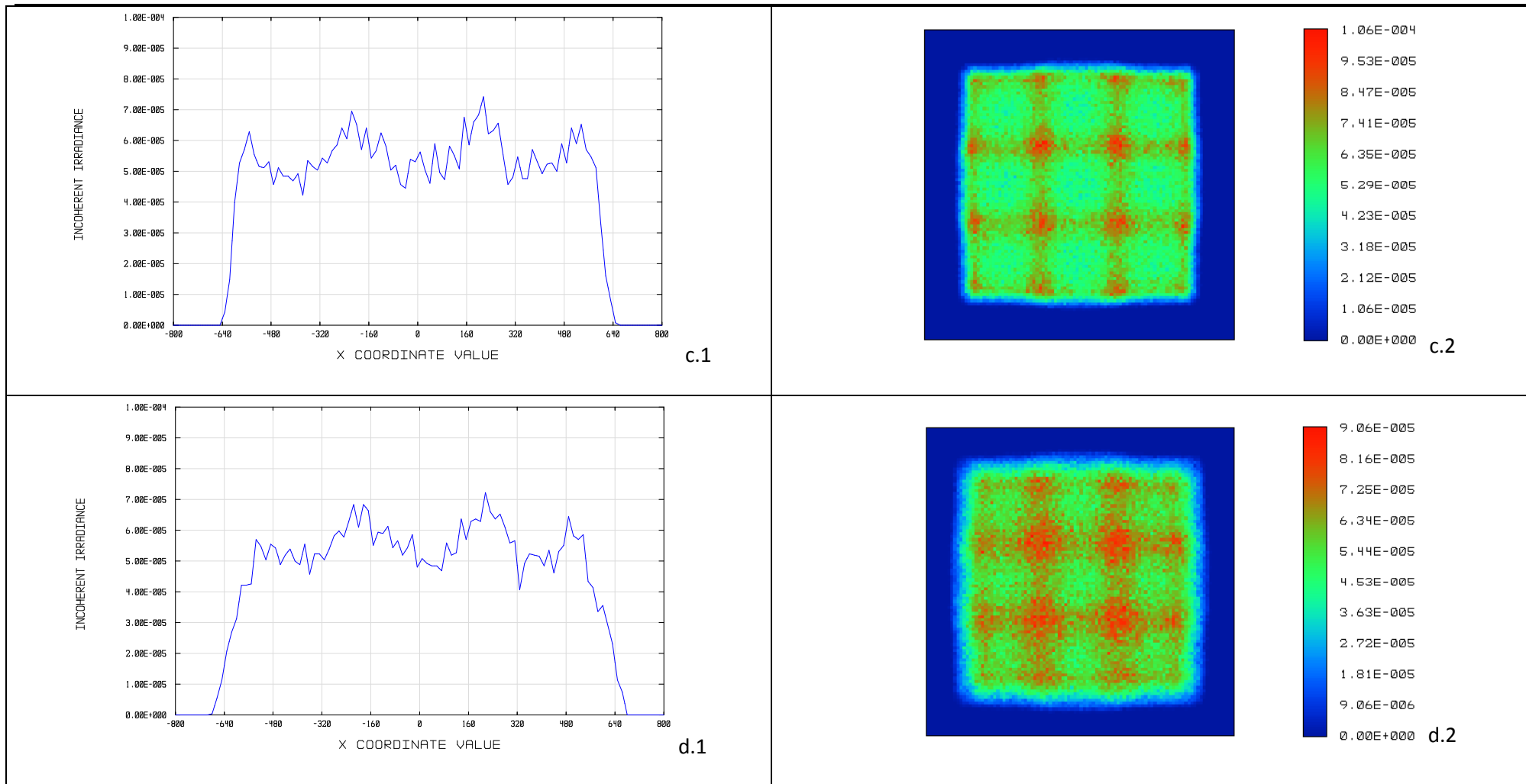


Figura B-29: Resultats de la simulació Zemaxtm en les condicions definides en la Taula B-22 Taula B-14 .a.1, b.1, c.1, d.1) Irradiància: tall en el meridià X, mides expressades en mm. a.2, b.2, c.2, d.2) Irradiància : mapa en fals color.

Annex B.- Gràfiques resultants de les simulacions amb font extensa

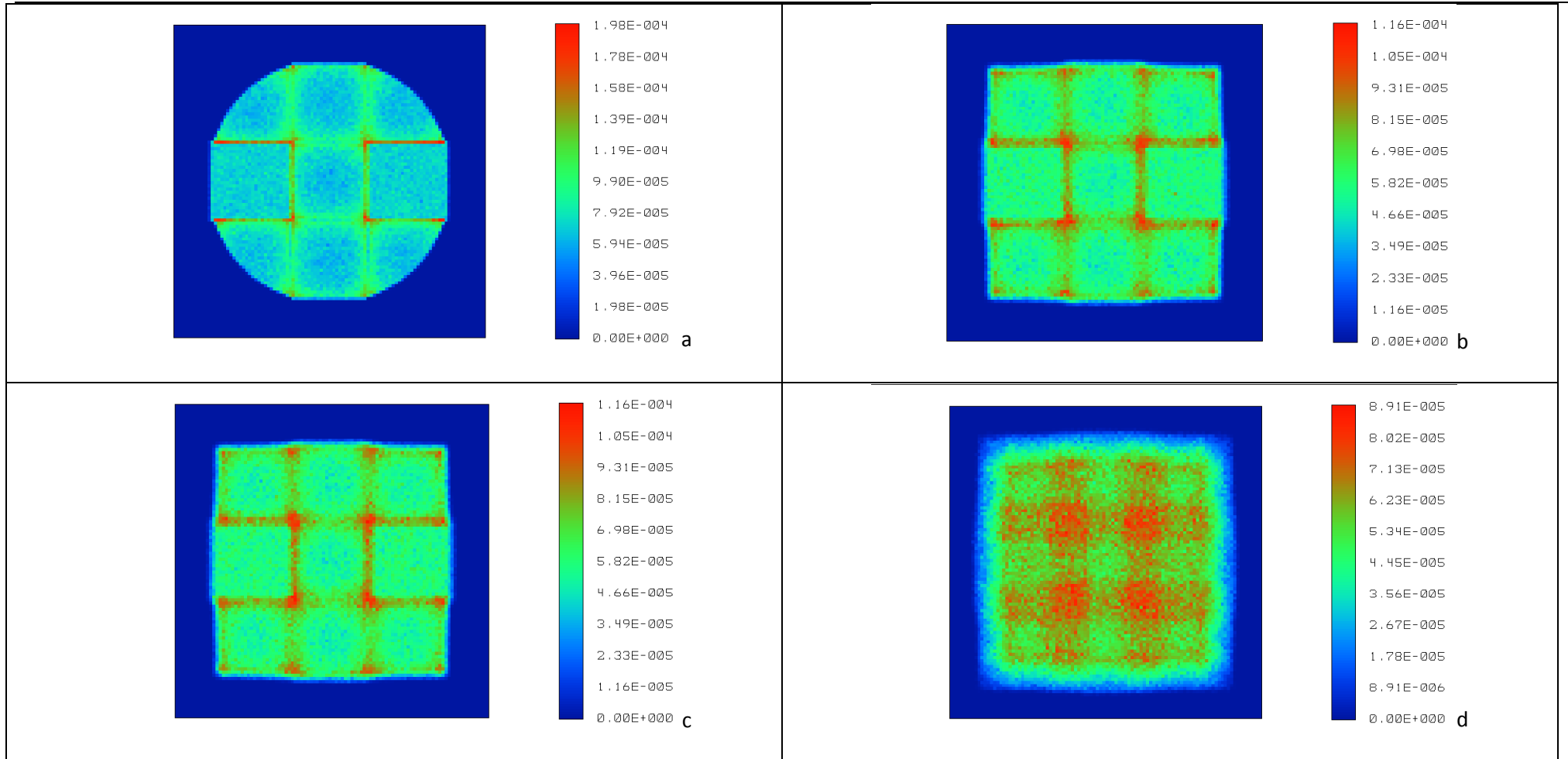


Figura B-30: Resultats de la simulació Zemaxtm en les condicions definides en la Taula B-22 utilitzant les facetes lligades i suavitzades a,b,c,d) Irradiància : mapa en fals color.



**UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH**



Centre de Desenvolupament de Sensors, Instrumentació i Sistemes
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA